TEV

Matematika tau+

8 KLASĖ 1 dalis

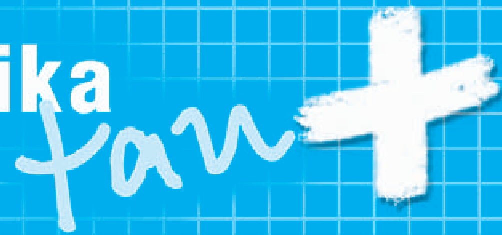


TEV

Matematika tau+

8 KLASĖ 2 dalis





8 KLASĖ

1 dalis

TEV

TURINYS

Praėjus beveik penkiolikai metų nuo pirmojo TEV vadovėlio pasirodymo, pristatome jau trečiąją savo matematikos vadovėlių seriją. Atnaujinus Pagrindinio ugdymo bendrąsias programas, teko peržiūrėti tiek vadovėlių turinį, tiek jų formą. Kartu pasistengėme į naująją seriją „Matematika Tau +“ perkelti ir atnaujintų programų dvasią.

Galbūt matematinės beletristikos mėgėjai mūsų vadovėliuose pasiges spalvingų piešinukų, pamokymų, kaip susikrauti kuprinę, dvasingų pokalbių „aplink“ matematiką. Tačiau juose ras daug **tikrosios matematikos**: įdomios ir patraukiančios, užkrečiančios ir viliojančios, įvairių poreikių ir skirtingos motyvacijos vaikams. Ir **realių taikymų**, ryšių su aplinkiniu pasauliu bei kitais mokomaisiais dalykais.

Prieš skyriaus turinio puslapį yra įvadas, **kurio tikslas – patraukliai supažindinti su tema, nagrinėjama šiame skyriuje.**

Stipresniems mokiniams skirti skyreliai

Pateikiama skyriaus teorijos santrauka ir pavyzdžiai.

Uždavinių atverstiniai žinioms pagilinti ir įtvirtinti. Paskutiniai uždaviniai, pažymėti ženkleliu, skirti smalsesniems.

Baigiamieji skyreliai skirti:

- **Pasitikrinti, kaip pavyko suprasti ir įsiminti skyriuje nagrinėtus dalykus.**
- **Pasikartoti ankstesnę medžiagą ir pasirengti nagrinėti kitą skyrių.**

Po atverstinio „Pasitikriname“ **grįžtama prie įvadiniame puslapyje nagrinėto klausimo.**

1 SIMETRIJA

Ornamentas

Ornamentas

Mes kuriame *vadovėlius, orientuotus į ateitį, skirtus šiuolaikiškiems vaikams ir kūrybingiems mokytojams. Kiekvienas TEV vadovėlių komplektas nuo šiol turės bent vieną kompiuterinę mokymo priemonę, kiekvieno vadovėlio kompiuterinę versiją bus galima rasti internete.*

Mes siekiame*, kad mokiniai ne tik skaitytų vadovėlio tekstą, bet ir dirbtų su vadovėliu, pasitelkę kompiuterines mokymo priemones, naudotųsi interneto ištekliais, bendrautų su mokytojais, taikant informacinių technologijų pasiekimus ugdymo procese.*

Mes norime*, kad mokytojai ne tik aktyviai naudotų prie vadovėlio priderintas papildomas mokymo priemones, bet ir patys tobulintų vadovėlio turinį, diferencijuotų mokymą, integruotų matematiką su kitais dalykais, naudodami mobilias interaktyvias kompiuterines (MIKO) knygas, kurios įeina į kiekvienos klasės vadovėlių komplektą.*

Įvado pabaigoje pateikiamos teminės užduotys ir trumpa skyriaus anotacija

Užduotis. 1) Sulankstykite popieriaus lapą taip, kaip parodyta paveikslėlyje.



2) Gautojo lankstinio kraštus nukirpkite taip, kaip parodyta punktyrinėmis linijomis, ir likusią dalį išlankstykite. Jei viską atlikote teisingai, tai gavote simetrišką „gėlytę“.



***Šiame skyriuje*:**

- sužinosite, kokios figūros vadinamos simetriškomis tiesės atžvilgiu ir kokios — taško atžvilgiu;
- susipažinsite su figūromis, turinčiomis simetrijos ašį; simetrijos centrą;
- išmoksite nubraižyti figūrą, simetrišką duotajai figūrai duotosios tiesės atžvilgiu; duotojo taško atžvilgiu.

Pagrindinių skyrelių atverstiniai, skirti visiems mokiniams:

- **Kairiajame puslapyje yra teorinė medžiaga. Ji pateikiama klausimais ir užduotimis, kurias atlikti padeda šauktukas ir klaustukas. Kas yra svarbiausia – surašyta lentoje.**
- **Dešiniajame puslapyje yra tik su tuo skyreliu susiję uždaviniai.**

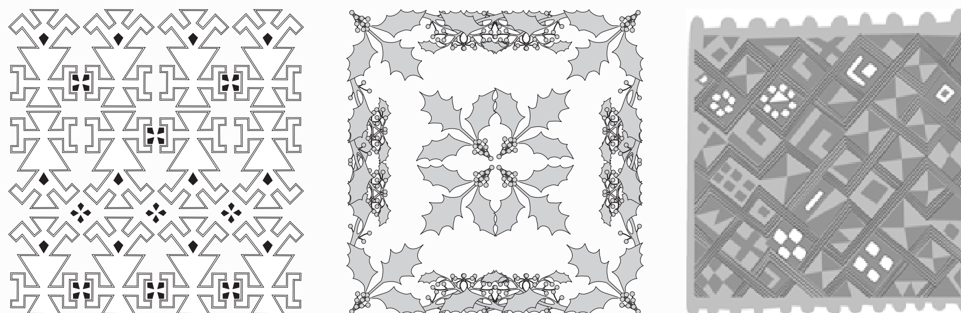
Mūsų tikslas buvo parengti vadovėlių komplektą – pagalbininką mokytojui, draugišką bet kuriam mokiniui. Kaip tai pavyko – sužinosime po kelerių metų, tačiau atsiliepimų, pastabų, kritikos laukiame visada. Mūsų vadovėlių komplektai yra „gyvi“, atsinaujinantys, nuolat tobulinami, todėl visa tai, kas padėtų pagerinti mūsų kūrinį, atsiras kituose leidimuose.

Ačiū Jums iš anksto!



Ornamentas

Žodis *ornamentas* kilęs iš lotynų kalbos žodžio „ornamentum“, reiškiančio pagražinimą, papuošimą.
Ornamentas — tai puošybinis dailės ir architektūros elementas, sudarytas iš vieno arba kelių, ritmiškai pasikartojančių geometrinių ar vaizdinių figūrų.
Štai keletas ornamentų:



Užduotis.
1) Sulankstykite popieriaus lapą taip, kaip parodyta paveikslėlyje.



2) Gautojo lankstinio kraštus nukirpkite taip, kaip parodyta punktyrinėmis linijomis, ir likusią dalį išlankstykite. Jei viską atlikote teisingai, tai gavote simetrišką „gėlytę“.



Šiame skyriuje:
- sužinosite, kokios figūros vadinamos simetriškomis tiesės atžvilgiu ir kokios — taško atžvilgiu;
- susipažinsite su figūromis, turinčiomis simetrijos ašį; simetrijos centrą;
- išmoksite nubraižyti figūrą, simetrišką duotajai figūrai duotosios tiesės atžvilgiu; duotojo taško atžvilgiu.

1 SIMETRIJA

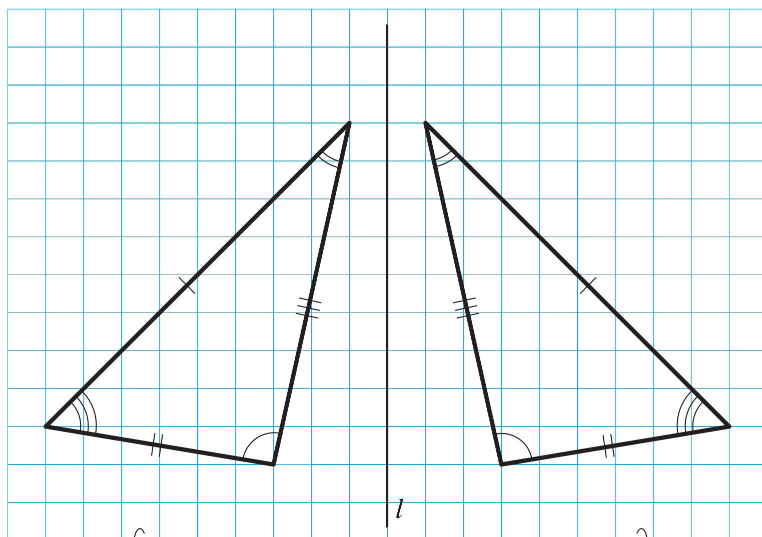






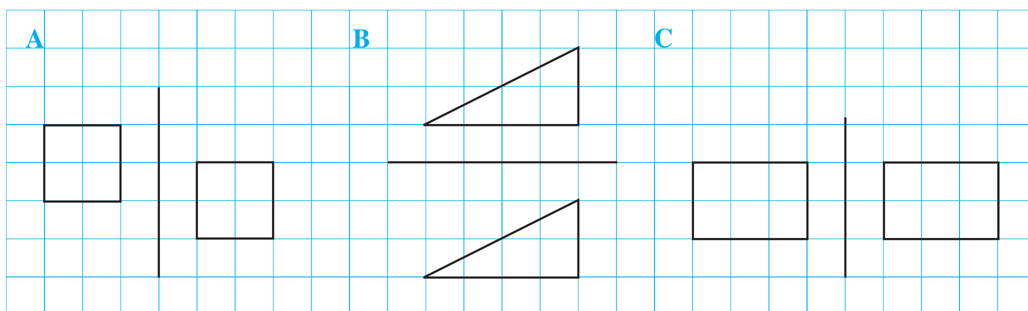
TIESĖS ATŽVILGIU SIMETRIŠKOS FIGŪROS

Paveikslėlyje nubraižyti du lygūs trikampiai ir tiesẽ l.
Sulenkus lapą per tiẽsę l, šie trikampiai sutaps.



Sakoma: Šie du trikampiai yra simètriški tiesė̃s l ãtžvilgiu.

Užduotis. Pavaizduotos dvi lygios figūros ir tiesė.

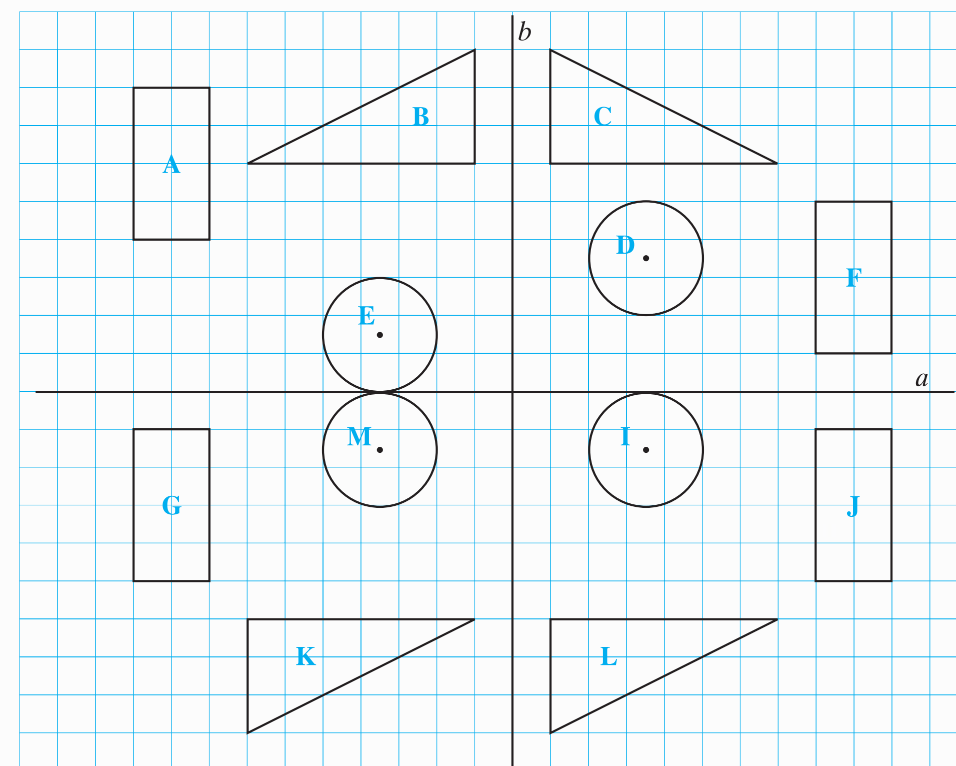


1) Kuriuo atveju — **A**, **B** ar **C** — lenkiant lapą per pavaizduotąją tiesę, figūros sutaps?
2) Kuriuo atveju — **A**, **B** ar **C** — nubraižytos figūros yra simetriškos duotosios tiesės atžvilgiu?

Dvi figūros yra *simetriškos tiesės atžvilgiu*, jei, sulenkus lapą per tą tiesę, figūros sutampa.



1.

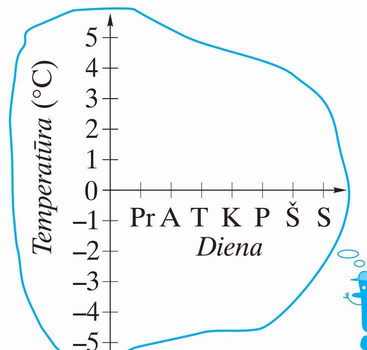


1) Kurios iš pavaizduotų figūrų yra lygios?
2) Kurios iš pavaizduotų figūrų yra simetriškos tiesės a atžvilgiu?
3) Kurios iš pavaizduotų figūrų yra simetriškos tiesės b atžvilgiu?

2. Laurynas vieną savaitę kasdien 6 valandą ir 18 valandą stebėjo oro temperatūrą. Temperatūras jis surašė lentelėje.

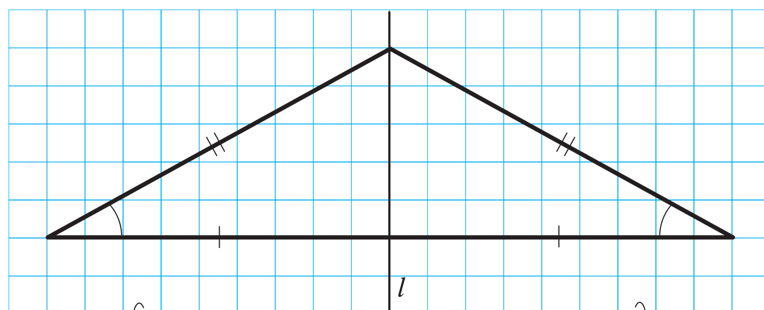
	Pr	A	T	K	P	Š	S
6 h (°C)	−3	−4	0	+2	−1	0	+5
18 h (°C)	+3	+4	0	−2	+1	0	−5

1) Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižykite linijines diagramas, rodančias, kaip kito tos savaitės ryto temperatūra ir kaip kito vakaro temperatūra.
2) Ar tos diagramos yra simetriškos kurios nors ašies atžvilgiu?



FIGŪROS, TURINČIOS SIMETRIJOS AŠĮ

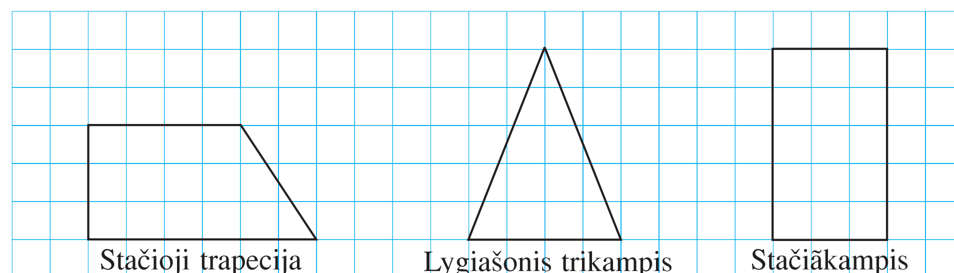
Paveikslėlyje nubraižytas trikampis ir tiesė l, dalijanti tą trikampį į dvi lygias dalis. Sulenkus trikampį per tiesę l, abi trikampio dalys sutaps.



Sakoma: Šis trikampis turi simètrijos ãšį.
Tiesẽ l yra šio trikampio simètrijos ašìs.

Užduotis.

1) Ar pavaizduota figūra turi simetrijos ašį?

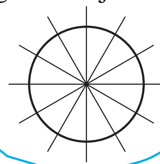


Tiesė yra figūros *simetrijos ašis*, jei, sulenkus lapą per tą tiesę, abiejose tiesės pusėse esančios figūros dalys sutampa.

2) Kiek simetrijos ašių turi lygiašonis trikampis? stačiakampis?

Yra figūrų:
- neturinčių nė vienos simetrijos ašies;
- turinčių vieną simetrijos ašį;
- turinčių kelias simetrijos ašis.

Apskritimas turi be galo daug simetrijos ašių.



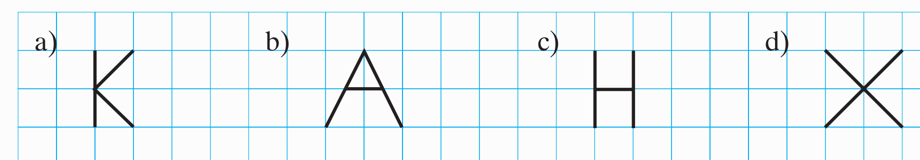
3) Atskiruose popieriaus lapuose nubraižykite:
a) lygiakraštį trikampį; b) stačiakampį; c) kvadratą.
Nubrėžkite kiekvienos figūros visas simetrijos ašis.



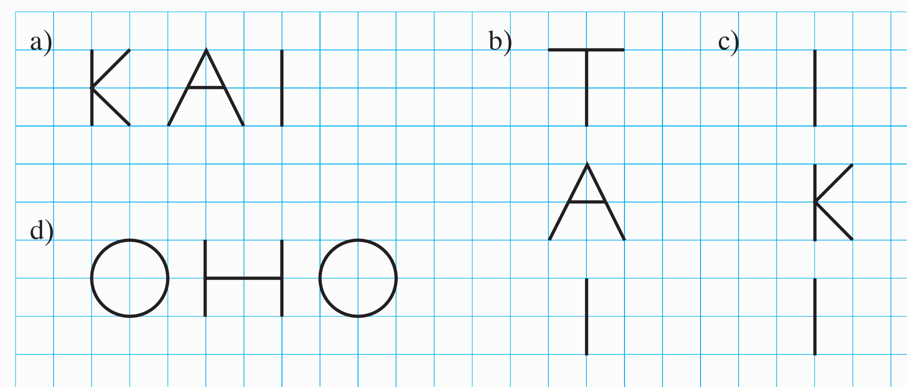
3. Ar turi simetrijos ašį klevo lapas? drugelis? boružė?



4. 1) Kiek simetrijos ašių turi taip parašyta raidė?

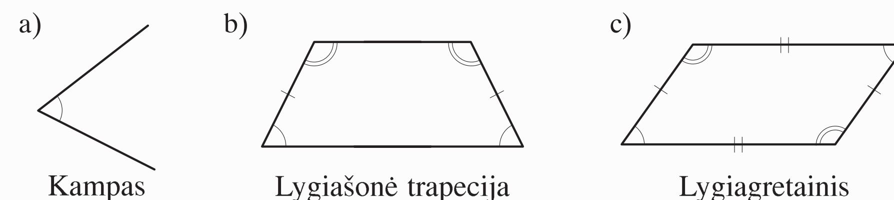


2) Ar turi simetrijos ašį taip parašytas žodis?



3) Parašykite dar kokį nors žodį, turintį vertikaliąją simetrijos ašį; horizontaliąją simetrijos ašį.

5. 1) Ar turi simetrijos ašį pavaizduota figūra?



2) Pabaikite sakinius.
- Kampo simetrijos ašis yra ...
- Lygiašonės trapecijos simetrijos ašis yra tiesė, einanti per ...

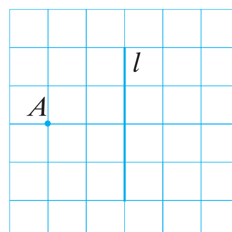
BRAIŽOME TIESĖS ATŽVILGIU SIMETRIŠKAS FIGŪRAS



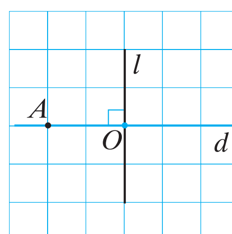
Kaip rasti tašką, simetrišką taškui A tiesės l atžvilgiu?

1 užduotis.

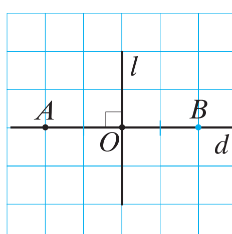
1) Atskirame languotame lape pažymėkite tašką A ir nubrėžkite tiesę l taip, kaip parodyta paveikslėlyje.



2) Nubrėžkite tiesę d, kuri eitų per tašką A ir būtų statmena tiesei l. Tiesių l ir d susikirtimo tašką pažymėkite raide O.



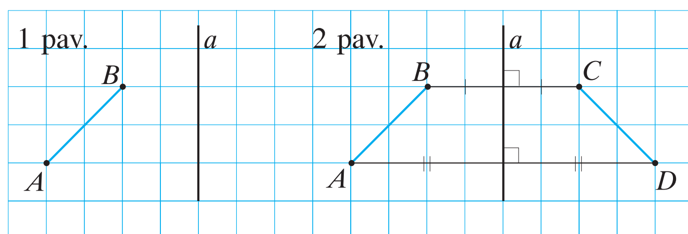
3) Išmatuokite atkarpos AO ilgį. Tiesėje d pažymėkite tašką B, kad $AO = OB$.



Taškai A ir B yra simetriški tiesės l atžvilgiu.

4) Sulenkite lapą per tiesę l. Jei viską atlikote teisingai, tai taškai A ir B sutapo. Vadinasi, taškai A ir B yra simetriški tiesės l atžvilgiu.

2 užduotis. Nubrėžkite atkarpą MN ir šalia jos tiesę l. Remdamiesi paveikslėliais, nubrėžkite atkarpą KL, simetrišką atkarpai MN tiesės l atžvilgiu. Paaiškinkite, kaip braižėte.

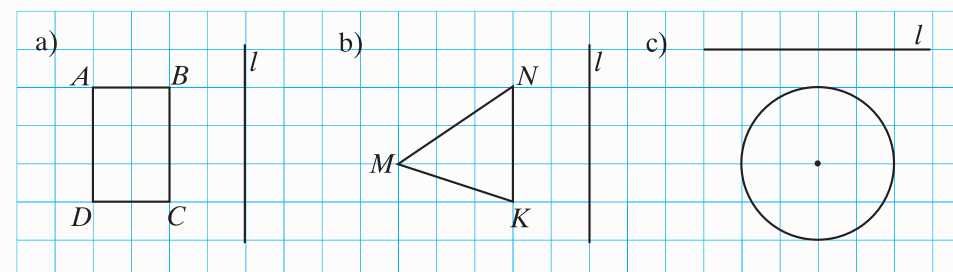


Atkarpos AB ir CD yra simetriškos tiesės a atžvilgiu.

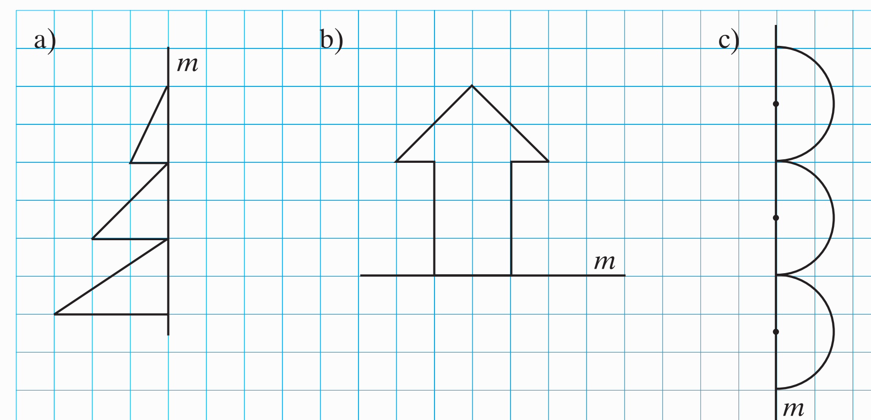
Braižant atkarpą, simetrišką duotajai atkarpai tiesės atžvilgiu, pakanka rasti atkarpos galams simetriškus taškus.



6. Persibraižę brėžinį, nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai tiesės l atžvilgiu.



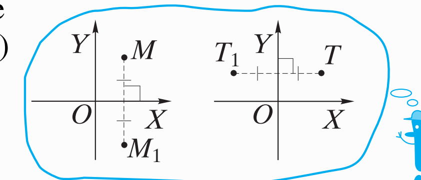
7. Tiesė m yra figūros simetrijos ašis. Brėžinyje matoma tik vienoje simetrijos ašies pusėje esanti tos figūros dalis. Persibraižę duotąjį brėžinį, baikite braižyti tą figūrą.



8. 1) Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus $A(1; 4)$, $B(-2; 2)$, $C(-3; -4)$ ir $D(4; -2)$.

2) Pažymėkite taškus, simetriškus duotiesiems taškams koordinačių ašies:
a) OX atžvilgiu; b) OY atžvilgiu.

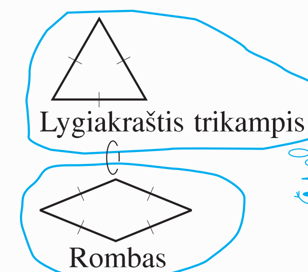
3) Užrašykite gautųjų taškų koordinates.



9. a) Nubraižykite lygiakraštį trikampį. Nubrėžkite visas jo simetrijos ašis.

b) Nubraižykite rombą. Nubrėžkite visas jo simetrijos ašis.

c) Nubrėžkite atkarpą ir abi jos simetrijos ašis.

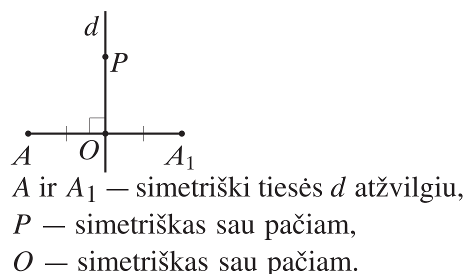


APIBENDRINAME

Taškai A ir A_1 vadinami *simetriškais tiesės d atžvilgiu*, jeigu:

- atkarpa AA_1 yra statmena tiesei d, t. y. $AA_1 \perp d$;
- tiesė d eina per atkarpos AA_1 vidurio tašką O, t. y. $AO = OA_1$.

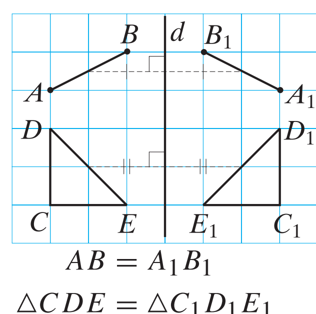
Kiekvieną tiesės d tašką laikysime simetrišku sau pačiam.



A ir A_1 — simetriški tiesės d atžvilgiu,
P — simetriškas sau pačiam,
O — simetriškas sau pačiam.

Dvi figūros vadinamos *simetriškomis tiesės atžvilgiu*, jeigu vienos figūros kiekvienas taškas yra simetriškas kitos figūros taškui tos tiesės atžvilgiu.

Tiesės atžvilgiu simetriškos figūros yra lygios.



$AB = A_1B_1$
$\triangle CDE = \triangle C_1D_1E_1$

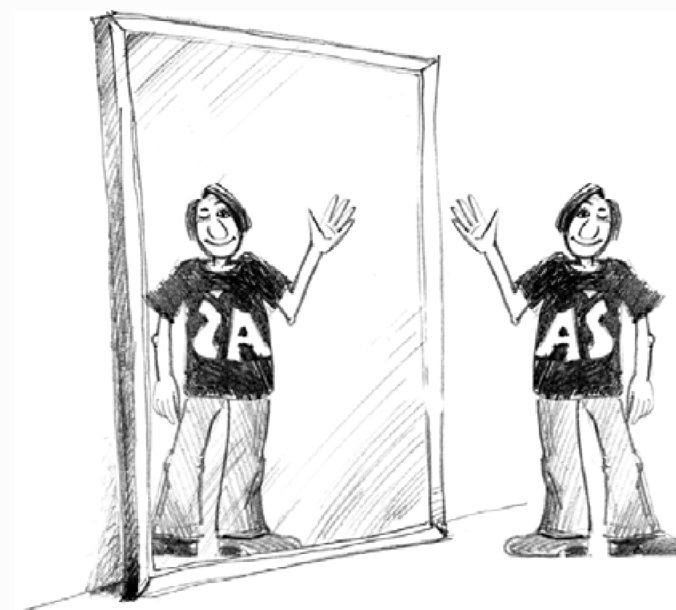
Tiesė, kuri padalija figūrą į dvi dalis, simetriškas tos tiesės atžvilgiu, vadinama tos figūros *simetrijos ašimi*.

Figūra	Simetrijos ašys	Simetrijos ašių skaičius	Simetrijos ašių padėtys
Atkarpà		Dvi	Atkarpos vidurio statmuo ir tiesė, einanti per tą atkarpą.
Kam̃pas		Viena	Tiesė, einanti per kampo pusiáukampinę.
Stačiãkampis		Dvi	Tiesės, einančios per priešingų kraštinių vidurio taškus.
Ròmbas		Dvi	Tiesės, einančios per įstrižainès.
Kvadrãtas		Keturios	Tiesės, einančios per priešingų kraštinių vidurio taškus ir per įstrižaines.
Apskrìtimas		Be galo daug	Kiekviena tiesė, einanti per apskritimo centrą.



Veidrodinė simetrija

Mes kas dieną susiduriame su veidrodinè simetrija, kai žiūrime į véidrodį.
Jei kelsime kairę ranką, tai véidrodžio atspindyje atrodys, kad keliame dešinę ranką.
Kairė akis mirksės veidrodžio atspindyje, jei jūs mirksėsite dešine akimi.



Norėdami, kad būtų sunku skaityti tekstą ir jo nesuprastų kiti, kai kurie mokslininkai rašė savo veikalus, naudodamiesi veidrodžiu.

Užduotis.

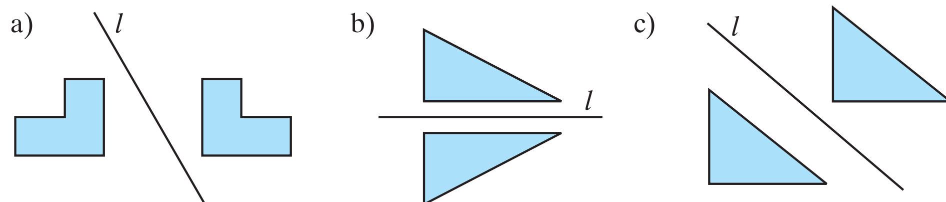
1) Perskaityti šiuos žodžius padės veidrodis. Perskaitykite juos.

2) Užrašykite savo vardą taip, kad veidrodyje jis atrodytų parašytas teisingai.

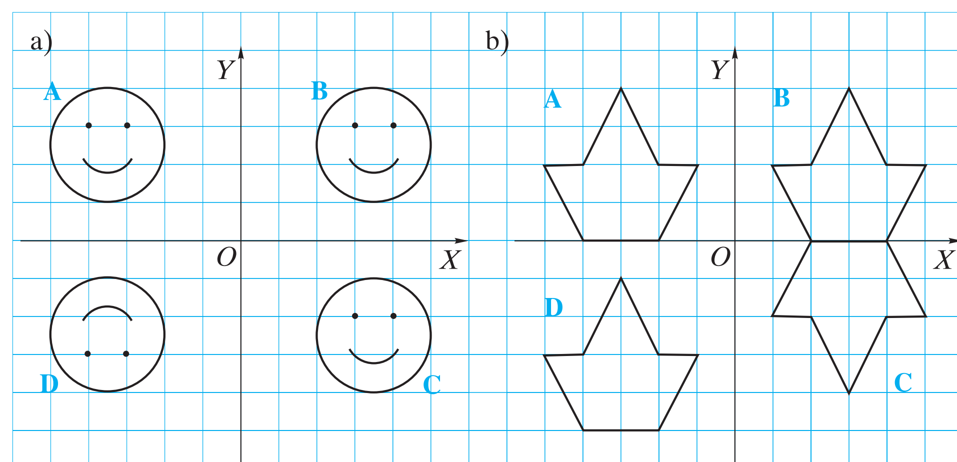
3) Atlikite veiksmus.

SPRENDŽIAME

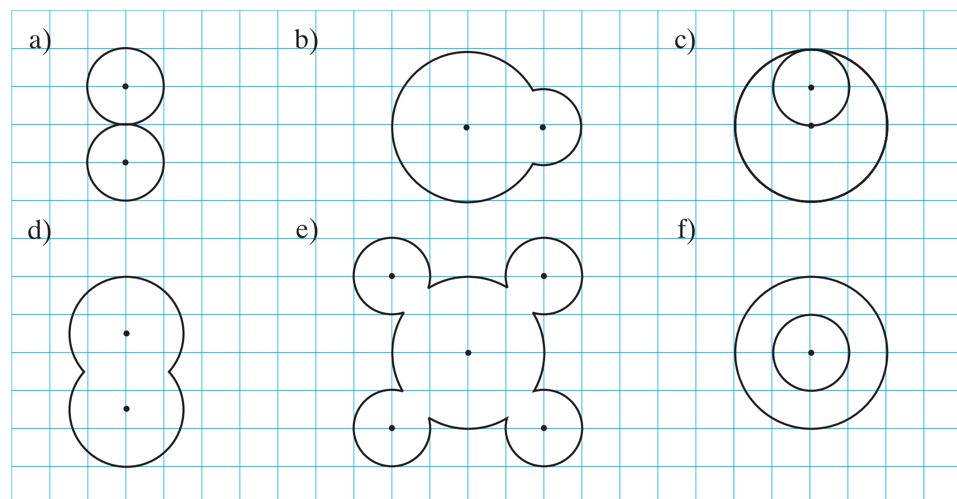
10. Iš akies nustatykite, ar duotosios figūros yra simetriškos tiesės l atžvilgiu.



11. Kurios iš pavaizduotų figūrų **A**, **B**, **C** ir **D** yra simetriškos koordinačių ašies OX (abscisių ašies) atžvilgiu? OY (ordinačių ašies) atžvilgiu?

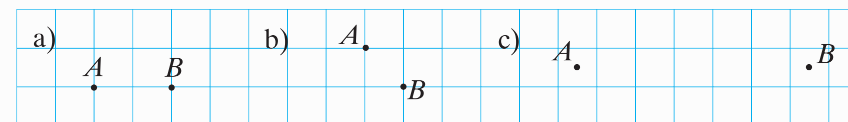


12. Kiek simetrijos ašių turi pavaizduota figūra?





13. 1) Sąsiuvinyje pažymėkite taškus A ir B taip, kaip parodyta paveikslėlyje.



2) Nubrėžkite tiesę l taip, kad taškai A ir B būtų simetriški tiesės l atžvilgiu.

14. 1) Nubraižykite statųjį $\triangle ABC$, kurio statiniai $AC = 2$ cm ir $BC = 4$ cm.

2) Nubraižykite trikampį $A_1B_1C_1$, simetrišką trikampiui ABC, kai simetrijos tiesė eina per:
a) statinį BC; b) statinį AC; c) įžambinę AB.

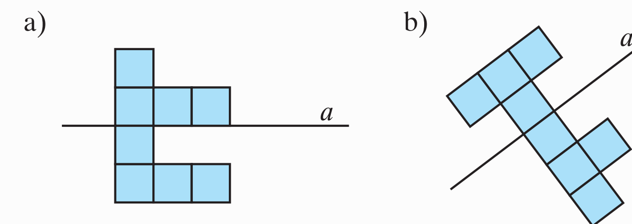
15. 1) Koordinačių plokštumoje nubrėžkite apskritimą, kurio centras būtų taške $A(3; 4)$, o spindulys būtų 2 vienetinių atkarpų ilgio.

2) Nubrėžkite apskritimą, simetrišką pirmajam apskritimui koordinačių ašies:
a) OX atžvilgiu; b) OY atžvilgiu.

3) Užrašykite antrojo apskritimo centro koordinates.



16. 1) Kiek mažiausiai kvadratėlių reikia perdėti į kitą vietą, kad gautume figūrą, simetrišką tiesės a atžvilgiu?



2) Kiek skirtingų figūrų tada galima gauti?

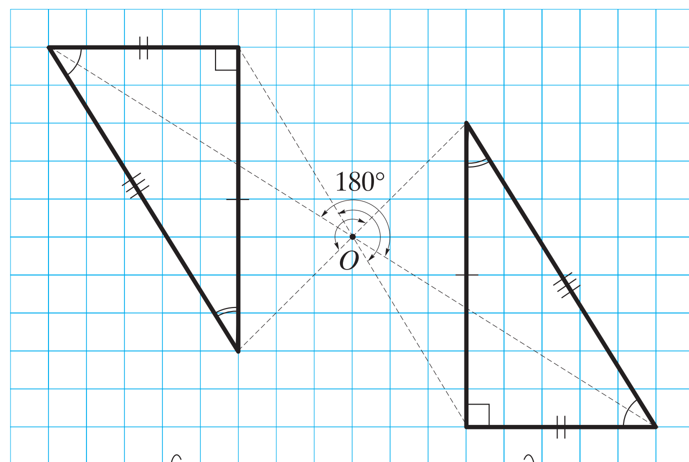


17. Palindromas — tai skaičius, kurio reikšmė yra ta pati tiek skaitant skaitmenis iš kairės į dešinę, tiek ir iš dešinės į kairę. Tokių skaičių pavyzdžiai: 33, 151, 6226.
Nustatykite, kas galėtų būti parašyta vietoj daugtaškių.

$12^2 + 20^2 + 1^2 = 10^2 + 2^2 + 21^2$,
$13^2 + 30^2 + 1^2 = 10^2 + 3^2 + 31^2$,
....
....
....
$19^2 +$ ....

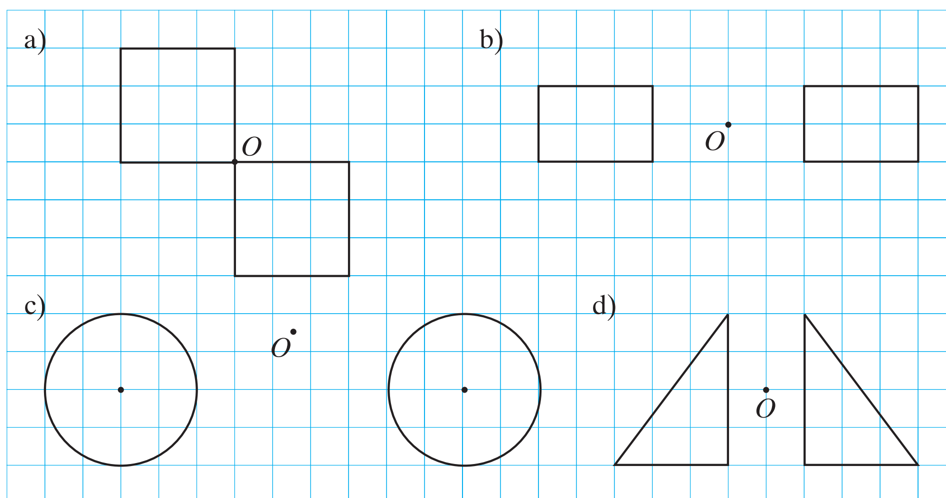
2 TAŠKO ATŽVILGIU SIMETRIŠKOS FIGŪROS

Paveikslėlyje nubraižyti du lygūs trikampiai ir pažymėtas taškas O. Bet kurį iš tų trikampių pasukus 180° kampu apie tašką O, jis sutaps su kitu trikampiu.



Sakoma: Šie du trikampiai yra simetriški taško O atžvilgiu.

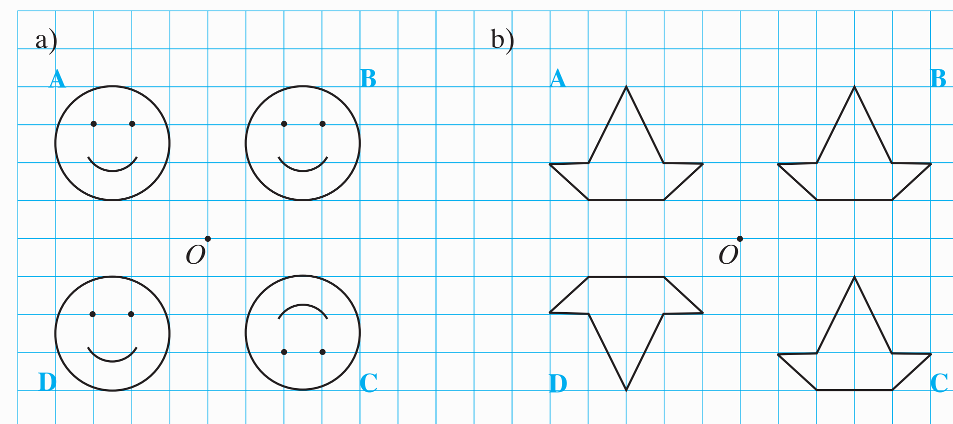
Užduotis. Pavaizduotos dvi lygios figūros ir taškas O. Ar tos figūros yra simetriškos taško O atžvilgiu?



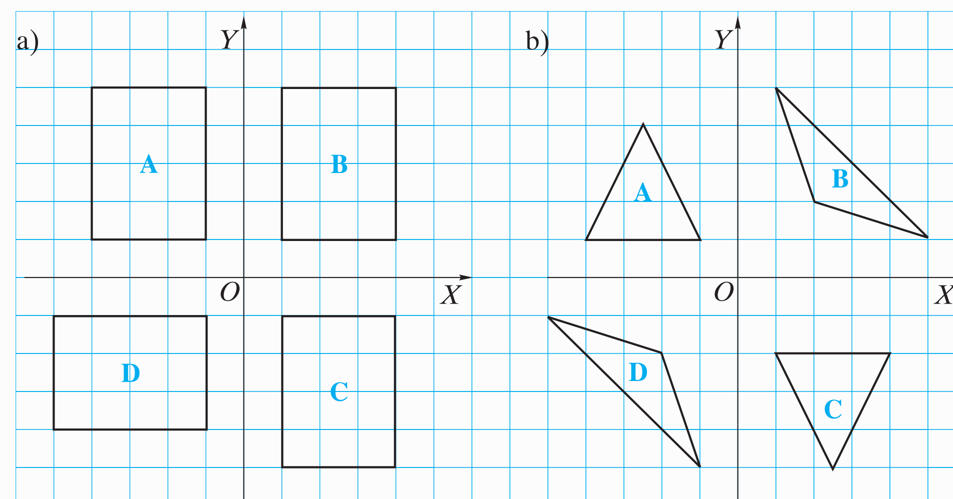
Dvi figūros yra *simetriškos taško atžvilgiu*, jei, vieną jų pasukus 180° kampu apie tą tašką, ji sutaps su kita figūra.



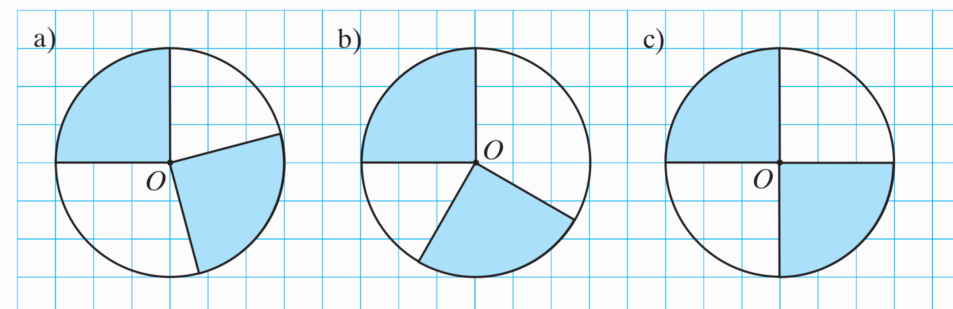
18. Kurios iš pavaizduotų figūrų **A**, **B**, **C** ir **D** yra simetriškos taško O atžvilgiu?



19. Kurios iš pavaizduotų figūrų **A**, **B**, **C** ir **D** yra simetriškos koordinačių pradžios taško O atžvilgiu?

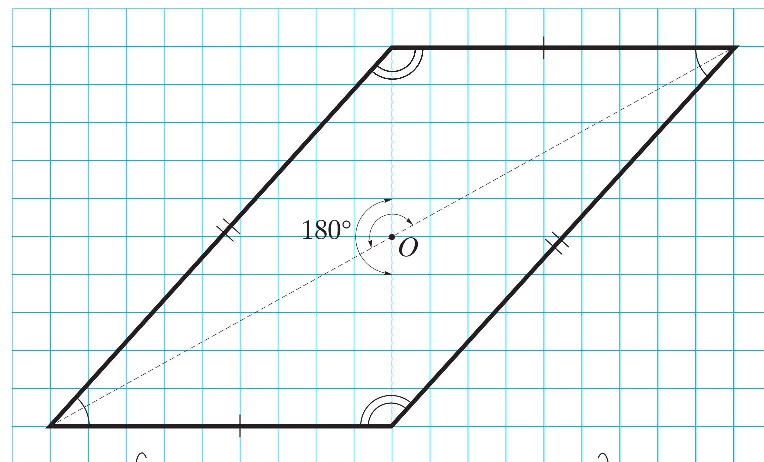


20. Ar nuspalvintos figūros yra simetriškos apskritimo centro O atžvilgiu?



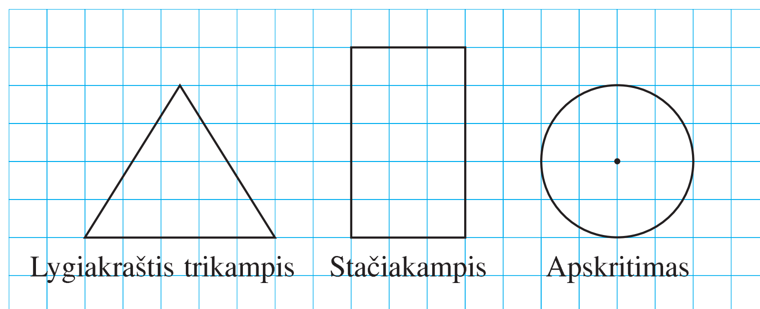
FIGŪROS, TURINČIOS SIMETRIJOS CENTRĄ

Paveikslėlyje nubraižytas lygiagretainis ir pažymėtas jo įstrižainių susikirtimo taškas O.
Pasukus tą lygiagretainį 180° kampu apie tašką O, jis sutaps su pačiu savimi.



Sakoma: Šis lygiagretainis turi simetrijos centrą. Taškas O yra šio lygiagretainio simetrijos centras.

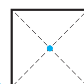
Užduotis.
1) Ar pavaizduota figūra turi simetrijos centrą?



Taškas yra figūros *simetrijos centras*, jei, pasukus figūrą apie tą tašką 180° kampu, figūra sutaps su pačia savimi.

2) Kur yra stačiakampio simetrijos centras? apskritimo simetrijos centras?

Kvadrato simetrijos centras yra jo įstrižainių susikirtimo taškas.

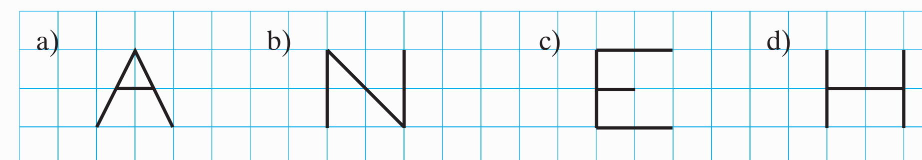




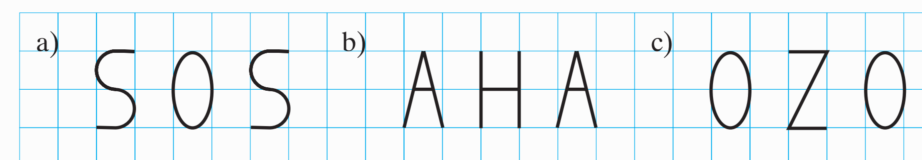
21. Ar turi simetrijos centrą gėlės žiedas? snaigė? eglė?



22. 1) Ar turi simetrijos centrą taip parašyta raidė?

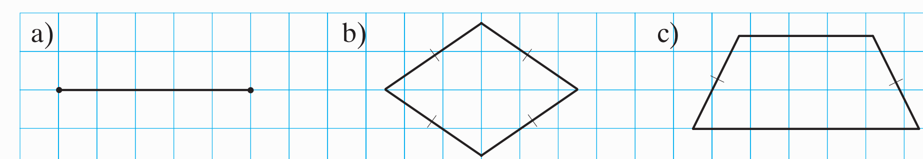


2) Ar turi simetrijos centrą taip parašytas žodis?

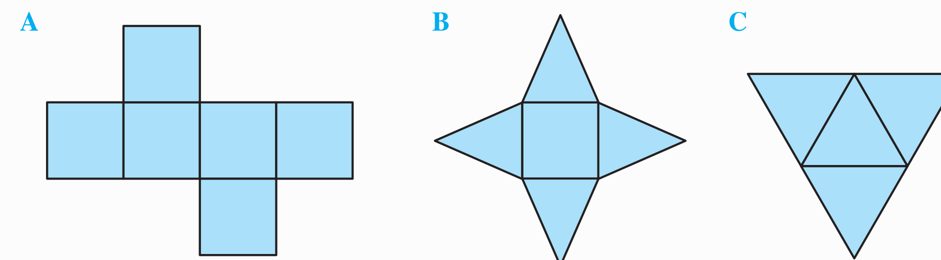


3) Parašykite dar kokį nors žodį, turintį simetrijos centrą.

23. Ar turi simetrijos centrą pavaizduota figūra?



24. Rima pasidarė trijų erdvinių kūnų išklotines.



1) Kokių kūnų išklotines pasidarė Rima?
2) Kurios iš tų išklotinių turi simetrijos centrą?

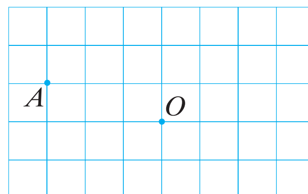
BRAIŽOME TAŠKO ATŽVILGIU SIMETRIŠKAS FIGŪRAS



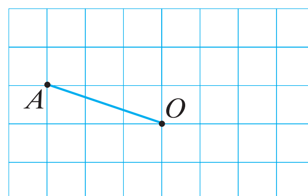
Kaip rasti tašką, simetrišką taškui A taško O atžvilgiu?

1 užduotis.

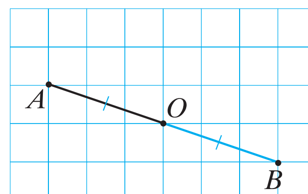
1) Sąsiuvinyje pažymėkite du taškus A ir O.



2) Nubrėžkite atkarpą AO.



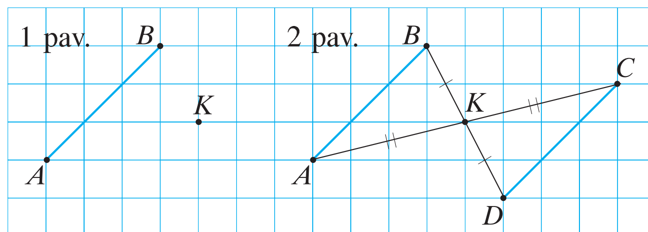
3) Pratęskite atkarpą AO ir kitoje taško O pusėje pažymėkite tašką B taip, kad $AO = OB$.





Taškai A ir B yra simetriški taško O atžvilgiu.

2 užduotis. Nubrėžkite atkarpą MN ir šalia jos padėkite tašką O. Remdamiesi paveikslėliais, nubrėžkite atkarpą KL, simetrišką atkarpai MN taško O atžvilgiu. Paaiškinkite, kaip braižėte.



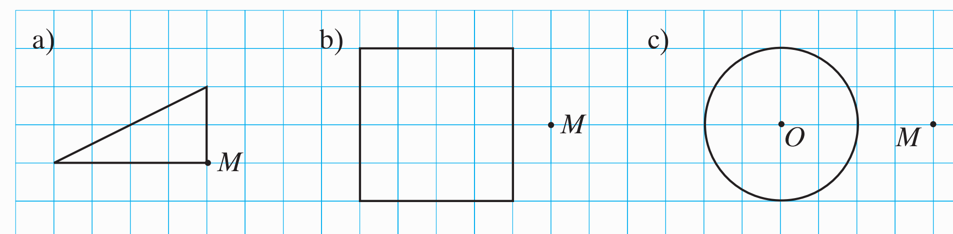
Atkarpos AB ir CD yra simetriškos taško K atžvilgiu.



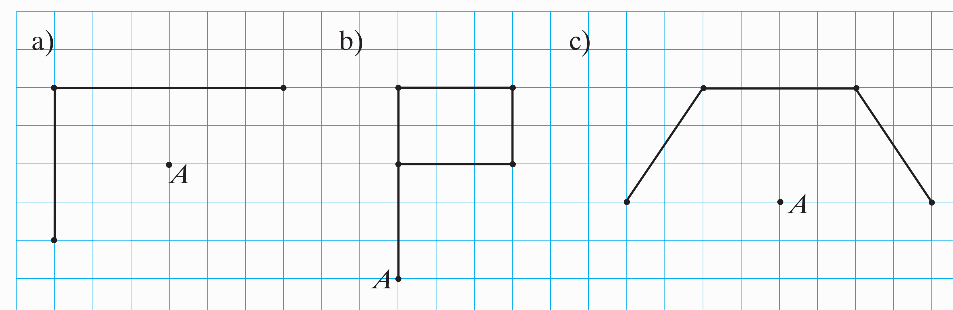
Braižant atkarpą, simetrišką duotajai atkarpai taško atžvilgiu, pakanka rasti atkarpos galams simetriškus taškus.



25. Persibraižę brėžinį, nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai taško M atžvilgiu.

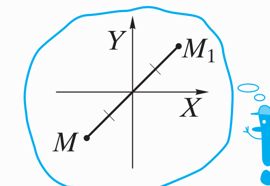


26. Taškas A yra figūros simetrijos centras. Brėžinyje matoma tik viena figūros pusė. Persibraižę duotąjį brėžinį, pabaikite braižyti tą figūrą.



27. 1) Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus $A(4; 2)$, $B(7; 0)$, $C(1; -2)$, $D(-2; -1)$, $E(-6; 3)$ ir $F(0; 5)$.

2) Pažymėkite taškus, simetriškus duotiesiems taškams koordinačių pradžios taško atžvilgiu.

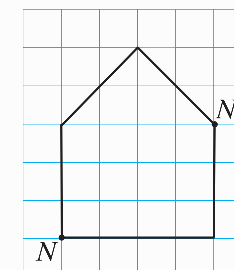


28. 1) Koordinačių plokštumoje nubrėžkite apskritimą, kurio centras būtų taške $A(4; -5)$, o spindulys būtų 2 vienetinių atkarpų ilgio.

2) Nubrėžkite apskritimą, simetrišką pirmajam apskritimui koordinačių pradžios taško atžvilgiu.

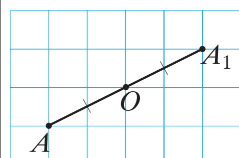
3) Užrašykite antrojo apskritimo centro taško koordinates.

29. Taškai N ir N_1 yra simetriški taško O, kuris brėžinyje nepažymėtas, atžvilgiu. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai taško O atžvilgiu.



APIBENDRINAME

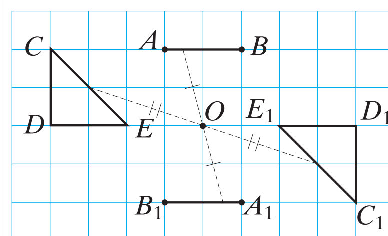
Taškai A ir A_1 vadinami *simetriškais taško O atžvilgiu*, jeigu taškas O yra atkarpos AA_1 vidurio taškas, t. y. $AO = OA_1$.
Tašką O laikysime simetrišku sau pačiam.



A ir A_1 — simetriški taško O atžvilgiu,
O — simetriškas sau pačiam.

Dvi figūros vadinamos *simetriškomis* tam tikro *taško atžvilgiu*, jeigu vienos figūros kiekvienas taškas yra simetriškas kitos figūros taškui to taško atžvilgiu.

Taško atžvilgiu simetriškos figūros yra lygios.



$AB = A_1B_1$
$\triangle CDE = \triangle C_1D_1E_1$

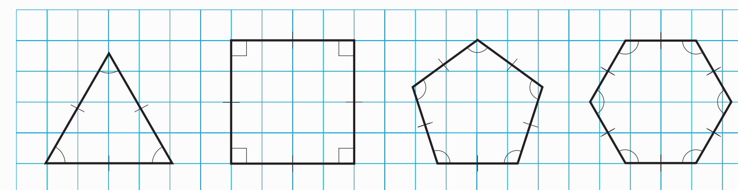
Figūra turi *simetrijos centrą* (yra simetriška centro atžvilgiu), jei ji yra simetriška sau pačiai tam tikro taško atžvilgiu.

Figūra	Simetrijos centras	Simetrijos centro padėtis
Atkarpà		Atkarpos vidurio taškas.
Kvadrãtas		Įstrižainių susikirtimo taškas.
Apskritìmas		Apskritimo centras.
Ròmbas		Įstrižainių susikirtimo taškas.
Stačiãkampis		Įstrižainių susikirtimo taškas.
Taisyklìngasis šešiãkampis		Priešingas viršūnes jungiančių įstrižainių susikirtimo taškas.
Tiesẽ		Kiekvienas tiesės taškas.



Taisyklingieji daugiakampiai

Daugiakampis vadinamas *taisyklinguoju*, jei jo visi kampai yra lygūs ir visos kraštinės yra lygios.
Pavaizduoti taisyklingieji daugiakampiai: trikampis, keturkampis, penkiakampis ir šešiakampis.

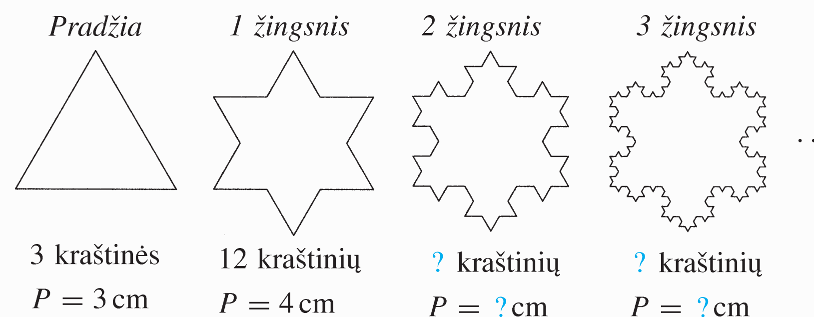


1) Kiek simetrijos ašių turi kiekvienas šių daugiakampių?
2) Kiek simetrijos ašių turi taisyklingasis:
   a) 7-kampis? b) 10-kampis? c) 100-kampis? d) n-kampis?
3) Kurie iš pavaizduotų taisyklingųjų daugiakampių turi simetrijos centrą?

3

Koch snaigė

Paveikslėlyje parodyta, kaip konstruojama vadinamoji Koch snaigė (ši snaigė pavadinta ją „sukūrusios“ švedų matematikės H. fon Koch garbei).

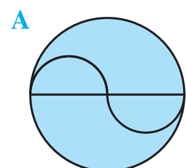
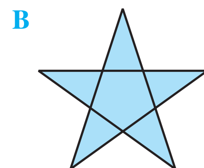
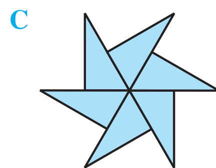


Pradžia. Pradedame nuo bet kokio lygiakraščio trikampio.
1 žingsnis. Kiekvieną lygiakraščio trikampio kraštinę dalijame į 3 lygias dalis. Ant vidurinės kiekvienos kraštinės dalies braižome lygiakraštį trikampį.
2, 3 ir tolesni žingsniai. Kiekvieną žvaigždės kraštinę dalijame į 3 lygias dalis ir ant vidurinių̨jų dalių braižome lygiakraščius trikampius ir taip be galo.

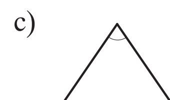
Užduotis.
1) Kiek simetrijos ašių turi Koch snaigė? O ar turi simetrijos centrą?
2) Kiek kraštinių turi 2-ojo žingsnio Koch snaigė? 3-ojo žingsnio?
3) Koks paveikslėlyje pavaizduotos 2-ojo žingsnio Koch snaigės perimetras?

SPRENDŽIAME

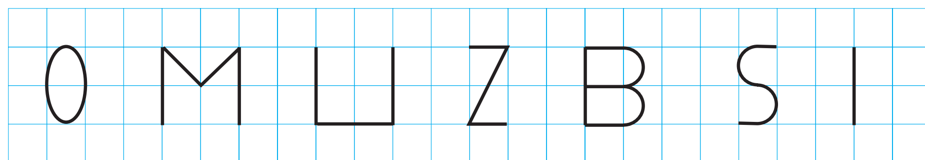
30. Kuri figūra — **A**, **B** ar **C** — *neturi* simetrijos centro?

A 
B 
C 

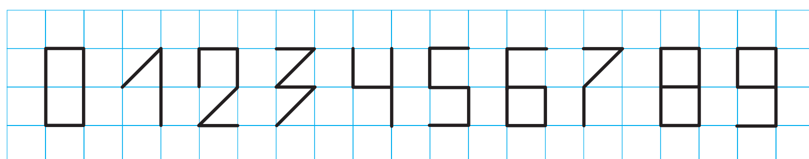
31. Ar turi simetrijos centrą pavaizduota figūra?

a) 
b) 
c) 

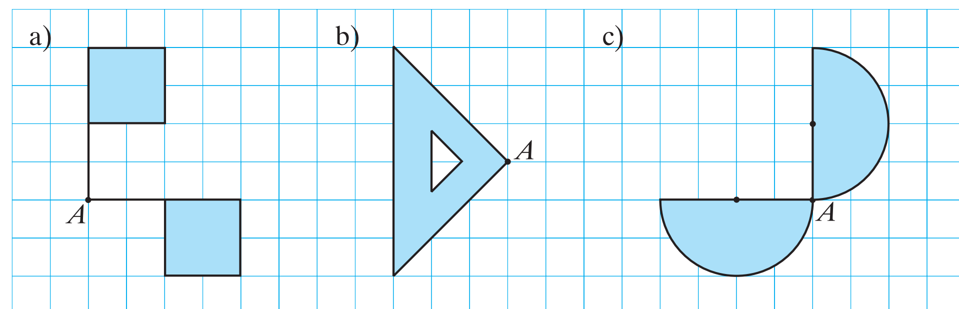
32. 1) Kuri iš taip parašytų raidžių turi simetrijos centrą?



2) Kurie iš taip parašytų skaičių turi simetrijos centrą?



33. Nubraižykite figūrą, jei žinoma, kad jos simetrijos centras yra taškas A, o brėžinyje pavaizduota tik viena figūros pusė.





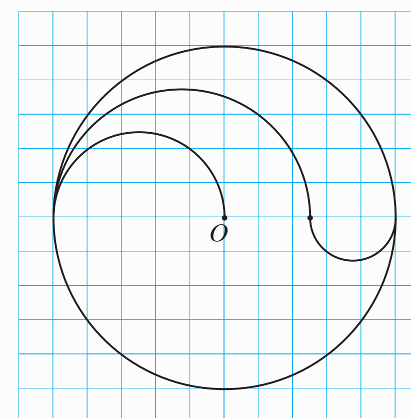
34. 1) Pažymėkite skaičių tiesėje taškus $A(-3)$, $B(4)$, $M(5)$ ir $C(8)$.
2) Raskite taškus:
a) simetriškus taškams A, B ir C taško M atžvilgiu;
b) simetriškus taškams B, M ir C taško A atžvilgiu;
c) simetriškus taškams A, M ir C taško B atžvilgiu;
d) simetriškus pažymėtiesiems taškams taško $O(0)$ atžvilgiu.
3) Kiekvienu atveju užrašykite gautųjų taškų koordinates.

35. Taškai A ir B yra kvadrato $ABCD$ viršūnės. Nubraižykite šį kvadratą, jei žinoma, kad jo simetrijos centras yra koordinačių pradžios taškas ir:
a) $A(-4; 4)$, $B(4; 4)$; b) $A(-3; 3)$, $C(3; -3)$;
c) $A(-5; 0)$, $C(0; 5)$; d) $B(0; 4)$, $D(0; -4)$.

36. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai koordinačių pradžios taško atžvilgiu, kai duotoji figūra yra:
a) apskritimas, kurio centro koordinatės yra $(-4; -5)$, o spindulys yra 3 vienetinių atkarpų ilgio;
b) trikampis MNK, kurio viršūnių koordinatės yra $M(2; -2)$, $N(9; -2)$, $K(2; -6)$;
c) keturkampis $ABCD$, kurio viršūnių koordinatės yra $A(-3; 2)$, $B(-7; 2)$, $C(-7; 7)$, $D(-1; 5)$.



37. Brėžinyje pavaizduotas apskritimas ir trys pusapskritimiai. Persipieškite šį brėžinį į sąsiuvinį.



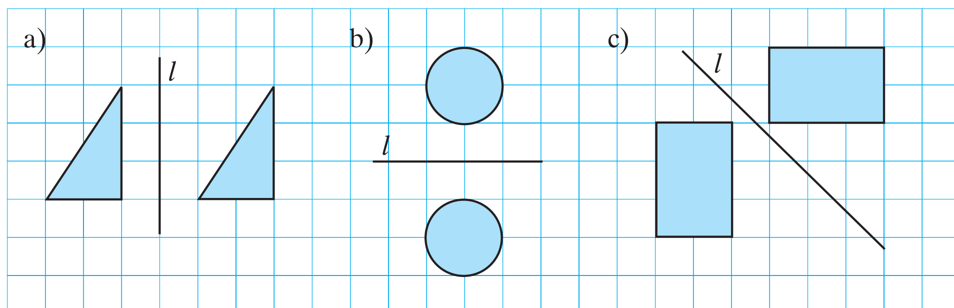
Papildykite jį trimis pusapskritimiais taip, kad gautoji figūra būtų simetriška centro O atžvilgiu.



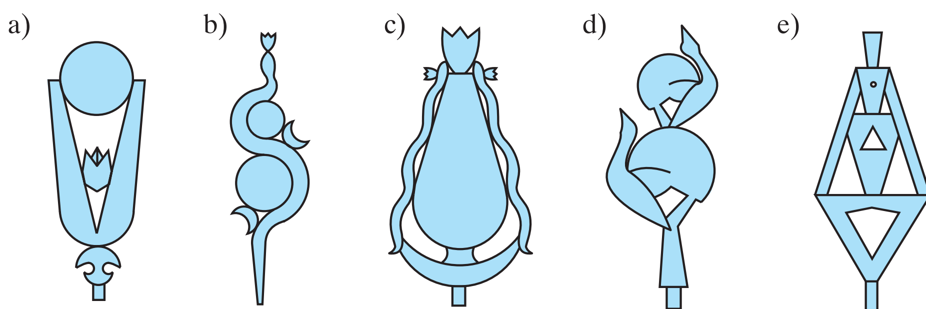
38. Iš kvadratinio popieriaus lapo iškirpkite kvadratinę skylę taip, kad gautoji figūra turėtų:
a) tik vieną simetrijos ašį, o simetrijos centro neturėtų;
b) keturias simetrijos ašis ir simetrijos centrą (du būdai);
c) tik simetrijos centrą.

PASITIKRINAME

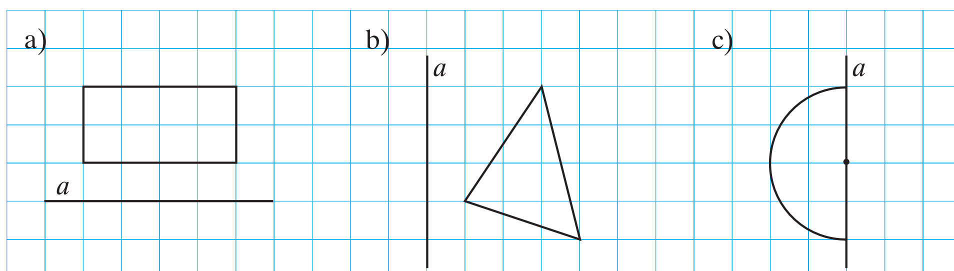
39. Iš akies nustatykite, ar pavaizduotos figūros yra simetriškos tiesės l atžvilgiu.



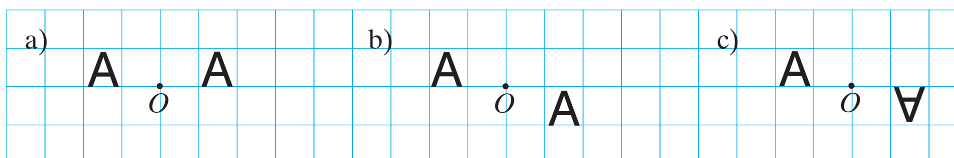
40. Ar pavaizduota figūra turi simetrijos ašį?



41. Persibraižykite brėžinį. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai tiesės a atžvilgiu.

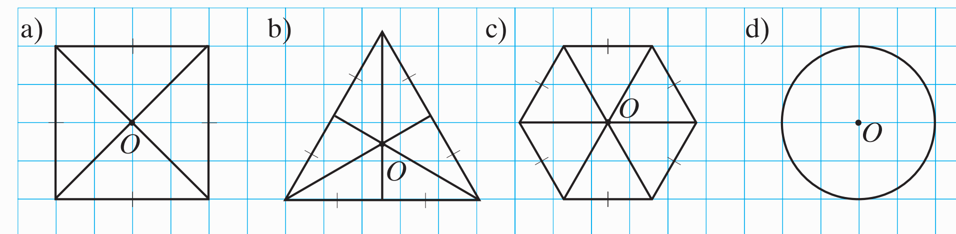


42. Ar pavaizduotos dvi raidės yra simetriškos taško O atžvilgiu?

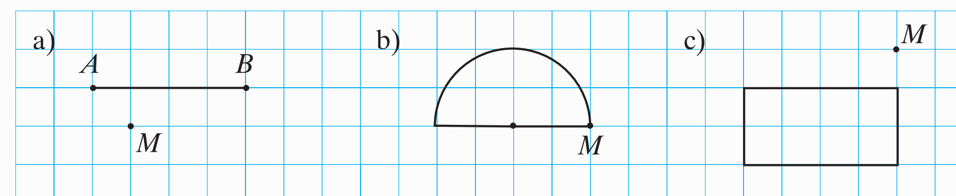




43. Ar taškas O yra pavaizduotos figūros simetrijos centras?



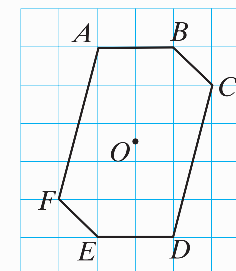
44. Persibraižykite brėžinį. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai figūrai taško M atžvilgiu.



45. Taškas O yra šešiakampio $ABCDEF$ simetrijos centras.

a) Užrašykite taškus, simetriškus taškams A, B ir C taško O atžvilgiu.

b) Užrašykite atkarpas, simetriškas atkarpoms CD, DE, EF centro O atžvilgiu.



46. 1) Koordinačių plokštumoje nubraižykite trikampį ABC, kurio viršūnės yra taškuose $A(2; 5)$, $B(2; 2)$ ir $C(6; 2)$.

2) Nubraižykite trikampį $A_1B_1C_1$, simetrišką trikampiui ABC:

a) koordinačių ašies OX atžvilgiu;

b) koordinačių ašies OY atžvilgiu;

c) koordinačių pradžios taško O atžvilgiu.

3) Kiekvienu atveju užrašykite trikampio $A_1B_1C_1$ viršūnių koordinates.

47. 1) Nubraižykite nurodytą figūrą.

a) Atkarpą, kurios ilgis yra 4 cm.

b) Stačiakampį, kurio vienos kraštinės ilgis yra 5 cm, o kitos — 3 cm.

c) Kvadratą, kurio kraštinės ilgis yra 4 cm.

d) Rombą, kurio įstrižainių ilgiai yra 4 cm ir 6 cm.

e) Kampą, kurio dydis yra 140°.

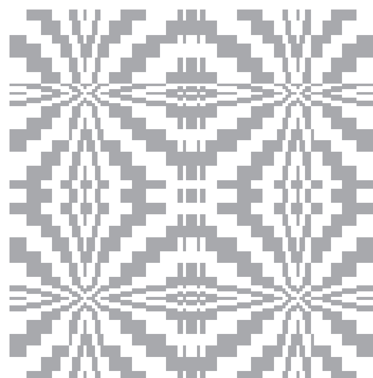
2) Nubrėžkite kiekvienos šių figūrų simetrijos ašį (ašis).

3) Kurios iš šių figūrų turi simetrijos centrą? Pažymėkite jį.

Ornamentas

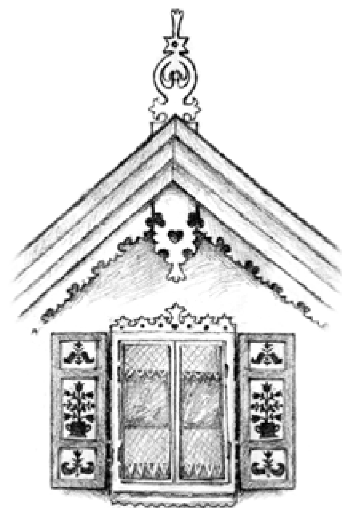
Ornamentas — pati seniausia dailės rūšis, sutinkama beveik visose lietuvių liaudies dailės šakose:

- tekstilėje;
- drabužių puošyboje;

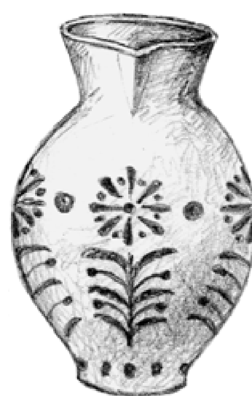




- architektūroje;
- metalo dirbiniuose;
- keramikoje.







Lietuvių liaudies kalboje žodis *ornamentas* tapatinamas su žodžiu *raštas*. Svarbiausia ornamento ypatybė — kokių nors elementų (linijų, dėmių, spalvų) tolygus pasikartojimas.

Užduotis.

1) Kurie iš aukščiau pateiktų ornamento pavyzdžių turi:
   a) tik simetrijos ašį (ašis); b) tik simetrijos centrą;
   c) ir simetrijos ašį (ašis), ir simetrijos centrą.
2) Nupieškite kokį nors simetrišką ornamentą.



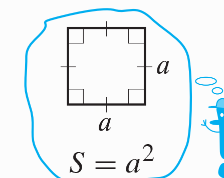
KARTOJAME

48. Apskaičiuokite laipsnio reikšmę.

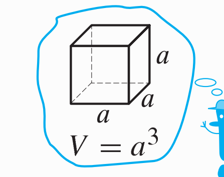
a) 6^2; b) $(-3)^4$; c) 2^5; d) $(-5)^3$;
e) $0{,}2^3$; f) $(-0{,}1)^6$; g) $2{,}3^2$; h) $(-1{,}3)^3$;
i) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; j) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; k) $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$; l) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3$.

$\left(1\frac{2}{3}\right)^2 = 1\frac{2}{3}\cdot 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}\cdot\frac{5}{3} = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$

49. Apskaičiuokite plotą kvadrato, kurio kraštinės ilgis yra:
a) 8 cm; b) 0,9 dm; c) $2\frac{1}{4}$ m.



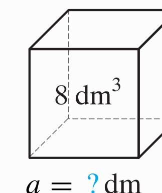
50. Apskaičiuokite tūrį kubo, kurio briaunos ilgis yra:
a) 4 cm; b) 2,5 dm; c) $3\frac{1}{2}$ m.



51. Atspėkite brėžinyje pavaizduoto kvadrato kraštinės ilgį.

a) $S = 25\ \text{cm}^2$, $a = ?$ cm
b) $S = 100\ \text{m}^2$, $a = ?$ m
c) $S = 0{,}04\ \text{m}^2$, $a = ?$ m
d) $S = \frac{9}{16}\ \text{dm}^2$, $a = ?$ dm

52. Kubo formos indas sklidinai pripiltas vandens. Koks indo briaunos ilgis, jei inde telpa 8 dm^3 vandens?



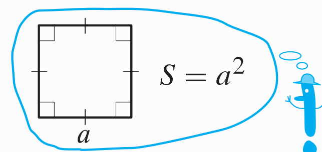
53. Apskaičiuokite.

a) $3\cdot 3^3$; b) $5^8 : 5^6$; c) $\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot 2^5$;
d) $27^3 : 9^3$; e) $\left(2^3\right)^2$; f) $\left(10^3\right)^3$.

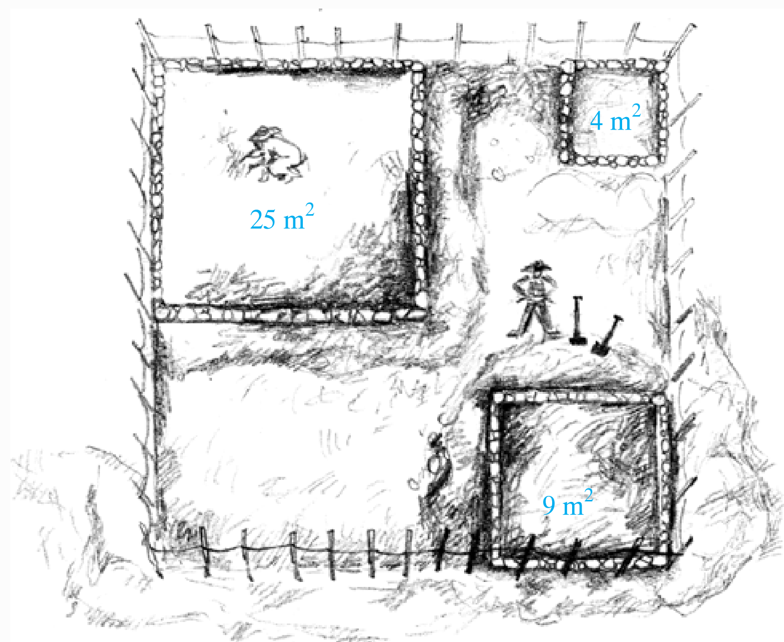
Archeologiniai kasinėjimai

Archeologinių tyrinėjimų metu grupė studentų kasinėjo kvadratiniame sklype, kurio krašto ilgis 10 m.

Užduotis. Kokiame plote kasinėjo studentai?



Šių kasinėjimų metu buvo atkastos kelių kvadrato formos statinių pamatų liekanos: pirtelės — $4\,\text{m}^2$, amatininko dirbtuvės — $9\,\text{m}^2$ ir gyvenamojo namo — $25\,\text{m}^2$.





O kokie šių pamatų kraštų ilgiai?

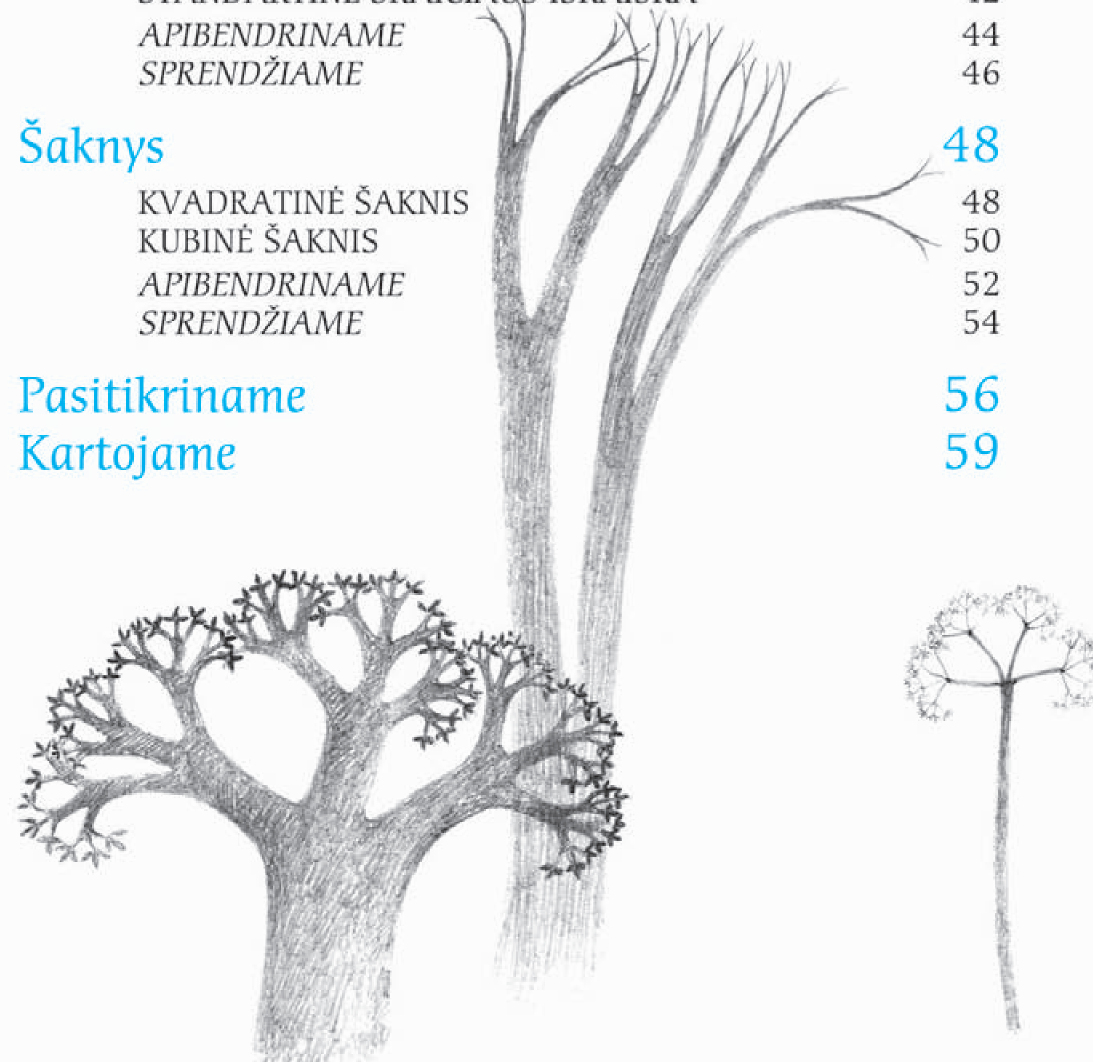
Juos apskaičiuoti galėsite išmokę skyrių „Laipsniai ir šaknys“.



***Šiame skyriuje*:**

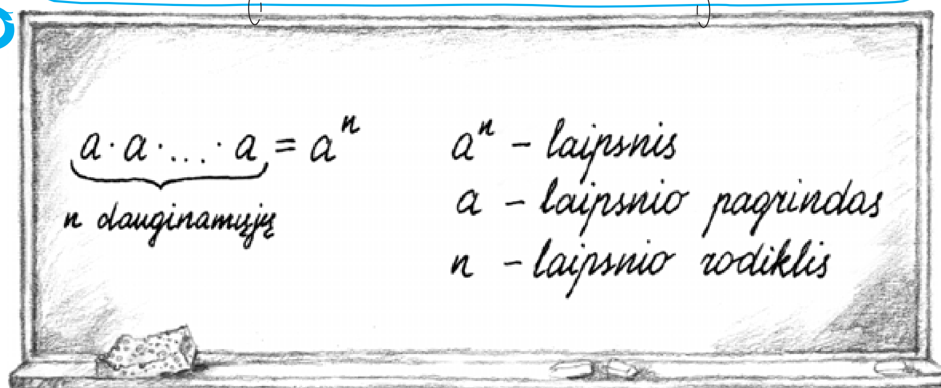
- pakartosite laipsnius su natūraliaisiais rodikliais ir prisiminsite jų savybes;
- susipažinsite su laipsniais, kurių rodikliai yra sveikieji skaičiai, bei sužinosite jų savybes;
- išmoksite labai didelius ir labai mažus skaičius užrašyti trumpiau;
- sužinosite, kas tai yra kvadratinė šaknis; kubinė šaknis.

2 LAIPSNIAI IR ŠAKNYS



LAIPSNIS SU NATŪRALIUOJU RODIKLIU

Prisiminkime, kaip vienodų dauginamųjų sandauga užrašoma laipsniu.



1 užduotis.

1) Vienodų dauginamųjų sandaugą parašykite laipsniu.

a) $8\cdot 8$; b) $(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)$; c) $0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1$;

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$; e) $1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{3}$.

Sandauga n dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a n-tuoju ***laipsniu***.

$8{,}2\cdot 8{,}2\cdot 8{,}2\cdot 8{,}2 = 8{,}2^4$

Rašome: a^n
Skaitome: a entuoju

$8{,}2^4$ — laipsnis
Skaitome: aštuoni sveiki ir dvi dešimtosios ketvirtuoju

2) Pasakykite kiekvieno užrašyto laipsnio pagrindą ir rodiklį.

a^n — laipsnis
a — laipsnio pagrindas
n — laipsnio rodiklis

$8{,}2^4$ — laipsnis
$8{,}2$ — laipsnio pagrindas
4 — laipsnio rodiklis

3) Apskaičiuokite kiekvieno laipsnio reikšmę.

2 užduotis. Laipsnį parašykite vienodų dauginamųjų sandauga, o tada apskaičiuokite tos sandaugos reikšmę.

a) 10^2; b) $(-3)^3$; c) $0{,}1^4$; d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$;

e) $\left(1\frac{2}{5}\right)^2$; f) 1^{10}; g) $(-1)^7$; h) 0^9.

54. Apskaičiuokite neigiamojo skaičiaus laipsnių su lyginiais rodikliais reikšmes.

a) $(-2)^2$, $(-2)^4$, $(-2)^6$, $(-2)^8$;
b) $(-3)^2$, $(-3)^4$, $(-3)^6$;
c) $(-1)^2$, $(-1)^4$, $(-1)^6$, $(-1)^8$, $(-1)^{100}$.

55. Apskaičiuokite neigiamojo skaičiaus laipsnių su nelyginiais rodikliais reikšmes.

a) $(-2)^1$, $(-2)^3$, $(-2)^5$, $(-2)^7$;
b) $(-3)^1$, $(-3)^3$, $(-3)^5$;
c) $(-1)^1$, $(-1)^3$, $(-1)^5$, $(-1)^7$, $(-1)^{99}$.

56. Nustatykite, koks ženklas ($>$ ar $<$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(-4)^2 \square 0$, $(-4)^4 \square 0$, $(-4)^{10} \square 0$;
b) $(-4)^3 \square 0$, $(-4)^5 \square 0$, $(-4)^{11} \square 0$;
c) $(-4)^2 \square (-4)^3$, $(-4)^6 \square (-4)^{10}$, $(-4)^7 \square (-4)^9$.

57. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.

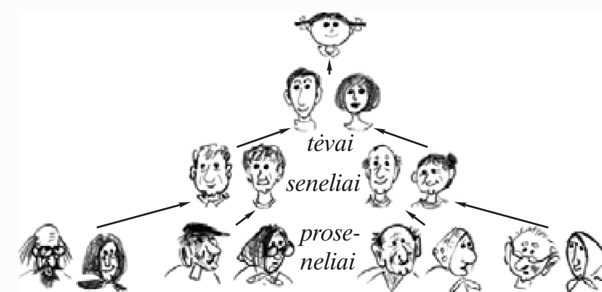
a) $7^2 - 12$; b) $-8 + 3^3$; c) $14 - 2^5$;
d) $(-2)^4 + 4^2$; e) $(-4)^3\cdot(-1)^{10}$; f) $(-3)^2\cdot(-1)^7$;
g) $(-6)^2 : (-1)^9$; h) $(-2)^4 : (-8)$; i) $-625 : (-5)^4$.

58. Apskaičiuokite skaičiaus 2 ir jam atvirkštinio skaičiaus:

a) sumos kvadratą; b) sumos kubą;
c) kvadratų sumą; d) skirtumo kvadratą;
e) skirtumo kubą; f) kubų skirtumą.

Skaičiai a ir $\frac{1}{a}$ vadinami vienas kitam *atvirkštiniais*.

59. Gertrūda nupiešė savo šeimos genealoginį medį.

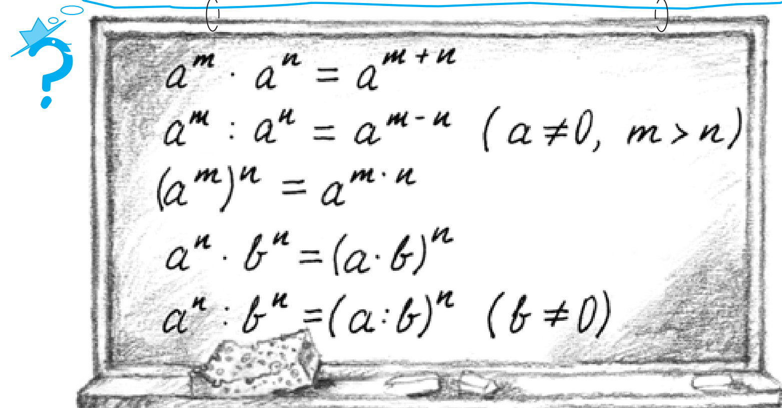


1) Užrašykite laipsniu Gertrūdos:
a) tėvų skaičių; b) senelių skaičių; c) prosenelių skaičių;
d) proprosenelių skaičių; e) proproprosenelių skaičių.

2) Apskaičiuokite Gertrūdos proproprosenelių skaičių.

LAIPSNIŲ SU NATŪRALIAISIAIS RODIKLIAIS SAVYBĖS

Prisiminkime laipsnių su natūraliaisiais rodikliais savybes.



1 užduotis. Laipsnių su vienodais pagrindais sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $2^5 \cdot 2^2$; b) $(-3)^4 \cdot (-3)^3$;

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$; d) $(-2,1)^6 \cdot (-2,1)^3$.

$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

2 užduotis. Laipsnių su vienodais pagrindais dalmenį užrašykite laipsniu.

a) $2^5 : 2^2$; b) $(-3)^4 : (-3)^3$;

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^5$; d) $(-2,1)^6 : (-2,1)^3$.

$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$

3 užduotis. Laipsnį, pakeltą laipsniu, užrašykite laipsniu.

a) $(2^5)^2$; b) $((-3)^4)^3$;

c) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^7\right)^5$; d) $((-2,1)^6)^3$.

$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$

4 užduotis. Laipsnių su vienodais rodikliais sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $3^2 \cdot 5^2$; b) $0,5^7 \cdot 20^7$;

c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^5$; d) $(-2,5)^3 \cdot 4^3$.

$2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

5 užduotis. Laipsnių su vienodais rodikliais dalmenį užrašykite laipsniu.

a) $10^4 : 5^4$; b) $21^3 : 7^3$;

c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{9}{8}\right)^5$; d) $6,4^5 : (-0,8)^5$.

$10^3 : 2^3 = (10 : 2)^3 = 5^3$

60. Reiškinį užrašykite laipsniu.

a) $4^3 \cdot 4^2$; b) $(-3)^7 \cdot (-3)^2$; c) $2^6 : 2^4$;

d) $(-5)^9 : (-5)^6$; e) $(6^4)^3$; f) $7^5 \cdot 3^5$;

g) $(-2)^5 \cdot 3^5$; h) $8^6 : 4^6$; i) $6^3 : (-2)^3$.

61. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $3^5 : 3^2 - 2^6$; b) $(-1)^8 \cdot (-1)^9 + (-3)^3$; c) $((-2)^3)^2 - 4^6 : 4^5$;

d) $8^6 : 4^6 - 2^2$; e) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$; f) $0,5^7 \cdot 2^7 + 0,8^2$.

62. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj žvaigždutės, kad būtų teisinga lygybė:

a) $5^7 \cdot 5^6 = 5^*$? b) $(-2)^3 \cdot (-2)^* = (-2)^{17}$? c) $7^* \cdot 7^{13} = 7^{21}$?

d) $3^{15} : 3^9 = 3^*$? e) $(-8)^{11} : (-8)^* = (-8)^7$? f) $6^* : 6^8 = 6$?

g) $(4^6)^8 = 4^*$? h) $((-7)^3)^* = (-7)^{21}$? i) $(9^*)^9 = 9^{81}$?

63. Reiškinį parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 10.

a) $1000 \cdot 10^4$; b) $10^7 \cdot 100^2$; c) $1000^4 \cdot (10^5)^2$;

d) $10^9 : 10\,000$; e) $100^3 : 10^5$; f) $(10^3)^3 : 100$;

g) $0,2^7 \cdot 500^7$; h) $0,25^3 \cdot 400^3$; i) $300^5 : 0,3^5$.

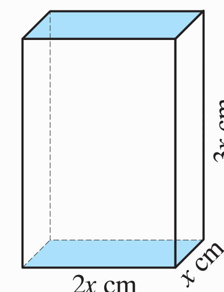
64. Reiškinį užrašykite laipsniu.

a) $a^5 \cdot a^3$; b) $(-b)^9 \cdot (-b)^4$; c) $a^7 : a^4$;

d) $(-b)^7 : (-b)^2$; e) $(a^2)^5$; f) $((-b)^3)^6$;

g) $a^3 \cdot b^3$; h) $(-a)^7 \cdot b^7$; i) $a^6 : b^6$.

65. Stačiakampio gretasienio ilgis yra $2x$ cm, plotis — x cm, aukštis — $3x$ cm. Jo pagrindai nuspalvinti. Nurodykite teisingo atsakymo raidę.



a) Pagrindo plotas (cm²) lygus

A $4x^2$ **B** $2x^2$ **C** $9x^2$

b) Tūris (cm³) lygus

A $6x^3$ **B** $12x^2$ **C** $5x^3$

c) Šoninio paviršiaus plotas (cm²) lygus

A $10x^2$ **B** $18x^4$ **C** $18x^2$

d) Viso paviršiaus plotas (cm²) lygus

A $22x^2$ **B** $22x^4$ **C** $20x^2$

LAIPSNIS SU SVEIKUOJU RODIKLIU

Kaip apskaičiuoti reikšmę laipsnio, kurio rodiklis yra *neteigiamas* sveikasis skaičius?

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

Imkime laipsnius, kurių pagrindas lygus 2. Pradėkime nuo 2^3 ir stebėkime, kaip keičiasi laipsnių reikšmės, laipsnio rodikliui mažėjant vienetu.

4

$2^3 = 8$ $:2$
$2^2 = 4$ $:2$
$2^1 = 2$

Laipsnio 2^n rodikliui sumažėjus vienetu, laipsnio reikšmė sumažėja dvigubai.

Vadinasi:
- laipsnio 2^0 reikšmę gausime 2^1 padaliję iš 2;
- laipsnio 2^{-1} reikšmę gausime 2^0 padaliję iš 2;
- laipsnio 2^{-2} reikšmę gausime 2^{-1} padaliję iš 2 ir t. t.

$2^1 = 2$ $:2$
$2^0 = 1$ $:2$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$ $:2$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$ $:2$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

$1 : 2 = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} : \frac{2}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{4} : \frac{2}{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Pastebėkime, kad $2^{-1} = \frac{1}{2^1}$, $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$, $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$.

Užduotis.

1) Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $3^{-5} = \frac{1}{3^{\square}}$? b) $3^{\square} = \frac{1}{3^{10}}$? c) $\frac{1}{3^7} = 3^{\square}$? d) $\frac{1}{3^{\square}} = 3^{-6}$?

2) Apskaičiuokite reikšmes laipsnių:
a) 3^4, 3^3, 3^2, 3^1; b) 3^0, 3^{-1}, 3^{-2}, 3^{-3}, 3^{-4}.

66. Laipsnį su sveikuoju neigiamuoju rodikliù parašykite trupmena.
a) 6^{-2}; b) 2^{-5}; c) 4^{-1};
d) $(-8)^{-7}$; e) $(-2)^{-4}$; f) $(-5)^{-1}$;
g) a^{-2}; h) x^{-5}; i) $(-n)^{-3}$.

$(-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3}$

67. Trupmeną parašykite laipsniu su sveikuoju neigiamuoju rodikliu.
a) $\frac{1}{4^2}$; b) $\frac{1}{5^6}$; c) $\frac{1}{7}$;
d) $\frac{1}{(-6)^5}$; e) $\frac{1}{(-3)^8}$; f) $\frac{1}{-4}$;
g) $\frac{1}{a^2}$; h) $\frac{1}{x^5}$; i) $\frac{1}{(-n)^3}$.

$\frac{1}{-10} = (-10)^{-1}$

68. a) Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 2.
8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.
b) Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 3.
27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$.

69. Pakelkite laipsniu.
a) 5^{-3}; b) 2^{-5}; c) 8^{-2}; d) 12^{-1}; e) 5^0;
f) $(-3)^{-3}$; g) $(-4)^{-2}$; h) $(-2)^{-6}$; i) $(-4)^{-1}$; j) $(-9)^0$.

70. Duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 10.
a) 100; b) 10 000; c) 10 000 000; d) 0,1; e) 0,001; f) 0,00001.

71. Apskaičiuokite reikšmę laipsnio, kurio pagrindas yra paprastoji trupmena, o rodiklis — neigiamasis skaičius.
a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$;
b) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$, $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$, $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$.

$\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^1 = \frac{5}{3}$,
$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = 1 : \left(\frac{a}{b}\right)^n = 1 : \frac{a^n}{b^n} = 1 \cdot \frac{b^n}{a^n} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

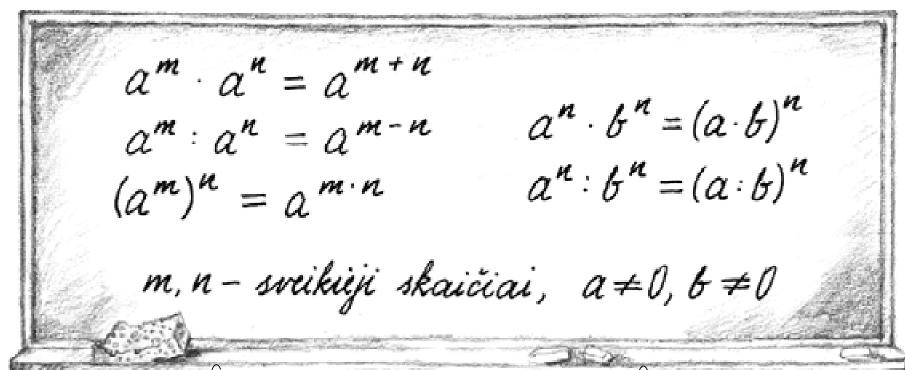
72. Apskaičiuokite reikšmę laipsnio, kurio pagrindas yra mišrusis skaičius, o rodiklis — neigiamasis skaičius.
a) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-2}$; b) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3}$;
c) $\left(3\frac{1}{3}\right)^{-1}$; d) $\left(5\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

$\left(2\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{27}{512}$

73. Apskaičiuokite reikšmę laipsnio, kurio pagrindas yra dešimtainė trupmena, o rodiklis — neigiamasis skaičius.
a) $0{,}1^{-2}$; b) $0{,}2^{-2}$;
c) $3{,}1^{-1}$; d) $1{,}25^{-3}$.

$1{,}4^{-2} = \left(\frac{14}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$

LAIPSNIŲ SU SVEIKAISIAIS RODIKLIAIS SAVYBĖS



Laipsnių su natūraliaisiais rodikliais savybės tinka ir laipsniams su sveikaisiais rodikliais.

1 užduotis. Imkime du laipsnius, kurių pagrindai vienodi, o rodikliai yra sveikieji skaičiai, pavyzdžiui, 3^{-4} ir 3^7.

1) Šių laipsnių sandaugą užrašykite laipsniu: $3^{-4} \cdot 3^7 = \square$.

$2^{-3} \cdot 2^6 = 2^{-3+6} = 2^3$

2) Šių laipsnių dalmenį užrašykite laipsniu: $3^{-4} : 3^7 = \square$.

$2^{-3} : 2^6 = 2^{-3-6} = 2^{-9}$

2 užduotis.
Užrašykite laipsnį, kurį gausite, 5^{-2} pakėlę kvadratu: $(5^{-2})^2 = \square$.

$(4^{-1})^3 = 4^{-1 \cdot 3} = 4^{-3}$

3 užduotis. Imkime du laipsnius, kurių rodikliai yra vienodi, pavyzdžiui: 10^{-4} ir 2^{-4}.

1) Šių laipsnių sandaugą užrašykite laipsniu: $10^{-4} \cdot 2^{-4} = \square$.

$6^{-2} \cdot 2^{-2} = (6 \cdot 2)^{-2} = 12^{-2}$

2) Šių laipsnių dalmenį užrašykite laipsniu: $10^{-4} : 2^{-4} = \square$.

$6^{-2} : 2^{-2} = (6 : 2)^{-2} = 3^{-2}$

74. Reiškinį užrašykite laipsniu.
a) $3^{-5} \cdot 3^7$; b) $5^4 \cdot 5^{-8}$; c) $2^{-8} \cdot 2^{-12}$;
d) $5^{-7} : 5^{10}$; e) $4^{13} : 4^{-5}$; f) $7^{-8} : 7^{-12}$;
g) $(3^{-4})^5$; h) $(6^3)^{-8}$; i) $(2^{-9})^{-4}$.

75. Apskaičiuokite.
a) $5^{-3} \cdot 5^5$; b) $2^7 \cdot 2^{-4}$; c) $2^{-2} \cdot 2^{-3}$;
d) $2^{-2} : 2^2$; e) $4^{-2} : 4^{-1}$; f) $3^2 : 3^{-2}$;
g) $(2^2)^{-2}$; h) $(3^{-1})^4$; i) $(4^{-3})^{-1}$;
j) $0{,}2^{-5} \cdot 5^{-5}$; k) $1{,}8^{-6} : 0{,}9^{-6}$; l) $0{,}4^{-7} \cdot 2{,}5^{-7}$.

76. Reiškinį užrašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 2.
a) $8 \cdot 2^{-12}$; b) $\frac{1}{2^5} \cdot 2^{-7}$; c) $2^{-8} \cdot \frac{1}{16}$; d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot 2^{17}$; e) $4^{-3} \cdot \frac{1}{32}$.

$3^{-2} \cdot \frac{1}{27} = 3^{-2} \cdot \frac{1}{3^3} = 3^{-2} \cdot 3^{-3} = 3^{-2+(-3)} = 3^{-5}$

77. Nustatykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė.
a) $7^{-5} \cdot 7^2 = 7^{\square}$; b) $3^{-6} \cdot 3^{\square} = 3^6$; c) $9^{\square} \cdot 9^{10} = 9$;
d) $6^{-8} : 6^4 = 6^{\square}$; e) $8^7 : 8^{\square} = 8^{-7}$; f) $5^{\square} : 5 = 5^{-3}$;
g) $(4^{-6})^3 = 4^{\square}$; h) $(2^5)^{\square} = 2^{-20}$; i) $(2^{\square})^{-5} = 2^{30}$.

78. 1) Laipsnį 2^{-20} užrašykite sandauga dviejų laipsnių, kurių vienas lygus:
a) 2^5; b) 2^{-15}; c) 2^2; d) 2^{-10}; e) 2^{-1}; f) 2^0.
2) Laipsnį 2^{-20} užrašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus:
a) 2^2; b) 2^4; c) 2^{20}; d) 2^{-5}; e) 2^{-10}; f) 2^{-1}.

79. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $(3^{-2})^{-1} - 7\frac{3}{5}$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 1\frac{5}{8}$; c) $4{,}8 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot 4^{-2}$;
d) $-3\frac{2}{5} + 2^{-5} : 2^{-7}$; e) $3^{-2} : 3^{-3} + 9^{-1}$; f) $3^{-7} \cdot 3^5 + (3^{-2})^2$.

80. Reiškinį užrašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus a.
a) $a^{-3} \cdot a^5$; b) $a^{-6} : a^2$; c) $a^3 : a^{-4}$; d) $(a^{-5})^2$;
e) $(a^4 \cdot a^{-7})^3$; f) $(a^5 : a^6)^{-4}$; g) $(a^{-7} : a^{-5})^2$; h) $(a^{-6})^{-8}$.

5 STANDARTINĖ SKAIČIAUS IŠRAIŠKA

5 974 000 000 000 000 000 000 000 kg — Žemės masė
0,00000005 kg — musės sparnelio masė



$5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg — Žemės masė
$5 \cdot 10^{-8}$ kg — musės sparnelio masė



Žemės masę ir musės sparnelio masę ? užrašė įprastine forma, o ! užrašė sandauga dviejų dauginamųjų, kurių:

- vienas dauginamasis yra ne mažesnis už 1 ir yra mažesnis už 10,
- kitas dauginamasis yra 10-ties laipsnis.

Toks skaičiaus užrašymas vadinamas ***standártinė ìšraiška***.

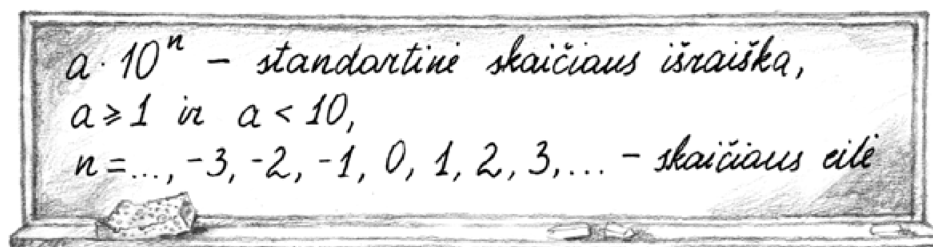
6 *1 užduotis.*

1) Užrašykite standartine išraiška skaičių:
   a) 8 940 000 000 000; b) 0,000000047.

$35\,000\,000\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10\,000\,000\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10^{13}$

$0{,}0000000271 = 2{,}71 \cdot 0{,}00000001 = 2{,}71 \cdot 10^{-8}$

2) Pagalvokite, kokius skaičius patogu rašyti standartine išraiška.
3) Paaiškinkite, kaip iš skaičiaus standartinės išraiškos galima spręsti, ar duotasis skaičius yra labai didelis, ar labai mažas.



2 užduotis.

1) Pasakykite, kam lygi kiekvieno standartine išraiška parašyto skaĩčiaus eĩlė.
   $4{,}5 \cdot 10^7$; $7{,}843 \cdot 10^5$; $6{,}41 \cdot 10^{-6}$; $3{,}1 \cdot 10^{-5}$.
2) Tuos skaičiùs surašykite:
   a) didėjimo tvarka; b) įprastine forma.

$3{,}72 \cdot 10^5 = 3{,}72 \cdot 100\,000 = 372\,000$

$5{,}3 \cdot 10^{-4} = 5{,}3 \cdot 0{,}0001 = 0{,}00053$

81. Užrašykite skaičių dešimties laipsniu.
a) 100; b) 1000; c) 100 000; d) 10 000 000;
e) 0,1; f) 0,001; g) 0,00001; h) 0,0000001.

82. Užrašykite skaičių standartine išraiška ir pasakykite to skaičiaus eilę.
a) 37 000; b) 41 200 000; c) 725 600; d) 512;
e) 0,06; f) 0,00004; g) 0,00000073; h) 0,352.

83. Išreikškite plotą kvadratiniais metrais ir gautąjį skaičių užrašykite standartine išraiška.
a) 135 ha; b) 7480 ha; c) 56,4 ha;
d) 48 km^2; e) 670 km^2; f) 3,52 km^2.

1 ha $= 10\,000$ m^2
1 km^2 $= 1\,000\,000$ m^2

84. Sakiniuose esančius skaičius parašykite įprastine forma.



a) Žemės amžius yra $4{,}57 \cdot 10^9$ metų.
b) Žemės tūris yra $1{,}083 \cdot 10^{12}$ km^3.
c) Žemės paviršiaus plotas lygus $5{,}1 \cdot 10^8$ km^2.
d) Atstumas nuo Žemės iki Saulės lygus $1{,}496 \cdot 10^8$ km.
e) Mažiausio vabzdžio ilgis yra $1{,}39 \cdot 10^{-4}$ m.
f) Mažiausios žuvies ilgis yra $7{,}9 \cdot 10^{-3}$ m.
g) Mažiausios bakterijos spindulys yra $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ m.

85. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj žvaigždutės, kad būtų teisinga lygybė:
a) $5{,}81 \cdot 10^{*} = 581\,000$? b) $3{,}7 \cdot 10^{*} = 370\,000\,000$?
c) $4{,}2 \cdot 10^{*} = 0{,}00042$? d) $9{,}16 \cdot 10^{*} = 0{,}0000916$?

86. Sudėkite skaičius. Atsakymą parašykite standartine išraiška.
a) $0{,}8 \cdot 10^3$ ir $2{,}4 \cdot 10^3$; b) $1{,}9 \cdot 10^{-7}$ ir $0{,}5 \cdot 10^{-7}$.

$(5{,}7 \cdot 10^{-5}) + (0{,}4 \cdot 10^{-5}) = (5{,}7 + 0{,}4) \cdot 10^{-5} = 6{,}1 \cdot 10^{-5}$

87. Sudauginkite skaičius. Atsakymą parašykite standartine išraiška.
a) $5{,}2 \cdot 10^{12}$ ir $0{,}4 \cdot 10^{-8}$; b) $2{,}5 \cdot 10^{-7}$ ir $5{,}4 \cdot 10^9$.

$(3{,}5 \cdot 10^{-2}) \cdot (4{,}2 \cdot 10^{-8}) = 3{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-8} =$
$= 14{,}7 \cdot 10^{-10} = 1{,}47 \cdot 10 \cdot 10^{-10} = 1{,}47 \cdot 10^{-9}$

APIBENDRINAME

Sandauga n dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a n-tuoju *laipsniu*.

$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}} = a^n$,

a^n — láipsnis,
a — laipsnio pagrindas,
n — laipsnio rodiklis.

Kai $a > 0$, tai $a^n > 0$.

Kai $a < 0$, tai:
- $a^n > 0$, kai n — lyginis;
- $a^n < 0$, kai n — nelyginis.

$a^0 = 1$; $a \neq 0$.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$.

Laipsnių savybės.
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $a \neq 0$.
- $a^m : a^n = a^{m-n}$; $a \neq 0$.
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$; $a \neq 0$.
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$; $a \neq 0, b \neq 0$.
- $a^n : b^n = (a : b)^n$; $a \neq 0, b \neq 0$.
  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$; $a \neq 0, b \neq 0$.
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$; $a \neq 0, b \neq 0$.
- $\left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = a$; $a \neq 0$.

Skaičiaus užrašas pavidalu $a \cdot 10^n$, kur $1 \leqslant a < 10$, o n — sveikasis skaičius, vadinamas *standártine skaĩčiaus ìšraiška*. Rodiklis n vadinamas *skaĩčiaus eilè*.

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5$ — laipsnis
Skaitome: septynì penktúoju (arba: septyni pakelta penktuoju láipsniu)

7^5 — laipsnis,
7 — laipsnio pagrindas,
5 — laipsnio rodiklis.

$2^{10} > 0$, $2^{11} > 0$

$(-2)^{10} > 0$
$(-2)^{11} < 0$

$7^0 = 1$, $(-5)^0 = 1$

$5^{-6} = \frac{1}{5^6}$

$3^{-4} \cdot 3^8 = 3^{-4+8} = 3^4$

$3^{-4} : 3^8 = 3^{-4-8} = 3^{-12}$

$(3^{-4})^8 = 3^{-4 \cdot 8} = 3^{-32}$

$2^{-7} \cdot 5^{-7} = (2 \cdot 5)^{-7}$

$2^{-7} : 5^{-7} = (2 : 5)^{-7}$
$\frac{2^{-7}}{5^{-7}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-7}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{-7} = \left(\frac{5}{2}\right)^7$

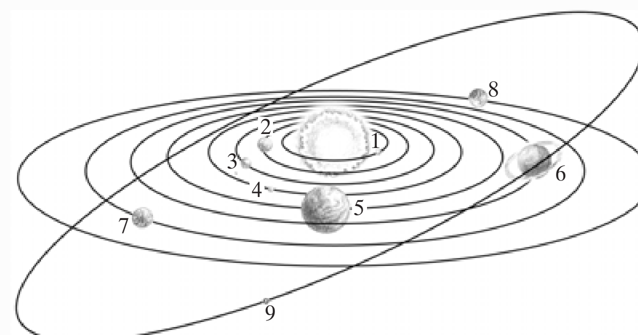
$\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} = 8$

$3{,}57 \cdot 10^4$ — standartinė skaičiaus 35 700 išraiška. Jo eilė lygi 4.
$2{,}1 \cdot 10^{-5}$ — standartinė skaičiaus 0,000021 išraiška. Jo eilė lygi –5.
Skaičių, esančių tarp 1 ir 10, pvz., 5; 2,1 eilė lygi 0, nes
$5 = 5 \cdot 10^0$, $2{,}1 = 2{,}1 \cdot 10^0$.

7

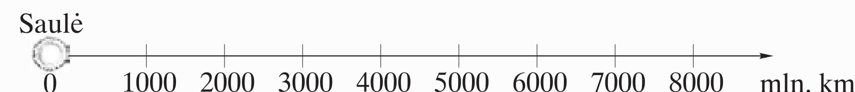
Truputis astronomijos

Paveikslėlyje pateikti Saulės sistemos planetų atstumai kilometrais iki Saulės.



Merkùrijus $5{,}790 \cdot 10^7$
Venerà $1{,}082 \cdot 10^8$
Žẽmė $1{,}495 \cdot 10^8$
Mársas $2{,}280 \cdot 10^8$
Jupìteris $7{,}781 \cdot 10^8$
Neptū̃nas $4{,}497 \cdot 10^9$
Plutònas $5{,}947 \cdot 10^9$
Satùrnas $1{,}427 \cdot 10^9$
Urãnas $2{,}872 \cdot 10^9$

1) Užrašykite tuos skaičius įprastine forma.
2) Nurodykite, kuri iš planetų yra arčiausiai Saulės; toliausiai nuo Saulės.
3) Persibraižykite duotąjį planetų atstumų iki Saulės spindulį ir jame pažymėkite apytikslę kiekvienos planetos vietą.



4) Šviesmetis — nuotolis, kurį įveikia šviesa per vienerius metus (vakuume). Šviesos greitis apytiksliai lygus 300 000 kilometrų per sekundę. Šviesmetis yra lygus maždaug 9 500 000 000 000 kilometrų. Atstumas nuo Žemės iki artimiausios žvaigždės yra 41 100 000 000 000 000 m. Saulės masė — 1 990 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg. Žemės masė — 5 974 000 000 000 000 000 000 t.
   a) Teiginiuose esančius skaičius užrašykite standartine išraiška.
   b) Per kiek valandų šviesa įveikia kelią nuo Saulės iki Žemės?
   c) Kiek kartų Saulės masė didesnė už Žemės masę?

LABAI MAŽI IR LABAI DIDELI

Lentelėje surašyti kai kurių dešimties laipsnių pavadinimai (priešdėliai) ir simboliai.

T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p
tera-	giga-	mega-	kilo-	hekto-	deka-	deci-	centi-	mili-	mikro-	nano-	piko-
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

1 teratona = 1000 gigatonų = 1 000 000 megatonų = ...
1 pikosekundė = 0,001 nanosekundės = 0,000001 mikrosekundės = ...

SPRENDŽIAME

88. Laipsnį su sveikuoju neigiamuoju rodikliu užrašykite trupmena.

a) 7^{-3}; b) $(-6)^{-2}$; c) 5^{-1}; d) a^{-4}; e) $(-b)^{-5}$; f) $(3a)^{-2}$.

89. Trupmeną užrašykite laipsniu su sveikuoju neigiamuoju rodikliu.

a) $\frac{1}{8^3}$; b) $\frac{1}{(-4)^7}$; c) $\frac{1}{9}$; d) $\frac{1}{-5}$; e) $\frac{1}{a^3}$; f) $\frac{1}{(-a)^5}$; g) $\frac{1}{a}$; h) $\frac{1}{(ab)^2}$.

90. Reiškinį užrašykite trupmena.

a) $7x^{-3}$; b) $-6a^{-4}$; c) $4y^{-1}$;
d) $-2a^{-6}$; e) $3xy^{-2}$; f) $4a^{-2}b^{-1}$.

$5x^{-2} = 5 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{5}{x^2}$

91. Apskaičiuokite.

a) -3^{-2}; b) -5^{-1};
c) $-(-2)^{-4}$; d) $-(-3)^{-3}$;
e) $2^{-4} + 3^{-1}$; f) $(-4)^{-1} - 4^{-2}$;
g) $-2 - (-2)^{-3}$; h) $-2^{-3} + (-1)^{-5}$.

$-5^{-2} = -1 \cdot 5^{-2} = = -1 \cdot \frac{1}{5^2} = -\frac{1}{25}$

92. Reiškinį užrašykite laipsniu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $3^{-5} \cdot 3^7$; b) $(-7)^{-4} : (-7)^{-5}$; c) $(2^{-3})^{-1}$;
d) $(-6)^{-6} : 6^{-5}$; e) $3^{-3} \cdot (-3)^4$; f) $(5^{-2})^2 \cdot (-5)^6$;
g) $3^8 : (3^{-2})^{-4}$; h) $(4^{-1})^{-5} \cdot (4^3)^{-2}$; i) $(2^{-2})^{-3} \cdot 2^{-7}$.

93. Pirmiausia suvienodinkite laipsnių pagrindus, o tada apskaičiuokite.

a) $9^{-2} : 3^{-6}$; b) $25^{-3} \cdot (5^{-2})^{-2}$; c) $81^4 : (9^{-2})^{-3}$; d) $16^3 \cdot (2^{-2})^3$.

94. Reiškinį užrašykite laipsniu.

a) $x^{-3} \cdot x^2 \cdot x^5$; b) $y^5 \cdot y^{-7} \cdot y^{-6}$; c) $z \cdot z^{-8} \cdot z^3$;
d) $\frac{x^6 \cdot x^{-7}}{x^{-3}}$; e) $\frac{y^{-4} \cdot y^8}{y^3 \cdot y^{-5}}$; f) $\frac{z^{-5} \cdot z^{-2}}{z^{-6} \cdot z^8}$;
g) $(x^2)^{-3} \cdot x^{-5}$; h) $y^{-3} \cdot (y^{-4})^{-1}$; i) $(z^{-3})^2 \cdot (z^5)^{-2}$.

95. Suprastinkite reiškinį.

a) $4x^{-3} \cdot 3x^4$; b) $-7x^5 \cdot 8x^{-9}$; c) $3x^6 \cdot (-4x^{-6})$;
d) $0{,}3x^{-7} \cdot 5x$; e) $-2x^8 \cdot (-0{,}4x^{-3})$; f) $-2{,}8x^{-3} \cdot (-5x^{-4})$;
g) $(2x^{-2})^2 \cdot 3x^{-8}$; h) $4x^{-7} \cdot (3x^{-1})^3$; i) $-5x^{-6} \cdot (-3x^{-5})^2$.

96. Skaičių užrašykite skyrių suma, o tada kiekvieną dėmenį užrašykite standartine išraiška.

a) 3842; b) 203 099; c) 1764,032; d) 35,3076.

$374{,}562 = 300 + 70 + 4 + 0{,}5 + 0{,}06 + 0{,}002 =$
$= 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$

97. Palyginkite standartine išraiška parašytus skaičius ir parašykite ženklą $>$, $<$ arba $=$.

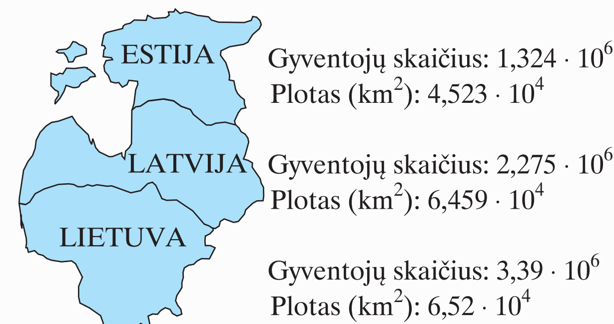
a) $8{,}7 \cdot 10^4$ ir $8{,}7 \cdot 10^5$; b) $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ ir $3{,}1 \cdot 10^{-4}$;
c) $7{,}23 \cdot 10^8$ ir $8{,}5 \cdot 10^8$; d) $2{,}4 \cdot 10^{-6}$ ir $2{,}39 \cdot 10^{-6}$;
e) $4{,}15 \cdot 10^5$ ir $7{,}3 \cdot 10^4$; f) $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ ir $5{,}6 \cdot 10^{-4}$.

$2{,}5 \cdot 10^{-7} > 2{,}5 \cdot 10^{-8}$, nes $-7 > -8$
$3{,}7 \cdot 10^{-2} > 2{,}1 \cdot 10^{-2}$, nes $3{,}7 > 2{,}1$

98. Atlikite veiksmus su standartinės išraiškos skaičiais. Atsakymą užrašykite standartine išraiška.

a) $(3{,}7 \cdot 10^3) + (5{,}6 \cdot 10^3)$; b) $(8{,}2 \cdot 10^7) - (7{,}4 \cdot 10^7)$;
c) $(4 \cdot 10^3) \cdot (2 \cdot 10^5)$; d) $(6 \cdot 10^{-4}) \cdot (3 \cdot 10^{-7})$;
e) $(8{,}8 \cdot 10^9) : (2{,}2 \cdot 10^3)$; f) $(3{,}6 \cdot 10^{-5}) : (9 \cdot 10^{-7})$.

99. Naudodamiesi pateiktais duomenimis, atsakykite į klausimus.

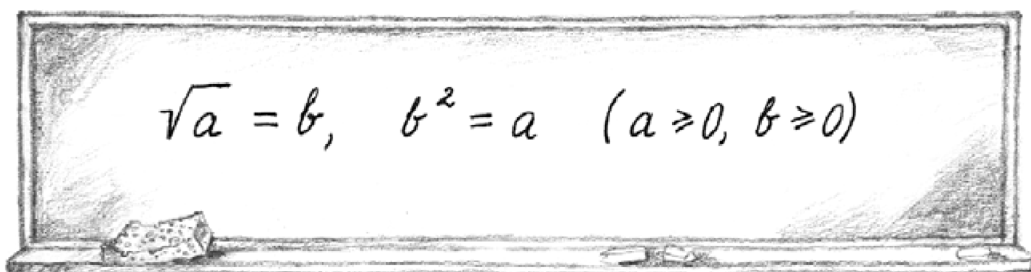


ESTIJA — Gyventojų skaičius: $1{,}324 \cdot 10^6$; Plotas (km^2): $4{,}523 \cdot 10^4$
LATVIJA — Gyventojų skaičius: $2{,}275 \cdot 10^6$; Plotas (km^2): $6{,}459 \cdot 10^4$
LIETUVA — Gyventojų skaičius: $3{,}39 \cdot 10^6$; Plotas (km^2): $6{,}52 \cdot 10^4$

a) Užrašykite pateiktus duomenis įprastine forma.
b) Koks visų šių valstybių bendras plotas?
c) Kiek gyventojų iš viso gyvena šiose valstybėse?
d) Apskaičiuokite gyventojų tankumą, t. y. apskaičiuokite, kiek vidutiniškai žmonių gyvena viename kvadratiniame kilometrè:
- kiekvienoje Baltijos valstybėje;
- visose trijose Baltijos valstybėse.

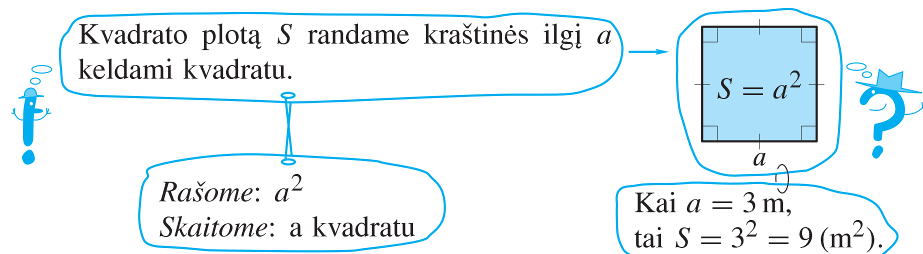

100. Laipsnį užrašykite trupmena: a) 3^{2-n}; b) 2^{-3+n}; c) 3^{4-2n}; d) 2^{3n-1}.

KVADRATINĖ ŠAKNIS

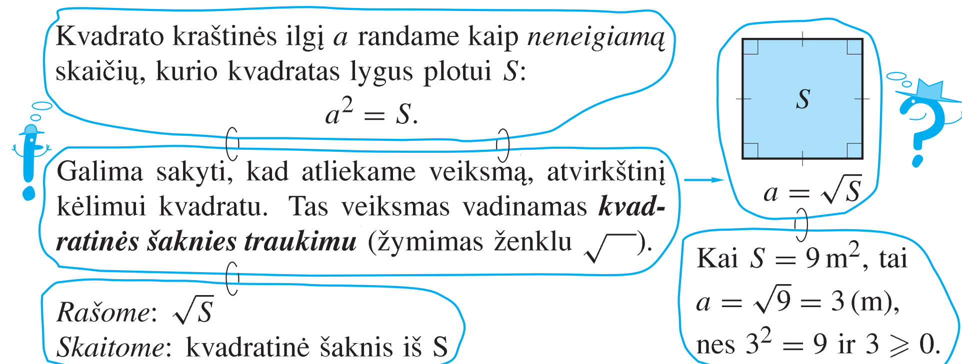


1 užduotis.

1) Apskaičiuokite kvadrato plotą S kvadratiniais metrais, kai kvadrato kraštinės ilgis a yra:
a) 2 m; b) 3 m; c) 5 m; d) 10 m.



2) Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį a metrais, kai kvadrato plotas S lygus:
a) $4\ \text{m}^2$; b) $9\ \text{m}^2$; c) $25\ \text{m}^2$; d) $100\ \text{m}^2$.



2 užduotis. Pabaikite sakinį.

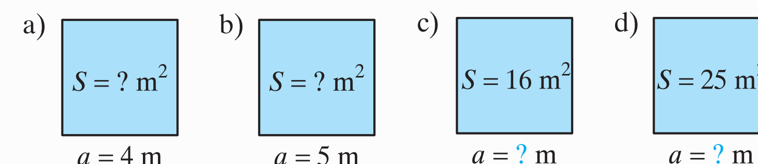
a) $\sqrt{64} = 8$, nes ... b) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$, nes ... c) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, nes ...

101. 1) Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

$a =$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$a^2 =$										

2) Ištraukite kvadratinę šaknį.
a) $\sqrt{121}$; b) $\sqrt{144}$; c) $\sqrt{324}$; d) $\sqrt{225}$; e) $\sqrt{361}$; f) $\sqrt{289}$.

102. Pavaizduotas kvadratas. Nustatykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj klaustuko.



103. Paaiškinkite, kodėl *teisinga* lygybė:
a) $\sqrt{25} = 5$; b) $\sqrt{400} = 20$; c) $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$; d) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.

104. Paaiškinkite, kodėl *neteisinga* lygybė:
a) $\sqrt{36} = 18$; b) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}02$; c) $\sqrt{25} = -5$; d) $\sqrt{0{,}49} = -0{,}7$.

105. Apskaičiuokite.
a) $\sqrt{49}$; b) $\sqrt{64}$; c) $\sqrt{1}$; d) $\sqrt{0}$;
e) $\sqrt{0{,}36}$; f) $\sqrt{0{,}09}$; g) $\sqrt{0{,}49}$; h) $\sqrt{0{,}01}$;
i) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; j) $\sqrt{\frac{16}{49}}$; k) $\sqrt{\frac{1}{64}}$; l) $\sqrt{\frac{1}{100}}$.

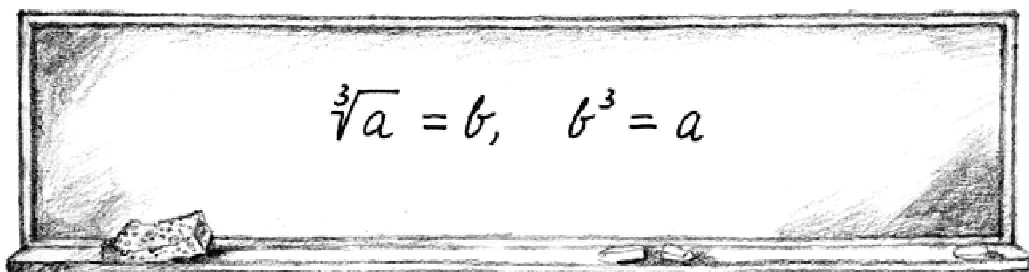
106. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $\sqrt{900} =$ ☁? b) $\sqrt{2500} =$ ☁? c) $\sqrt{3600} =$ ☁?
d) $\sqrt{☁} = 20$? e) $\sqrt{☁} = 40$? f) $\sqrt{☁} = 70$?

107. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $\sqrt{25} + \sqrt{100}$; b) $\sqrt{81} - \sqrt{36}$;
c) $4 \cdot \sqrt{16}$; d) $-5 \cdot \sqrt{121}$;
e) $24 : \sqrt{9}$; f) $\sqrt{64} : \sqrt{16}$;
g) $-\sqrt{144} + \sqrt{64}$; h) $-\sqrt{324} - \sqrt{100}$;
i) $-\sqrt{256} \cdot (-\sqrt{25})$; j) $-\sqrt{81} : (-\sqrt{9})$.

$3 \cdot \sqrt{49} = 3 \cdot 7 = 21$

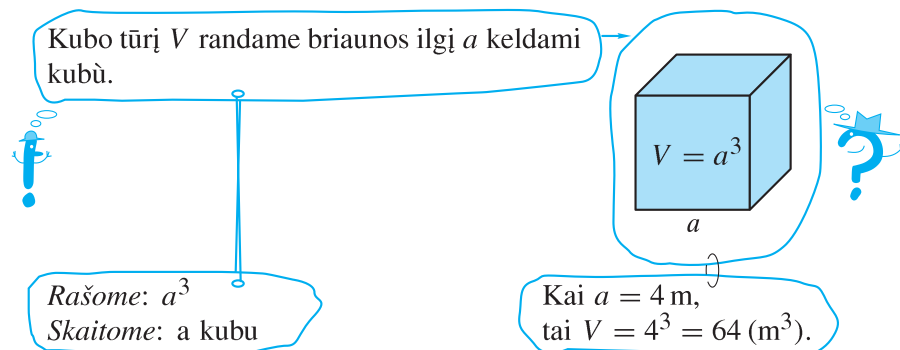
$-\sqrt{49} = -1 \cdot \sqrt{49} = -1 \cdot 7 = -7$

KUBINĖ ŠAKNIS

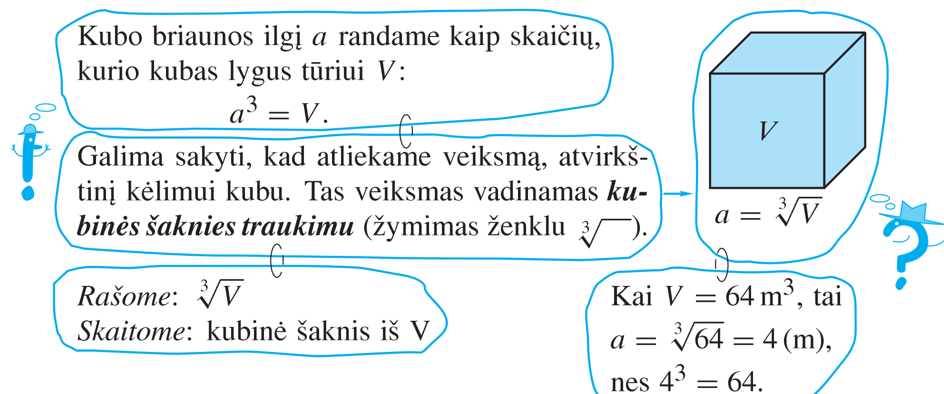


1 užduotis.

1) Apskaičiuokite kubo tūrį V kubiniais metrais, kai kubo kraštinės ilgis a yra:
a) 1 m; b) 2 m; c) 5 m; d) 10 m.



9 2) Apskaičiuokite kubo briaunos ilgį a metrais, kai kubo tūris V lygus:
a) 1 m^3; b) 8 m^3; c) 125 m^3; d) 1000 m^3.



2 užduotis. Pabaikite sakinį.

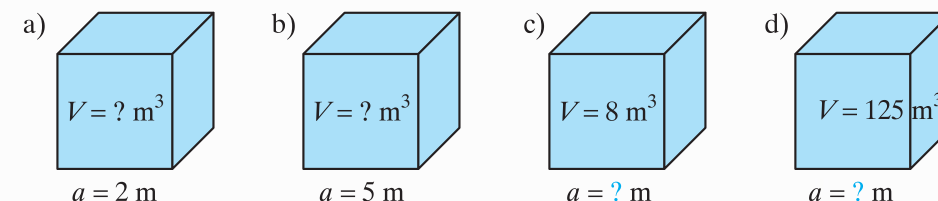
a) $\sqrt[3]{27} = 3$, nes ... b) $\sqrt[3]{0{,}001} = 0{,}1$, nes ... c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$, nes ...

108. 1) Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

$a =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a^3 =$										

2) Ištraukite kubinę šaknį.
a) $\sqrt[3]{64}$; b) $\sqrt[3]{125}$; c) $\sqrt[3]{343}$; d) $\sqrt[3]{729}$; e) $\sqrt[3]{216}$; f) $\sqrt[3]{512}$.

109. Pavaizduotas kubas. Nustatykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj klaustuko.



110. Paaiškinkite, kodėl *teisinga* lygybė:

a) $\sqrt[3]{8} = 2$; b) $\sqrt[3]{125} = 5$; c) $\sqrt[3]{0{,}027} = 0{,}3$; d) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$.

111. Paaiškinkite, kodėl *neteisinga* lygybė:

a) $\sqrt[3]{64} = 8$; b) $\sqrt[3]{0{,}343} = 0{,}07$; c) $\sqrt[3]{27} = -3$; d) $\sqrt[3]{0{,}001} = -0{,}1$.

112. Apskaičiuokite.

a) $\sqrt[3]{8}$; b) $\sqrt[3]{27}$; c) $\sqrt[3]{1}$; d) $\sqrt[3]{0}$;
e) $\sqrt[3]{0{,}008}$; f) $\sqrt[3]{0{,}027}$; g) $\sqrt[3]{0{,}125}$; h) $\sqrt[3]{0{,}216}$;
i) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; j) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$; k) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; l) $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$.

113. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $\sqrt[3]{8000} =$ ☁? b) $\sqrt[3]{27\,000} =$ ☁? c) $\sqrt[3]{729\,000} =$ ☁?
d) $\sqrt[3]{☁} = 40$? e) $\sqrt[3]{☁} = 50$? f) $\sqrt[3]{☁} = 80$?

114. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{27}$; b) $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8}$;
c) $2 \cdot \sqrt[3]{8}$; d) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{16}$;
e) $81 : \sqrt[3]{27}$; f) $\sqrt[3]{216} : \sqrt{9}$;
g) $-\sqrt[3]{27} + \sqrt{49}$; h) $-\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{64}$;
i) $-\sqrt{16} \cdot \sqrt[3]{125}$; j) $\sqrt{100} : (-\sqrt[3]{8})$.

$3 \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

$-\sqrt[3]{64} = -1 \cdot \sqrt[3]{64} =$
$= -1 \cdot 4 = -4$

APIBENDRINAME

Kvadratine šaknimi iš neneigiamo skaičiaus a vadinamas toks neneigiamas skaičius, kurio kvadratas lygus a.
Rašome: $\sqrt{a}$.
Skaitome: kvadrãtinė šaknìs iš a.
Suprantame:
$\sqrt{a} = b$, kai $b^2 = a$, o $b \geqslant 0$ ir $a \geqslant 0$.

$\sqrt{9}$
Skaitome: kvadratinė šaknis iš 9
$\sqrt{9} = 3$, nes $3^2 = 9$ ir 3 — neneigiamas
$\sqrt{9} \neq -3$, nes nors $(-3)^2 = 9$, bet $-3 < 0$

Kvadratinė šaknis iš neigiamojo skaičiaus neturi prasmės, nes nėra tokio skaičiaus, kurį pakėlę kvadratu gautume neigiamąjį skaičių.

$\sqrt{-9}$ neturi prasmės, nes $-9 < 0$

Ženklas $\sqrt{}$ vadinamas *kvadratinės šaknies ženklu*, o po šaknies ženklu esantis skaičius (reiškinys) vadinamas *pošakniu* (pošaknio reiškiniu).

$\sqrt{9}$, 9 — pošaknis

Kvadratinė šaknis — veiksmas, atvirkščias kėlimui kvadratu:
$(\sqrt{a})^2 = a$, $a \geqslant 0$.

$(\sqrt{9})^2 = 9$

Kubine šaknimi iš skaičiaus a vadinamas toks skaičius, kurio kubas lygus a.
Rašome: $\sqrt[3]{a}$.
Skaitome: kùbinė šaknìs iš a.
Suprantame:
$\sqrt[3]{a} = b$, kai $b^3 = a$.

$\sqrt[3]{8}$
Skaitome: kubinė šaknis iš 8
$\sqrt[3]{8} = 2$, nes $2^3 = 8$
$\sqrt[3]{-27} = -3$, nes $(-3)^3 = -27$

Ženklas $\sqrt[3]{}$ vadinamas *kubinės šaknies ženklu*, o po šaknies ženklu esantis skaičius (reiškinys) — *pošaknìu* (pošaknio reiškiniu).

$\sqrt[3]{8}$, 8 — pošaknis

Kubinė šaknis — veiksmas, atvirkščias kėlimui kubu:
$(\sqrt[3]{a})^3 = a$.

$(\sqrt[3]{8})^3 = 8$

Traukiame šaknį...

Vartydama matematikos knygelę, Agnė rado tokį pavyzdį.

Ištraukime kvadratinę šaknį iš 1156.
Pirmiausia išskaidykime 1156 pirminiais dauginamaisiais:
$1156 = 2 \cdot 578 = 2 \cdot 2 \cdot 289 = 2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 17$.
Tada sandaugą $2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 17$ užrašykime laipsniu, kurio rodiklis lygus 2:
$1156 = 2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17^2 = (2 \cdot 17)^2 = 34^2$.
Galiausiai ištraukime šaknį:
$\sqrt{1156} = \sqrt{34^2} = 34$.

Kai $a \geqslant 0$, tai $\sqrt{a^2} = a$.

Remdamiesi šiuo pavyzdžiu, ištraukite kvadratinę šaknį iš:
a) 225; b) 3025; c) 2025; d) 3136.

ŠAKNIS

Rašydami *kubinės* šaknies ženklą $\sqrt[3]{}$, rašome šaknies rodiklį — skaičių 3. Rašydami *kvadratinės* šaknies ženklą $\sqrt{}$, šaknies rodiklio (skaičiaus 2) nerašome (nors galima būtų ir rašyti, pvz., $\sqrt[2]{9}$.
Nuo XIII a. Europos matematikai šaknį žymėjo lotynų kalbos žodžiu *Radix* (šaknis) arba sutrumpintai *R*.
XV a. $\sqrt{16}$ buvo rašoma taip: $R^2 16$.
Pirmą kartą įprastą mums šaknies ženklą užrašė prancūzas Rolis savo knygoje „Algebros vadovėlis“.
Atlikite užduotį ir sužinosite, kuriais metais jis pavartojo mums įprastą šaknies ženklą.

Užduotis. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes. Iš eilės surašykite tas reikšmes atitinkančius skaitmenis, kurie nurodyti lentelėje.

1) $0{,}5 \cdot \sqrt{1\frac{11}{25}} - \sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

2) $-\frac{1}{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}} + 3 \cdot \sqrt[3]{(-1)^7}$

3) $2 \cdot \sqrt{2{,}5 \cdot 10^{-1}} - \sqrt[3]{8^{-1}}$

4) $\sqrt{\left(3\frac{1}{16}\right)^{-1}} - \frac{1}{7} \cdot \sqrt[3]{(-2)^3}$

Reiškinio reikšmė	0,5	0,4	$\frac{6}{7}$	-5
Metų skaičiaus skaitmuo	9	1	0	6

SPRENDŽIAME

115. Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį a centimetrais, jei kvadrato plotas S lygus:

a) $81\ \text{cm}^2$; b) $0{,}0016\ \text{dm}^2$; c) $4900\ \text{mm}^2$;
d) $0{,}000025\ \text{m}^2$; e) $40\,000\ \text{mm}^2$; f) $6400\ \text{dm}^2$.

116. Apskaičiuokite.

a) $3 \cdot \sqrt{64} - 2 \cdot \sqrt{9}$; b) $-\sqrt{100} - 5 \cdot \sqrt{36}$;
c) $0{,}5 \cdot \sqrt{0{,}04} + \frac{1}{6} \cdot \sqrt{144}$; d) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{196} + 1{,}5 \cdot \sqrt{0{,}36}$;
e) $2 \cdot \sqrt{2{,}89} - \sqrt{2\frac{7}{9}}$; f) $-\sqrt{1{,}69} + 2 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}}$.

$\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

117. Apskaičiuokite reiškinio $\sqrt{b^2 - 4ac}$ reikšmę, kai:

a) $a = 3,\ b = 1,\ c = -4$; b) $a = 3,\ b = -0{,}2,\ c = -0{,}01$;
c) $a = 7,\ b = -6,\ c = -45$; d) $a = -1,\ b = 5,\ c = 1800$.

118. a) Surašykite didėjimo tvarka skaičius:

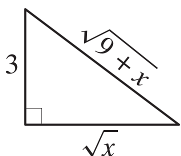
$\sqrt{16};\ -\sqrt{9};\ -\sqrt{100};\ -9;\ -\sqrt{121};\ 10;\ \sqrt{1{,}44};\ -\sqrt{0{,}01};\ \sqrt{225}$.

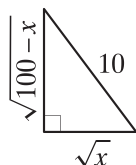
b) Surašykite mažėjimo tvarka skaičius:

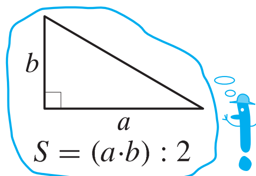
$\sqrt{25};\ -\sqrt{16};\ -5;\ \sqrt{1{,}21};\ \sqrt{0{,}04};\ -\sqrt{289};\ -0{,}2;\ \sqrt{1{,}69};\ -16$.

119. Apskaičiuokite stačiojo trikampio perimetrą ir plotą, kai:

a) $x = 16\ \text{cm}$; b) $x = 36\ \text{dm}$.







120. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $2 \cdot \sqrt{16} + 3^2$; b) $-7^2 + 3 \cdot \sqrt{4}$;
c) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-1} - 2 \cdot \sqrt{25}$; d) $-3 \cdot \sqrt{0{,}49} - 1{,}1$;
e) $-2^3 + 5 \cdot \sqrt{16}$; f) $5 \cdot \sqrt{0{,}04} - 2^{-2}$;
g) $-4 \cdot \sqrt{1{,}21} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; h) $0{,}2 \cdot \sqrt{1{,}69} - \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1{,}44}$;
i) $-5 \cdot \sqrt{0{,}01} - (-3)^{-2}$; j) $3 \cdot \left(-2 \cdot \sqrt{25} + 0{,}3^{-1}\right)$.

121. Apskaičiuokite dviejų skaičių aritmetinį ir geometrinį vidurkiùs.

a) 4 ir 25; b) 2 ir 0,02;
c) $\frac{3}{5}$ ir 2,4; d) 1,5 ir $\frac{3}{8}$;
e) 3^{-1} ir 3^3; f) 5 ir $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}$.

Skaičių a ir b:
- *aritmetinis vidurkis* lygus $\frac{a+b}{2}$;
- *geometrinis vidurkis* lygus $\sqrt{a \cdot b}$.

122. Apskaičiuokite kubo briaunos ilgį a centimetrais, kai kubo tūris V lygus:

a) $216\ \text{cm}^3$; b) $0{,}027\ \text{dm}^3$; c) $8000\ \text{mm}^3$; d) $0{,}064\ \text{m}^3$.

123. Apskaičiuokite.

a) $2 \cdot \sqrt[3]{8}$; b) $-5 \cdot \sqrt[3]{1}$; c) $3 \cdot \sqrt[3]{0{,}125}$;
d) $-4 \cdot \sqrt[3]{0{,}027}$; e) $5 \cdot \sqrt[3]{-8}$; f) $-7 \cdot \sqrt[3]{-1}$;
g) $0{,}2 \cdot \sqrt[3]{-0{,}001}$; h) $-0{,}15 \cdot \sqrt[3]{-216}$; i) $-\sqrt[3]{-1}$.

124. Apskaičiuokite trijų skaičių aritmetinį ir geometrinį vidurkius.

a) 4; 2 ir 1;
b) 1; 3 ir 9;
c) 0,4; 6 ir 0,09;
d) $\frac{1}{3}$; 0,75 ir $\frac{1}{2}$.

Skaičių a, b ir c:
- *aritmetinis vidurkis* lygus $\frac{a+b+c}{3}$;
- *geometrinis vidurkis* lygus $\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$.

125. Ištraukę šaknis, pasakykite, koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $\sqrt{49}\ \square\ \sqrt[3]{125}$; b) $\sqrt{64}\ \square\ \sqrt[3]{64}$; c) $-\sqrt[3]{8}\ \square\ -\sqrt{25}$;
d) $\sqrt{0{,}09}\ \square\ \sqrt[3]{0{,}001}$; e) $\sqrt[3]{0{,}008}\ \square\ \sqrt{0{,}04}$; f) $-\sqrt{0{,}81}\ \square\ \sqrt[3]{0{,}027}$.

126. Apskaičiuokite reikšmes reiškinio:

a) $2 \cdot \sqrt{x} - 5x$, kai $x = 4$; $x = 0{,}49$; $x = \frac{9}{25}$;
b) $3 \cdot \sqrt[3]{x} + 0{,}6x$, kai $x = 27$; $x = -1$; $x = -\frac{1}{8}$;
c) $-10x + 0{,}4 \cdot \sqrt{x}$, kai $x = 9$; $x = 0{,}25$; $x = \frac{1}{4}$;
d) $8x - 0{,}2 \cdot \sqrt[3]{x}$, kai $x = 1$; $x = -0{,}027$; $x = \frac{1}{8}$.

$5x = 5 \cdot x$
$5\sqrt{x} = 5 \cdot \sqrt{x}$


127. Apskaičiuokite.

a) $\sqrt{\frac{2 \cdot 3^{3+n}}{3^n} + \frac{2^{2+n}}{2^{n-1}} + 2}$; kur n — bet koks sveikasis skaičius;

b) $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}} - \sqrt{\frac{2^{n-1}}{2^{n-3}}}$; kur n — bet koks sveikasis skaičius.

PASITIKRINAME

128. Apskaičiuokite laipsnio su natūraliuoju rodikliu reikšmę.
a) 2^4; b) $(-2)^4$; c) 3^3; d) $(-3)^3$; e) 1^6; f) $(-1)^5$.

129. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.
a) $3^2 - 15$; b) $-2 \cdot 5^2 + 3^3$; c) $(-4)^2 : 2^3$;
d) $64 - 2^3 \cdot 2^2$; e) $5^8 : 5^6 - (2^2)^3$; f) $7^2 - (3^3)^5 : 3^{13}$.

130. Laipsnį su sveikuoju neigiamuoju rodikliu parašykite trupmena.
a) 2^{-3}; b) 5^{-2}; c) 7^{-5}; d) 6^{-1};
e) $(-4)^{-7}$; f) $(-3)^{-4}$; g) a^{-8}; h) $(-x)^{-3}$.

131. Trupmeną parašykite laipsniu su sveikuoju neigiamuoju rodikliu.
a) $\frac{1}{7^6}$; b) $\frac{1}{2^5}$; c) $\frac{1}{3^{10}}$; d) $\frac{1}{8}$;
e) $\frac{1}{(-5)^3}$; f) $\frac{1}{(-4)^8}$; g) $\frac{1}{(-3)^6}$; h) $\frac{1}{-2}$;
i) $\frac{1}{a^3}$; j) $\frac{1}{b^4}$; k) $\frac{1}{(-x)^5}$; l) $\frac{1}{x}$.

132. Apskaičiuokite laipsnio su sveikuoju rodikliu reikšmę.
a) 2^{-3}; b) 7^{-2}; c) 4^{-1}; d) 10^0;
e) $(-2)^{-3}$; f) $(-3)^{-4}$; g) $(-6)^{-1}$; h) $(-5)^0$;
i) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$; j) $\left(\frac{2}{9}\right)^{-1}$; k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; l) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$.

133. Apskaičiuokite.
a) $2^{-7} \cdot 2^{10}$; b) $3^4 \cdot 3^{-6}$; c) $4^{-5} : 4^{-2}$;
d) $10^2 : 10^{-3}$; e) $(2^{-2})^2$; f) $(3^{-1})^4$;
g) $0{,}5^{-3} \cdot 2^{-3}$; h) $2{,}1^{-2} : 0{,}7^{-2}$; i) $10^{-6} \cdot 0{,}1^{-6}$.

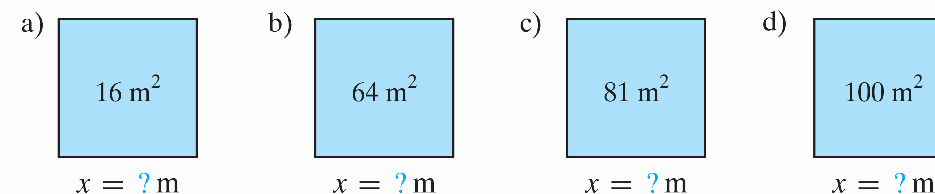
134. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $2^{-3} + 2$; b) $-3\frac{2}{5} - 5^{-1}$; c) $\frac{2}{9} + 3^{-2}$;
d) $3 \cdot 7^{-1}$; e) $-2 \cdot 8^{-2}$; f) $16 : 10^{-1}$;
g) $2 \cdot 4^{-2} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$; h) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - 3 \cdot 4^{-2}$; i) $6^{-2} + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$.

135. Užrašykite skaičių standartine išraiška ir nurodykite jo eilę.
a) 7400; b) 329 000; c) 4 080 000;
d) 0,0013; e) 0,0000856; f) 0,0003072.



136. Pabaikite sakinį.
a) $\sqrt{49} = 7$, nes ... b) $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, nes ... c) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}$, nes ...

137. Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį (metrais).

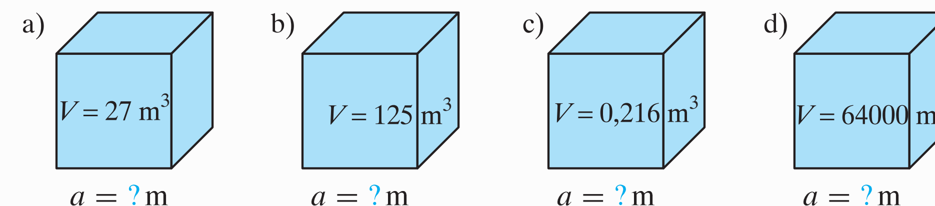


138. Ištraukite kvadratinę šaknį.
a) $\sqrt{36}$; b) $\sqrt{81}$; c) $\sqrt{400}$; d) $\sqrt{121}$;
e) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; f) $\sqrt{\frac{25}{49}}$; g) $\sqrt{0{,}04}$; h) $\sqrt{0{,}81}$.

139. Apskaičiuokite.
a) $\sqrt{16} + \sqrt{25}$; b) $\sqrt{36} - \sqrt{49}$; c) $2 \cdot \sqrt{81}$;
d) $-3 \cdot \sqrt{64}$; e) $24 : \sqrt{4}$; f) $\sqrt{100} : \sqrt{25}$;
g) $-\sqrt{100} + \sqrt{9}$; h) $-\sqrt{121} - \sqrt{144}$; i) $-\sqrt{25} \cdot (-\sqrt{36})$.

140. Pabaikite sakinį.
a) $\sqrt[3]{8} = 2$, nes ... b) $\sqrt[3]{0{,}064} = 0{,}4$, nes ... c) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, nes ...

141. Apskaičiuokite kubo briaunos ilgį (metrais).



142. Ištraukite kubinę šaknį.
a) $\sqrt[3]{27}$; b) $\sqrt[3]{1}$; c) $\sqrt[3]{64}$; d) $\sqrt[3]{8000}$;
e) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; f) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$; g) $\sqrt[3]{0{,}001}$; h) $\sqrt[3]{0{,}125}$.

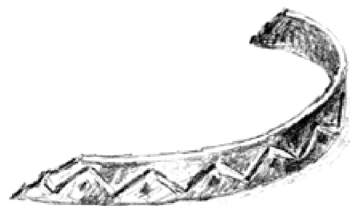
143. Apskaičiuokite.
a) $3 \cdot \sqrt[3]{27}$; b) $2 \cdot \sqrt[3]{64}$; c) $5 \cdot \sqrt[3]{8}$;
d) $-9 \cdot \sqrt[3]{1}$; e) $-2 \cdot \sqrt[3]{1000}$; f) $-8 \cdot \sqrt[3]{125}$.

Archeologiniai kasinėjimai

Archeologinių kasinėjimų metu studentai atkasė kelių kvadrato formos statinių pamatų liekanas: pirtelės — $4\,\mathrm{m}^2$, amatininko dirbtuvės — $9\,\mathrm{m}^2$ ir gyvenamojo namo — $25\,\mathrm{m}^2$.

Užduotis.

1) Apskaičiuokite šių pamatų kraštų ilgius.
2) Kasinėjant kvadratiniame sklype, kurio krašto ilgis yra 2 m, buvo iškasta kubo formos duobė. Kiek kubinių metrų žemės buvo iškasta?
3) Kasinėjant kitame kvadratiniame sklype, buvo iškasta $27\,\mathrm{m}^3$ kubo formos duobė. Koks tos duobės krašto ilgis?
4) Kasinėdami studentai aptiko dalį 7 mm pločio ir 1,5 mm storio žalvarinės apyrankės. Apyrankės plotį ir storį užrašykite metrais, o tada gautuosius skaičius užrašykite standartine išraiška.



Jau prieš 4000 metų Babilonijos mokslininkai sudarinėjo skaičių kvadratų ir kvadratinių šaknų iš skaičių lenteles. Jie mokėjo apskaičiuoti kvadratinės šaknies iš bet kurio sveikojo skaičiaus apytikslę reikšmę, naudodamiesi tokia taisykle:
„Norint ištraukti šaknį iš skaičiaus c:
1) jį reikia išreikšti dviejų dėmenų suma $a^2 + b$ (b turi būti mažas palyginti su a^2);
2) apskaičiuoti sumą $a + \frac{b}{2a}$."
Kitaip sakant, babiloniečiai rėmėsi tokia apytiksle lygybe:
$\sqrt{c} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$.
Šį kvadratinės šaknies traukimo būdą iš babiloniečių perėmė graikai. Pavyzdžiui, Heronas Aleksandrietis kvadratinės šaknies iš 160 apytikslę reikšmę skaičiavo taip:

$$\sqrt{160} = \sqrt{144 + 16} \approx 12 + \frac{16}{24} = 12\frac{2}{3}.$$



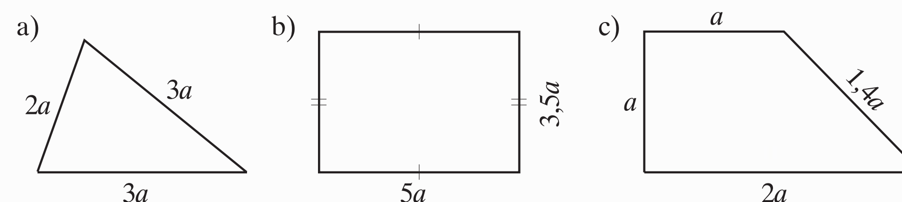
Devintoje klasėje mokysimės suprasti tokius skaičius, kaip $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ...



KARTOJAME

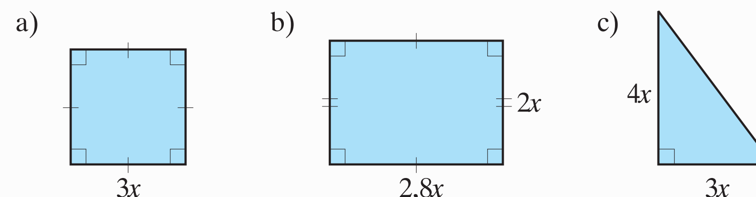
144. Apskaičiuokite raidinio reiškinio reikšmes.
a) $x \cdot 5 + 2{,}3$, kai $x = 2$; $x = -3$; $x = -0{,}1$;
b) $y : 2 - 9$, kai $y = 14$; $y = -7$; $y = -5{,}2$;
c) $z^2 + 1$, kai $z = 1$; $z = -1$; $z = \frac{1}{3}$;
d) $t^3 - 10$, kai $t = 1$; $t = -1$; $t = \frac{1}{3}$.

145. 1) Sudarykite raidinį reiškinį figūros perimetrui apskaičiuoti.



2) Apskaičiuokite figūros perimetrą, kai $a = 1$ mm; $a = 15$ cm.

146. 1) Sudarykite raidinį reiškinį figūros plotui apskaičiuoti.



2) Apskaičiuokite figūros plotą, kai $x = 1$ cm; $x = 12$ m.

147. Sutraukite panašiuosius narius.

a) $8a + 12a$; b) $-2x + 18x$; c) $-17y - 17y$;
d) $3a^2 - 14a^2 + 7a^2$; e) $-7x^2 - 5x^2 + x^2$; f) $-y^2 - y^2 - 11y^2$.

148. Atskliauskite.

a) $8(a - 3)$; b) $x(4 - x)$; c) $-y(3y + 4)$;
d) $5a(6 - a)$; e) $4x(-x - 2)$; f) $-3y(y + 7)$;
g) $-3(a - 5)$; h) $-x(-3 - x)$; i) $-2y(-y - 4)$.

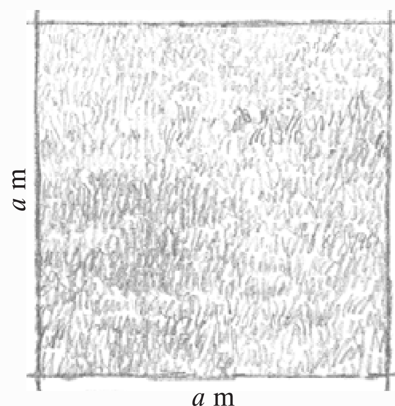
149. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.

a) $4(a + 5) + 3(a - 2)$; b) $-5(x - y) - 3(y + x)$;
c) $a(6 - a) + 2a(a - 4)$; d) $-2x(x + 2y) - 2y(y - x)$;
e) $-5a(2a - 4) + a(9a + 1)$; f) $-3y(-x - y) - x(2x - 3y)$.

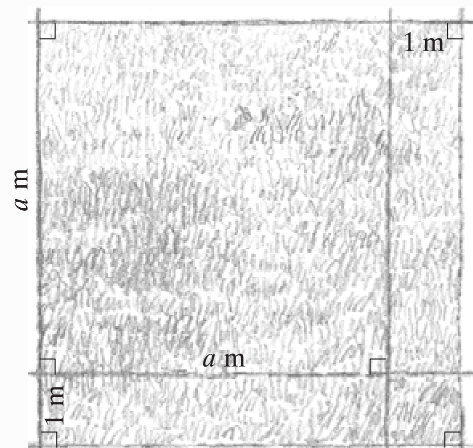


Pievelė

Vytenis prie namo esančiame sklype turėjo kvadratinę pievelę (žr. 1 pav.). Pavasarį jis pievelę praplėtė taip, kaip parodyta 2 paveikslėlyje.



1 pav.



2 pav.

Užduotis. Remdamiesi 2 pav. duomenimis, apskaičiuokite naujosios pievelės plotą:

1) raskite pradinės pievelės plotą;
2) raskite mažosios kvadratinės dalies plotą;
3) raskite kiekvienos stačiakampės dalies plotą;
4) raskite visų dalių plotų sumą.

Aš iškart rasiu naujosios pievelės plotą:

$(a+1)^2 = ?$

O kaip gautąjį reiškinį pakelti kvadratu?

Tai išmoksite šiame skyriuje.

Šiame skyriuje:

- prisiminsite, kaip daugianarį dauginame iš vienanario;
- išmoksite dauginti dvinarius;
- išmoksite sumos (skirtumo) kvadrato bei kvadratų skirtumo formules;
- išmoksite trinarį skaidyti dauginamaisiais.

3 REIŠKINIAI







DAUGIANARĮ DAUGINAME IŠ VIENANARIO

Prisiminkime, kaip daugiãnarį dauginame iš vienãnario.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b + c - d) = a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d$$

Daugianarį daugindami iš vienanario, kiekvieną daugianario narį dauginame iš vienanario.

1 užduotis. Užrašykite kokį nors ketùrnarį; šešiãnarį.

Vienãnariai	Dvìnariai	Trìnariai
5	$5 + x$	$5 - x + 2ab$
x	$5 - 3a$	$-3a - 2ab + 5$
$-3a$	$-3a - 2ab$	$a^3 - a^2 + a$
$2ab$		

2 užduotis.

1) Dvìnarį padauginkite iš vienãnario (atskliauskite).
   a) $10(a + 5)$; b) $a(a - 5)$; c) $10a(a + 5)$.

$2a(3 - 5a) = 2a \cdot 3 - 2a \cdot 5a = 6a - 10a^2$

2) Trìnarį padauginkite iš vienãnario (atskliauskite).
   a) $10(3a + b + 2)$; b) $a(3a - b + 2)$; c) $10a(3a - b - 2)$.

$2a(a^2 - b + 1) = 2a \cdot a^2 - 2a \cdot b + 2a \cdot 1 = 2a^3 - 2ab + 2a$

3) Sudauginkite.
   a) -10 ir $a + 5$; b) -10 ir $a - 5$; c) -10 ir $-a - 5$;
   d) $-10a$ ir $a + 5$; e) $-10a$ ir $a - 5$; f) $-10a$ ir $-a - 5$.

Sudauginkime $-2a$ ir $-3a^2 + 5a - 2$.

$$-2a \cdot (-3a^2 + 5a - 2) = (-2a) \cdot (-3a^2) + (-2a) \cdot (5a) - (-2a) \cdot 2 =$$
$$= 6a^3 + (-10a^2) - (-4a) =$$
$$= 6a^3 - 10a^2 + 4a$$

150. Padauginkite dvinarį iš vienanario.
a) $2(x - 7)$; b) $(6 + y) \cdot 4$; c) $8(-2 - b)$;
d) $-3(2a + 4)$; e) $(2 - 3b) \cdot (-5)$; f) $-4(-2x - 1)$;
g) $3a(x + 2)$; h) $(x - 3) \cdot 2y$; i) $4y(-3 - z)$;
j) $-6a(2a + 3)$; k) $(5x - 2) \cdot (-4x)$; l) $-2y(-6y - 3)$.

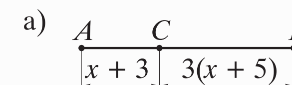
151. Padauginkite trinarį iš vienanario.
a) $5(x + 3 - 2y)$; b) $(-2a - 4 + b) \cdot 4$; c) $-2(-3p + 2t - 5)$;
d) $2x(6x - 3y + 2)$; e) $(4a - b + 1) \cdot 3a$; f) $-2m(-m - 2n - 3)$;
g) $4a(2a^2 - 5a - 3)$; h) $(x^2 - x + 1) \cdot 2x$; i) $-5a(-a^2 - 4a - 7)$.

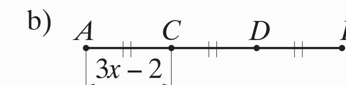
152. Sudauginkite ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $3(4x - 5y) + 13(x + 2y)$; b) $-2(5m - n) + 3(2m - 4n)$;
c) $4x(3x - 6y) - 5y(2x - 3y)$; d) $-5a(3a + 2b) - 2b(5b - a)$.

$$5a(3a + 2b) - 2b(3b - 4a) = (5a \cdot 3a + 5a \cdot 2b) - (2b \cdot 3b - 2b \cdot 4a) =$$
$$= 15a^2 + 10ab - (6b^2 - 8ab) = 15a^2 \underline{+ 10ab} - 6b^2 \underline{+ 8ab} =$$
$$= 15a^2 + 18ab - 6b^2$$

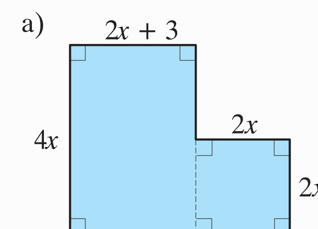
153. Suprastinkite reiškinį, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.
a) $3(2x + 1) + 5(3 - x)$, kai $x = 15$;
b) $5(4x^2 - 2x + 1) - 2(10x^2 - 6x - 1)$, kai $x = -3{,}5$.

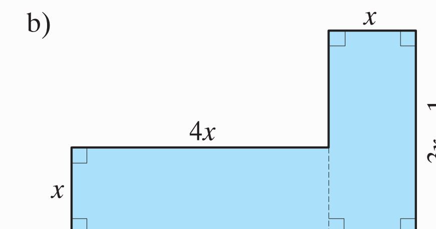
154. Užrašykite atkarpos AB ilgį raidiniu reiškiniu ir jį suprastinkite.

a) 

b) 

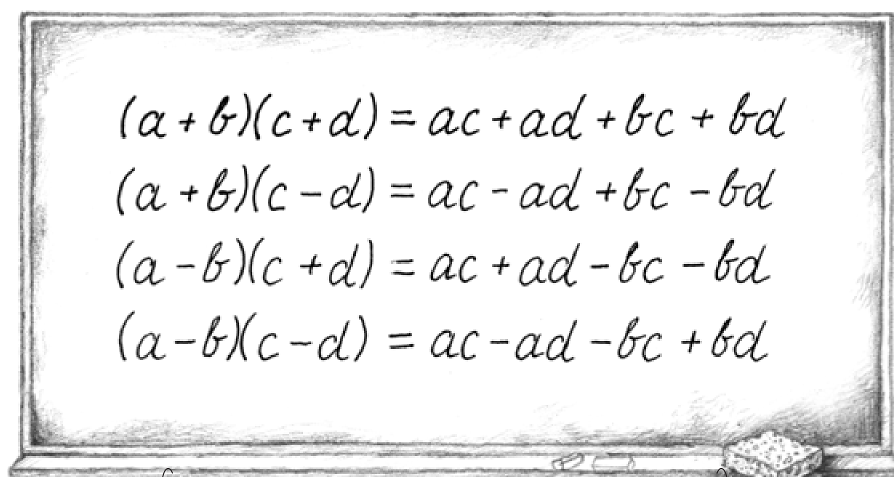
155. Figūros plotą užrašykite reiškiniu, o tada tą reiškinį suprastinkite.

a) 

b) 

156. Iš stovyklavietės tuo pačiu metu priešingomis kryptimis išėjo Linas ir Tadas. Linas ėjo 5 km/h greičiu, o Tadas — x km/h greičiu.
a) Kokį atstumą per 2 h nuėjo Linas? Tadas?
b) Koks atstumas bus tarp Tado ir Lino po 2 h?

DAUGINAME DVINARIUS



Dvinarį daugindami iš dvinario, vieno dvinario kiekvieną narį dauginame iš kito dvinario kiekvieno nario.

1 užduotis. Įsitikinkite, kad lentoje surašytos lygybės yra teisingos.

1) Įsitikinkime, kad $(a-b)(c+d) = ac+ad-bc-bd$.
Į vieną dvinarį, pavyzdžiui, $(a-b)$, žiūrėkime kaip į vienanarį. Atskliausdami iš $(a-b)$ dauginsime kito dvinario kiekvieną narį.

$$(a-b)(c+d) = (a-b)\cdot c + (a-b)\cdot d$$

2) Gavome du dėmenis, kurių kiekvienas yra dvinario ir vienanario sandauga. Atskliauskime tas sandaugas.

$$(a-b)\cdot c + (a-b)\cdot d = (a\cdot c - b\cdot c) + (a\cdot d - b\cdot d) =$$
$$= ac - bc + ad - bd$$

Vadinasi, $(a-b)(c+d) = ac+ad-bc-bd$.

2 užduotis. Sudauginkite dvinarius.
a) $(a+3)(a+2)$; b) $(a+3)(a-2)$; c) $(3a-1)(5+2a)$; d) $(2a-3b)(4a-b)$.

$$(a+5b)(2a-b) = a\cdot 2a - a\cdot b + 5b\cdot 2a - 5b\cdot b =$$
$$= 2a^2 - ab + 10ab - 5b^2 =$$
$$= 2a^2 + 9ab - 5b^2$$



157. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:
a) $(2+m)(n+r) = 2n+2r+$ ☁ $+mr$?
b) $(a-2)(b+1) = ab+a-$ ☁ $-$ ☁?
c) $(a-2)(x-y) =$ ☁ $-$ ☁ $-$ ☁ $+2y$?
d) $(a+$ ☁$)(a-c) = a^2-ac+ab-$ ☁?
e) $(3-$ ☁$)($☁ $+1) = 3x+3-xy-$ ☁?

158. Sudauginkite dvinarius ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $(x+2)(x+4)$; b) $(a+3)(a+3)$;
c) $(a-5)(a-6)$; d) $(y-4)(y-4)$;
e) $(m-4)(m+3)$; f) $(x+2)(x-2)$;
g) $(2x+1)(x+4)$; h) $(x+2)(2x-3)$;
i) $(3x-2y)(2x-3y)$; j) $(5a-2b)(2a-5b)$.

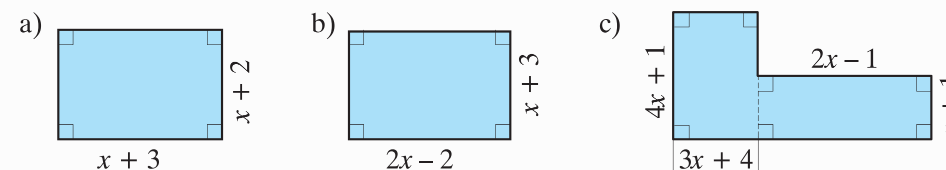
$$(2x-y)(x+2y) = 2x^2+4xy-xy-2y^2 = 2x^2+3xy-2y^2$$

159. Atskliauskite reiškinį, sutraukite panašiuosius narius, o tada apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $(2y-1)(3y+2)$, kai $y=3$; b) $(5x-3)(4-3x)$, kai $x=-1$;
c) $(6m-3)(2-5m)$, kai $m=-2$; d) $(1-2a)(1-3a)$, kai $a=2$.

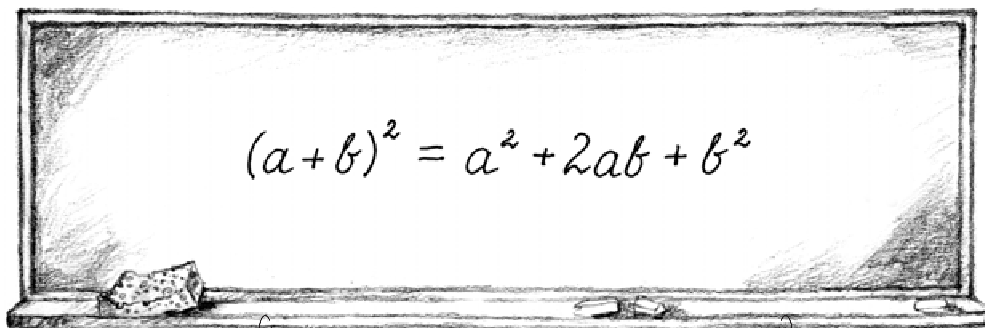
160. Suprastinkite reiškinį.
a) $(2a-3)(5-a)-3a(4-a)$; b) $(x+1)(2x-3)+(8-x)\cdot 3x$;
c) $a(a-3)+(6-a)(a+2)$; d) $(3y-1)(5y+4)-(3y+2)\cdot 2y$.

$$(x+5)(3-2x)-(2-x)\cdot x = (3x-2x^2+15-10x)-(2x-x^2) =$$
$$= -7x-2x^2+15-2x+x^2 =$$
$$= -x^2-9x+15$$

161. Figūros plotą užrašykite reiškiniu, o tada tą reiškinį suprastinkite.



SUMĄ KELIAME KVADRATU



Dviejų narių sumos kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui plius dviguba abiejų narių sandauga plius antrojo nario kvadratas.

1 užduotis. Įsitikinkite, kad lentoje užrašyta lygybė yra teisinga.

1) Sumos $(a+b)$ kvadratą $(a+b)^2$ užrašykite kaip vienodų dvinarių sandaugą.
2) Sudauginkite tuos dvinarius (atskliauskite).
3) Sutraukite panašiuosius narius.

Lygybė
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
vadinama *sumos kvadrato formule*.

2 užduotis. Remdamiesi sumos kvadrato formule, pakelkite kvadratu.

a) $(c+d)^2$; b) $(a+2)^2$; c) $(3+b)^2$; d) $(3m+n)^2$.

$(2x+y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

3 užduotis. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(a+4)^2 = a^2 + 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+ 4^2$?

b) $(2+m)^2 =$ ☁$^2 + 2\cdot 2\cdot m +$ ☁^{2}?

c) $(x+6)^2 = x$☁ $+$ ☁ $\cdot x\cdot 6 + 6$☁?

d) (☁ $+ b)^2 = 49 + 2\cdot$ ☁ $\cdot b + b^2$?

162. Pakelkite kvadratu.

a) $(x+y)^2$; b) $(m+n)^2$; c) $(b+c)^2$;
d) $(a+5)^2$; e) $(m+4)^2$; f) $(1+c)^2$;
g) $(b+0{,}2)^2$; h) $(c+0{,}5)^2$; i) $(0{,}1+y)^2$;
j) $\left(a+\frac{1}{3}\right)^2$; k) $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2$; l) $\left(\frac{1}{2}+y\right)^2$.

163. Raskite sumos kvadratą.

a) $(2x+5)^2$; b) $(3y+2)^2$; c) $(6+4a)^2$;
d) $(2a+3b)^2$; e) $(4x+2y)^2$; f) $(3m+5n)^2$;
g) $(5a+0{,}2)^2$; h) $(0{,}5m+4)^2$; i) $(2y+0{,}3x)^2$;
j) $\left(3a+\frac{1}{2}\right)^2$; k) $\left(\frac{1}{5}a+2\right)^2$; l) $\left(\frac{1}{3}x+3y\right)^2$.

$(9x+4y)^2 = (9x)^2 + 2\cdot 9x\cdot 4y + (4y)^2 = 81x^2 + 72xy + 16y^2$

164. Apskaičiuokite remdamiesi sumos kvadrato formule.

a) 41^2; b) 61^2;
c) 103^2; d) $5{,}3^2$;
e) $7{,}2^2$; f) $9{,}1^2$.

$31^2 = (30+1)^2 = 30^2 + 2\cdot 30\cdot 1 + 1^2 =$
$= 900 + 60 + 1 = 961$

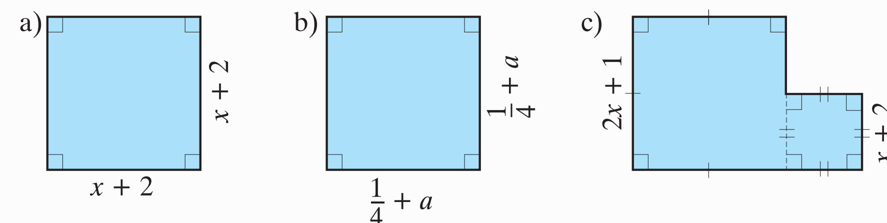
$5{,}2^2 = (5+0{,}2)^2 = 5^2 + 2\cdot 5\cdot 0{,}2 + 0{,}2^2 =$
$= 25 + 2 + 0{,}04 = 27{,}04$

165. Suprastinkite reiškinį, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

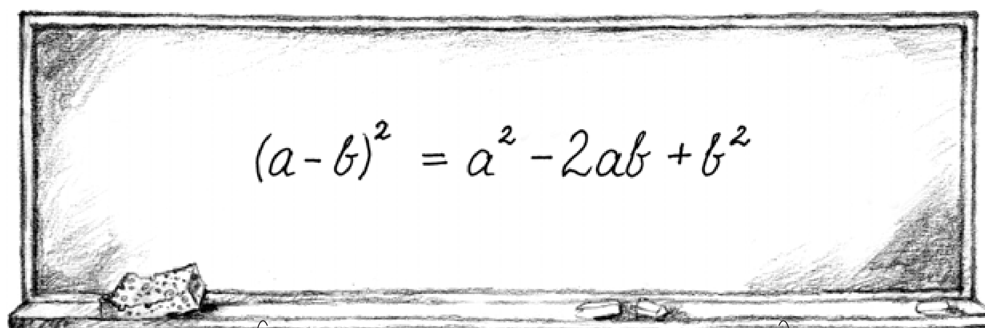
a) $(x+2)^2 - (x+3)^2$, kai $x = 1{,}5$;
b) $(a+1)^2 - (1+2a)^2$, kai $a = -1$;
c) $(x+7)^2 + (3x+1)^2$, kai $x = -0{,}2$.

$(3a+2)^2 - (a+3)^2 = (9a^2 + 12a + 4) - (a^2 + 6a + 9) =$
$= 9a^2 + 12a + 4 - a^2 - 6a - 9 = 8a^2 + 6a - 5;$
kai $a = -1$, tai $8a^2 + 6a - 5 = 8\cdot(-1)^2 + 6\cdot(-1) - 5 =$
$= 8\cdot 1 - 6 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3.$

166. Raskite figūros plotą.



SKIRTUMĄ KELIAME KVADRATU



Dviejų narių skirtumo kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui minus dviguba abiejų narių sandauga plius antrojo nario kvadratas.

1 užduotis. Įsitikinkite, kad lentoje užrašyta lygybė yra teisinga.

1) Skirtumo $(a-b)$ kvadratą $(a-b)^2$ užrašykite kaip dviejų vienodų dvinarių sandaugą.
2) Sudauginkite tuos dvinarius (atskliauskite).
3) Sutraukite panašiuosius narius.

Lygybė
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
vadinama *skirtumo kvadrato formule*.

2 užduotis. Remdamiesi skirtumo kvadrato formule, pakelkite kvadratu.

a) $(m-n)^2$; b) $(a-3)^2$; c) $(4-x)^2$; d) $(a-2b)^2$.

$(3a-4)^2 = (3a)^2 - 2\cdot 3a\cdot 4 + 4^2 = 9a^2 - 24a + 16$

3 užduotis. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(x-6)^2 = x^2 - 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+ 6^2$?

b) $(5-m)^2 =$ ☁$^2 - 2\cdot 5\cdot m +$ ☁^{2}?

c) $(a-7)^2 = a$☁ $-$ ☁ $\cdot a\cdot 7 + 7$☁?

d) $(b -$ ☁$)^2 = b^2 - 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+ 81$?

167. Pakelkite kvadratu.

a) $(x-y)^2$; b) $(c-d)^2$; c) $(p-t)^2$;
d) $(a-4)^2$; e) $(y-5)^2$; f) $(1-m)^2$;
g) $(y-0{,}1)^2$; h) $(x-0{,}2)^2$; i) $(0{,}3-m)^2$;
j) $\left(p-\frac{1}{5}\right)^2$; k) $\left(y-\frac{2}{7}\right)^2$; l) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2$.

168. Raskite skirtumo kvadratą.

a) $(2x-3)^2$; b) $(3x-4)^2$; c) $(5-2a)^2$;
d) $(2x-3y)^2$; e) $(5a-6b)^2$; f) $(2m-4n)^2$;
g) $(2y-0{,}5)^2$; h) $(0{,}3x-4)^2$; i) $(3m-0{,}2n)^2$;
j) $\left(6x-\frac{1}{3}\right)^2$; k) $\left(\frac{1}{7}y-2\right)^2$; l) $\left(\frac{1}{5}x-5y\right)^2$.

$(2a-5b)^2 = (2a)^2 - 2\cdot 2a\cdot 5b + (5b)^2 = 4a^2 - 20ab + 25b^2$

169. Apskaičiuokite remdamiesi skirtumo kvadrato formule.

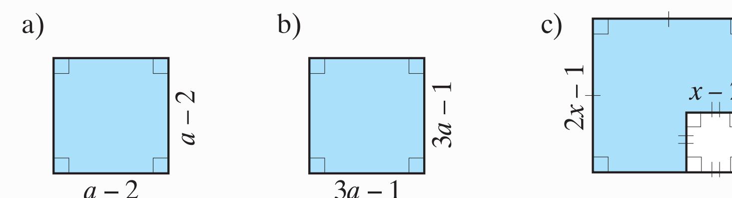
a) 19^2; b) 18^2; c) 97^2;
d) $5{,}9^2$; e) $3{,}7^2$; f) $6{,}8^2$.

$4{,}8^2 = (5-0{,}2)^2 =$
$= 5^2 - 2\cdot 5\cdot 0{,}2 + 0{,}2^2 =$
$= 25 - 2 + 0{,}04 = 23{,}04$

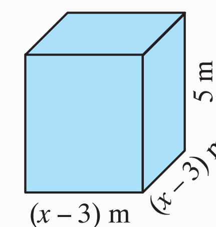
170. Suprastinkite reiškinį, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $(x-2)^2 + (3-x)^2$, kai $x = 1$;
b) $(2a-5)^2 + (5a-2)^2$, kai $a = -1$;
c) $(4-2n)^2 - (3n-4)^2$, kai $n = -0{,}5$.

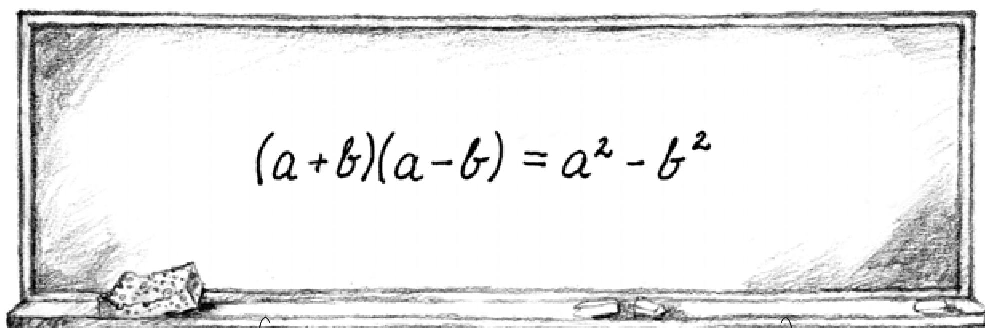
171. Raskite nuspalvintos figūros plotą.



172. Raskite pavaizduoto stačiakampio gretasienio tūrį.



DVIEJŲ NARIŲ SUMĄ DAUGINAME IŠ TŲ NARIŲ SKIRTUMO



Dviejų narių sumos ir tų narių skirtumo sandauga lygi pirmojo nario kvadrato ir antrojo nario kvadrato skirtumui.

1 užduotis. Įsitikinkite, kad lentoje užrašyta lygybė yra teisinga.
1) Sudauginkite dvinarius $(a+b)$ ir $(a-b)$, t. y. atskliauskite.
2) Sutraukite panašiuosius narius.

2 užduotis. Remdamiesi formule
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,
sudauginkite dvinarius:
a) $(m+n)(m-n)$; b) $(a+3)(a-3)$; c) $(x+5)(x-5)$; d) $(2a+3)(2a-3)$.

$(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

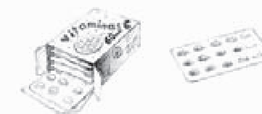
3 užduotis. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(c+b)(c-b) =$ ☁$^2 - b^2$?

b) $(p+t)(p-t) =$ ☁$^2 -$ ☁^{2}?

c) (☁ $+ m$)(☁ $- m$) $= p^2 -$ ☁^{2}?

d) $(4 +$ ☁$)(4 -$ ☁$) =$ ☁$^2 - a^2$?



173. Sudauginkite remdamiesi formule $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.
a) $(c+d)(c-d)$; b) $(a+x)(a-x)$; c) $(y+z)(y-z)$;
d) $(y+4)(y-4)$; e) $(b+3)(b-3)$; f) $(x+1)(x-1)$;
g) $(6+a)(6-a)$; h) $(5+x)(5-x)$; i) $(7+m)(7-m)$.

174. Sudauginkite.
a) $(4x+3)(4x-3)$; b) $(n+2m)(n-2m)$;
c) $(3a+2b)(3a-2b)$; d) $(5x+6y)(5x-6y)$;
e) $(8x+0{,}3y)(8x-0{,}3y)$; f) $(1{,}5a+0{,}4b)(1{,}5a-0{,}4b)$;
g) $\left(\frac{1}{2}x+7y\right)\left(\frac{1}{2}x-7y\right)$; h) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m-\frac{3}{4}n\right)$.

175. Sudauginkite.
a) $(c+d)(d-c)$; b) $(a+x)(x-a)$; c) $(y+z)(z-y)$;
d) $(p+7)(7-p)$; e) $(x+3)(3-x)$; f) $(6+a)(a-6)$;
g) $(3+4p)(4p-3)$; h) $(7n+6)(6-7n)$; i) $(8+2m)(2m-8)$;
j) $(2a-3)(3+2a)$; k) $(2-3x)(3x+2)$; l) $(1-5a)(5a+1)$.

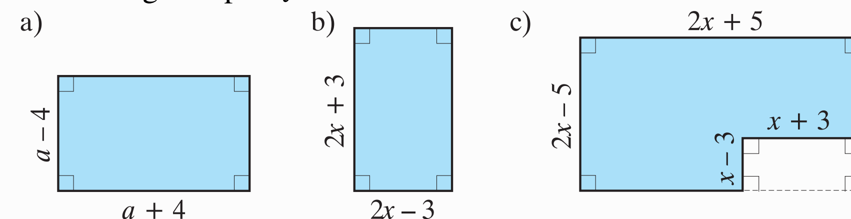
$(5+2a)(2a-5)=(2a+5)(2a-5)=(2a)^2-5^2=4a^2-25$

176. Pritaikę formulę $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, apskaičiuokite.
a) $31\cdot 29$; b) $38\cdot 42$; c) $53\cdot 47$;
d) $6{,}1\cdot 5{,}9$; e) $20{,}2\cdot 19{,}8$; f) $20{,}3\cdot 19{,}7$.

$34\cdot 26=(30+4)\cdot(30-4)=30^2-4^2=900-16=884$

177. Pirmiausia sudauginkite ir sutraukite panašiuosius narius, o tada apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $(6x+7)(6x-7)+(3-4x)(3+4x)$, kai $x=-1$;
b) $(5a-3)(5a+3)+(2a-1)(2a+1)$, kai $a=2$;
c) $(1+1{,}3x)(1-1{,}3x)-(0{,}7x+2)(2-0{,}7x)$, kai $x=0{,}5$.

178. Raskite figūros plotą.



APIBENDRINAME

Skaičių, raidžių ir jų laipsnių sandaugos vadinamos *vienãnariais*.	$-2x$, $\frac{1}{3}$, a^3, $2a^2b$ — vienãnariai
Vienanariai, kurių raidinės dalys yra vienodos, vadinami *panašiaĩsiais*.	$4x$ ir $-2x$ — panašieji vienanariai, a^2 ir $0{,}5a^2$ — panašieji vienanariai.
Sudėdami (atimdami) vienanarius, gauname *daugiãnarius*.	$3a+b$ — dvinaris, $-x+2y-3$ — trinaris.
Sutraukdami daugianario panašiuosius narius, sudedame (atimame) jų koeficientùs, o raidinę dalį paliekame tą pačią.	$\underline{2a}\ \underline{-5a}+2b=-3a+2b$
Sudėdami ar atimdami daugianarius, jei prieš skliaustus yra ženklas: • „+“, tai skliaustų galime nerašyti; • „−“, tai atskliausdami skliaustuose esančių sudėties ir atimties veiksmų ženklus keičiame priešingais.	 $(b-3)+(a-c)=b-3+a-c$ $(b-3)-(a-c)=b-3-a+c$
Daugindami daugianarį iš vienanario, tą vienanarį dauginame iš daugianario kiekvieno nario: $a(b+c)=ab+ac$.	$9\cdot(-a-c)=-9a-9c$ $(b-a+3)\cdot a=ab-a^2+3a$
Daugindami dvìnarį iš dvìnario, vieno dvinario kiekvieną narį dauginame iš kito dvinario kiekvieno nario: $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$.	$(x+6)(y+3)=xy+3x+6y+18$ $(x+6)(y-3)=xy-3x+6y-18$ $(x-6)(y-3)=xy-3x-6y+18$ $(x-6)(y+3)=xy+3x-6y-18$
Dviejų narių sumos kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui plius pirmojo ir antrojo narių dviguba sandauga plius antrojo nario kvadratas: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.	$(3m+4)^2=(3m)^2+2\cdot 3m\cdot 4+4^2=$ $=9m^2+24m+16$
Dviejų narių skirtumo kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui minus pirmojo ir antrojo narių dviguba sandauga plius antrojo nario kvadratas: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.	$(2a-5)^2=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 5+5^2=$ $=4a^2-20a+25$



Dviejų narių sumos ir tų pačių narių skirtumo sandauga lygi tų narių kvadratų skirtumui: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.	$(2a+3)(2a-3)=(2a)^2-3^2=$ $=4a^2-9$
Daugindami du daugianarius, vieno daugianario kiekvieną narį dauginame iš kito daugianario kiekvieno nario. $(a+b)(c+d+e+\cdots)=$ $=ac+ad+ae+\cdots+$ $+bc+bd+be+\cdots$.	$(3-x)(x+2-x^2)=$ $=\underline{3x}+6\ \underline{\underline{-3x^2}}\ \underline{\underline{-x^2}}\ \underline{-2x}+x^3=$ $=x+6-4x^2+x^3$

Dauginame skaidydami skyriais

Matematikos knygelėje Agnė rado pavyzdį, kaip galima sudauginti du dviženkliùs skaičius, užrašytus skyrių suma.

Dviženklį skaičių $\overline{ab}$ galima užrašyti vadinamąja skyrių suma:

$\overline{ab}=10\cdot a+b\quad (a=1, 2,\ldots 9;\quad b=0, 1,\ldots,9)$.

Pavyzdžiui:

$32=10\cdot 3+2;\quad 45=10\cdot 4+5.$

Sudauginkime du dviženklius skaičius $\overline{ab}$ ir $\overline{cd}$, užrašytus skyrių suma:

$\overline{ab}=10a+b,\quad \overline{cd}=10c+d;$

$\overline{ab}\cdot\overline{cd}=(10a+b)\cdot(10c+d)=$
$=10a\cdot 10c+10a\cdot d+b\cdot 10c+b\cdot d=$
$=100ac+10(ad+bc)+bd.$

Pavyzdžiui:

$32\cdot 45=(10\cdot 3+2)\cdot(10\cdot 4+5)=$
$=100\cdot 3\cdot 4+10\cdot(3\cdot 5+2\cdot 4)+2\cdot 5=$
$=100\cdot 12+10\cdot 23+10=$
$=1200+230+10=$
$=1440.$

1) Remdamiesi pavyzdžiu užrašykite skyrių suma kiekvieną duotąjį skaičių: 34, 52, 73, 99, 30.
2) Sudauginkite.
   a) $34\cdot 52$; b) $73\cdot 99$; c) $30\cdot 73$.

SPRENDŽIAME

179. Sudauginkite daugianarį ir vienanarį.

a) $2{,}5x(4x-2)$; b) $0{,}4b(b-5a)$;
c) $(14x-35y)\cdot\left(-\frac{2}{7}x\right)$; d) $(24b+8c)\cdot\left(-\frac{3}{8}c\right)$;
e) $\left(y^2-2y+6\right)\cdot 1{,}5y$; f) $2x\left(x^2-2{,}5x-3{,}5\right)$;
g) $-\frac{2}{3}a(15a-9b-6)$; h) $(5a+10b-3)\cdot\frac{2}{5}b$.

> Daugianarį daugindami iš vienanario, daugianario kiekvieną narį dauginame iš vienanario.

180. Sudauginkite ir sutraukite panašiuosius narius.

a) $(1-2a)(3a+1)$; b) $(6m-3)(2-5m)$;
c) $(1{,}5a-1{,}4y)(-4a-5y)$; d) $(2{,}3x+2y)(4x-0{,}6y)$;
e) $\left(\frac{2}{3}a+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}a\right)$; f) $\left(\frac{3}{5}x-1\frac{1}{2}\right)\left(1\frac{2}{3}x+7\frac{1}{2}\right)$;
g) $(x+y)\left(x^2+xy-y^2\right)$; h) $(n-p)\left(n^2-np+p^2\right)$;
i) $\left(a^2-2a+3\right)(a-4)$; j) $(5x-2)\left(x^2-x-1\right)$.

> Daugianarį daugindami iš daugianario, vieno daugianario kiekvieną narį dauginame iš kito daugianario kiekvieno nario.

181. Raskite sumos kvadratą.

a) $\left(x^2+2\right)^2$; b) $\left(7+y^3\right)^2$;
c) $\left(3x^2+y\right)^2$; d) $\left(a^2+2b\right)^2$;
e) $\left(5a+2x^3\right)^2$; f) $\left(2a^3+4b^2\right)^2$.

> $\left(2x^2+3y\right)^2=$
> $=\left(2x^2\right)^2+2\cdot 2x^2\cdot 3y+(3y)^2=$
> $=4x^4+12x^2y+9y^2$

182. 1) Įsitikinkite, kad $(a-b)^2=(-b+a)^2$.

1) $(a-b)^2=$ ......
2) $(-b+a)^2=(-b)^2+2\cdot(\quad)\cdot\quad+a^2=$ ......

2) Pakelkite kvadratu.

a) $(-7+3a)^2$; b) $(-2a+5)^2$;
c) $\left(-5a+2a^2\right)^2$; d) $\left(-3a^2+2a\right)^2$.

> $-b+a=a-b$

183. Raskite skirtumo kvadratą.

a) $\left(m^2-3\right)^2$; b) $\left(2a^2-3\right)^2$; c) $\left(-6-a^3\right)^2$; d) $\left(-3a^3-b\right)^2$.

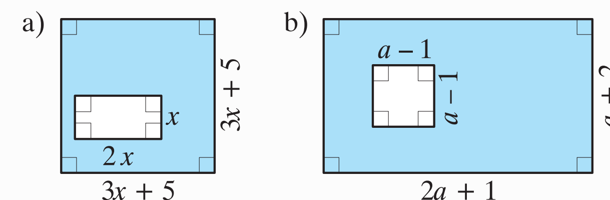
> $(-a-b)^2=(-a)^2-2\cdot(-a)\cdot b+b^2=a^2+2ab+b^2$



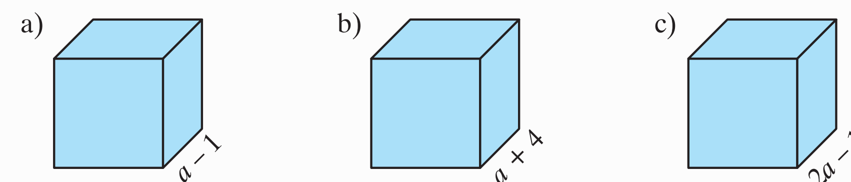
184. Sudauginkite.

a) $(2a+3)(3-2a)$; b) $(3p+1)(1-3p)$;
c) $(0{,}1a-0{,}2b)(0{,}2b+0{,}1a)$; d) $(1{,}2x-0{,}4y)(0{,}4y+1{,}2x)$;
e) $\left(3y^2+2x\right)\left(2x-3y^2\right)$; f) $\left(2b+5a^3\right)\left(5a^3-2b\right)$;
g) $(0{,}2-0{,}3a)(0{,}3a+0{,}2)$; h) $\left(0{,}5x^2-0{,}3y\right)\left(0{,}3y+0{,}5x^2\right)$.

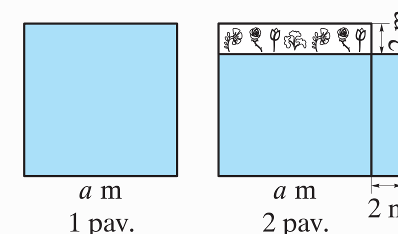
185. Nuspalvintos figūros plotą užrašykite reiškiniu ir jį suprastinkite.



186. Sudarykite reiškinį kubo viso paviršiaus plotui apskaičiuoti.



187. Domicėlė prie namo esančiame sklype turėjo kvadratinę pievelę (žr. 1 pav.). Pavasarį ji viename pievelės krašte 2 metrų plotyje pasodino gėles, o likusios pievelės vieną mažesnįjį kraštą praplėtė 2 metrais ir jį apželdino žole (žr. 2 pav.). Kaip pasikeitė (padidėjo ar sumažėjo ir kiek kvadratinių metrų) žole apželdinto sklypo plotas?





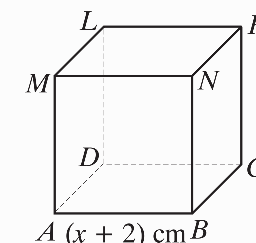
188. Raskite sandaugą trijų iš eilės einančių:

a) natūraliųjų skaičių, kurių mažiausias yra $n-1$;
b) natūraliųjų lyginių skaičių, kurių didžiausias yra $2n+2$;
c) natūraliųjų nelyginių skaičių, kurių mažiausias yra $2n-1$.

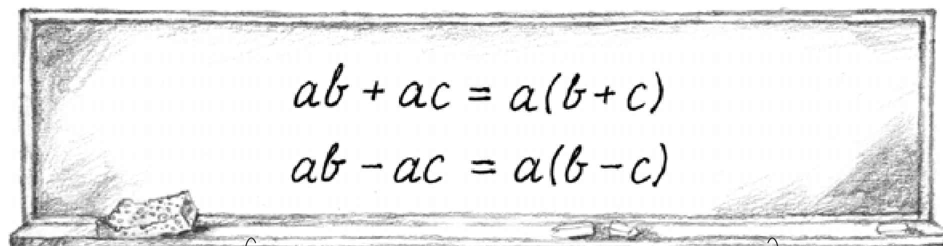


189. Stačiakampio gretasienio $ABCDMNKL$ ilgis yra $(x+2)$ cm, plotis 3 cm mažesnis už ilgį, o aukštis 1 cm didesnis už ilgį. Raskite stačiakampio gretasienio:

a) plotį ir aukštį;
b) sienų $ABCD$, $ABNM$, $BCKN$ plotą;
c) visų sienų plotų sumą; d) tūrį.



BENDRĄJĮ DAUGINAMĄJĮ KELIAME PRIEŠ SKLIAUSTUS



Tai atbulai parašytos lygybės
$a(b+c) = ab + ac, \quad a(b-c) = ab - ac.$
Jomis patogu naudotis skaidant reiškinį dauginamaisiais.

1 užduotis.

1) Perskaitykite dvinarį.
   a) $mx + my$; b) $3x + 3y$; c) $2a - 2b$; d) $ax - ay$.

   $4a - 4c$
   Skaitome: keturi a minus keturi c

2) Pasakykite, iš kokių vienanarių jis sudarytas. Nurodykite vienodus tų vienanarių dauginamuosius.

   Dvinarį $4a - 4c$ sudaro vienanariai $4a$ ir $4c$.
   Dauginamasis 4 įeina į abu vienanarius.

3) Vienodus dauginamuosius iškelkite prieš skliaustus, t. y. dvinarį parašykite kaip sandaugą.

   $4a - 4c = 4(a - c)$

   Sakome, kad bendrąjį dauginamąjį 4 *iškėlėme prieš skliaustus* (*arba* išskaidėme reiškinį dauginamaisiais).

4) Daugindami iškeltą vienanarį iš dvinario, pasitikrinkite, ar nesuklydote.

   Iškėlėme bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus: $4a - 4c = 4(a - c)$.
   Pasitikriname: $4(a - c) = 4a - 4c$.

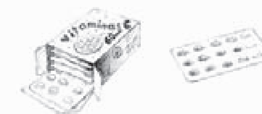
2 užduotis. Pasakykite, kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė.

a) $4a + 4b = 4($ ☁ $+$ ☁ $)$;

b) $6x - 5xy =$ ☁ $(6 - 5y)$;

c) $6m - 9n =$ ☁ $\cdot 2m -$ ☁ $\cdot 3n =$ ☁ $(2m - 3n)$;

d) $36c + 24a = 12 \cdot$ ☁ $+ 12 \cdot$ ☁ $= 12($ ☁ $+$ ☁ $)$.



190. 1) Iš kokių dauginamųjų sudaryti vienanariai?
a) $3x$ ir $3y$; b) ab ir ac; c) mn ir mp;
d) $16a$ ir $4b$; e) $3a$ ir $6b$; f) $12x$ ir $8y$;
g) $6xy$ ir $6xz$; h) $15ab$ ir $10ac$; i) $12mn$ ir $18mp$.

2) Užrašykite abiejų duotųjų vienanarių bendruosius dauginamuosius.

191. 1) Iškelkite bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustùs.
a) $7a + 7b$; b) $9x - 9y$; c) $6m + 6n$;
d) $5ac - 5ab$; e) $6mn + 6mp$; f) $2ab - 2ac$;
g) $3by - 9bx + 6b$; h) $14xy + 35xt + 21x$; i) $8mn + 12np - 16n$.

$18ab - 12ac = 6 \cdot 3ab - 6 \cdot 2ac = 6a \cdot 3b - 6a \cdot 2c = 6a(3b - 2c)$

2) Daugindami pasitikrinkite, ar nesuklydote.

192. Iškelkite bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus.
a) $-8b - 8c$; b) $-6m - 6n$; c) $-4x - 12$;
d) $-18a - 9ab$; e) $-12mn - 16mp$; f) $-10c - 15ac$;
g) $-10ab - 5a - 15$; h) $-7x - 14 - 7xy$; i) $-3ab - 6a - 9ac$.

$-3ab - 12ac = -3a \cdot b + (-3a) \cdot 4c = -3a(b + 4c)$

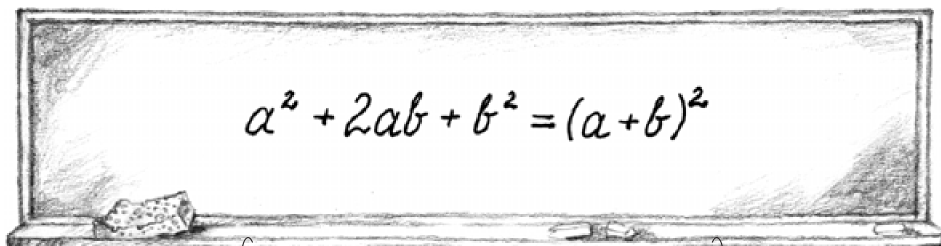
193. Parašykite reiškinį sandauga.
a) $mn - m$; b) $a - 3ab$; c) $10 + 10ab$;
d) $14x^2 + 7x$; e) $18a^2 + 9a$; f) $6m - 12m^2$;
g) $-6y - 30y^2$; h) $-8x - 28x^2$; i) $-4a^2 - 2a$.

$9a^2 + 9 = 9 \cdot a^2 + 9 \cdot 1 = 9(a^2 + 1)$

194. Iškelkite bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus, o tada apskaičiuokite.
a) $2{,}7 \cdot 25 + 2{,}7 \cdot 75$; b) $12{,}7 \cdot 18 - 18 \cdot 2{,}7$;
c) $-6{,}2 \cdot 2{,}7 - 6{,}2 \cdot 7{,}3$; d) $-14{,}9 \cdot 0{,}75 - 0{,}75 \cdot 5{,}1$;
e) $7\frac{1}{3} \cdot 40 + 19\frac{1}{3} \cdot 40 - 6\frac{2}{3} \cdot 40$; f) $13\frac{1}{7} \cdot 18 + 19\frac{5}{7} \cdot 18 - 2\frac{6}{7} \cdot 18$.

195. Iškelkite bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus, o tada apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $a^2 + 15a$, kai $a = 85$; b) $36a - a^2$, kai $a = 16$;
c) $-4a^2 - 16a$, kai $a = -2{,}5$; d) $-20a - 25a^2$, kai $a = -10$.

SKAIDOME DAUGINAMAISIAIS REIŠKINĮ $a^2+2ab+b^2$



Tai atbulai parašyta lygybė $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.
Ja patogu naudotis trinarį $a^2+2ab+b^2$ skaidant dauginamaisiais.

Užduotis.

1) Perskaitykite trinarį.
   a) $a^2+2\cdot a\cdot 5+25$; b) $a^2+12a+36$; c) $9a^2+30a+25$.

   $x^2+10x+25$
   Skaitome: iks kvadratu plius dešimt iks plius dvidešimt penki

2) Pasakykite tą trinarį sudarančius narius.

   Trinario $x^2+10x+25$ nariai: x^2, $10x$, 25.

3) Kieno kvadratas yra pirmasis trinario narys? trečiasis trinario narys?

   x^2 yra x-so kvadratas; 25 yra 5-ių kvadratas: $25=5^2$.

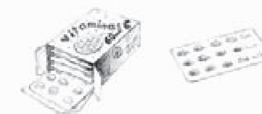
4) Punktų b) ir c) trinarius parašykite taip, kad pirmasis ir trečiasis nariai būtų kvadratai, o antrasis — tų kvadratų pagrindų dviguba sandauga.

   $x^2+10x+25=x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2$

5) Remdamiesi formule $a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2$, trinarį parašykite kaip sumos kvadratą.

   $x^2+10x+25=x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2=(x+5)^2$

$x^2+10x+25=(x+5)^2$ Sakome, kad trinarį *išskaidėme dauginamaisiais* (*arba* parašėme kaip dviejų narių sumos kvadratą).



196. Pasakykite, ką reikėtų parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $n^2+2\cdot n\cdot 4+4^2=(\ \ +\ \ )^2$;

b) $y^2+2\cdot y\cdot 6+36=(\ \ +\ \ )^2$;

c) $(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3+3^2=(\ \ +\ \ )^2$;

d) $(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 5+25=(\ \ +\ \ )^2$.

197. Trinarį išskaidykite dauginamaisiais.

a) $c^2+2cd+d^2$; b) $m^2+2mr+r^2$; c) $p^2+2pt+t^2$;
d) $b^2+14b+49$; e) $y^2+20y+100$; f) $x^2+16x+64$;
g) $16+8a+a^2$; h) $81+18b+b^2$; i) $36+12c+c^2$.

198. Parašykite trinarį sumos kvadratu.

a) a^2+2a+1; b) $4x^2+4x+1$; c) $1+6x+9x^2$;
d) $4x^2+20x+25$; e) $16y^2+24y+9$; f) $4+32z+64z^2$;
g) $a^2+12ab+36b^2$; h) $49b^2+14ab+a^2$; i) $81y^2+36xy+4x^2$.

199. Pirmiausia užrašykite duotąjį reiškinį sumos kvadratu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $12^2+2\cdot 12\cdot 18+18^2$; b) $47^2+2\cdot 47\cdot 13+13^2$;
c) $2{,}8^2+2\cdot 2{,}8\cdot 2{,}2+2{,}2^2$; d) $0{,}9^2+2\cdot 0{,}9\cdot 9{,}1+9{,}1^2$.

$38^2+2\cdot 38\cdot 2+2^2=(38+2)^2=40^2=1600$

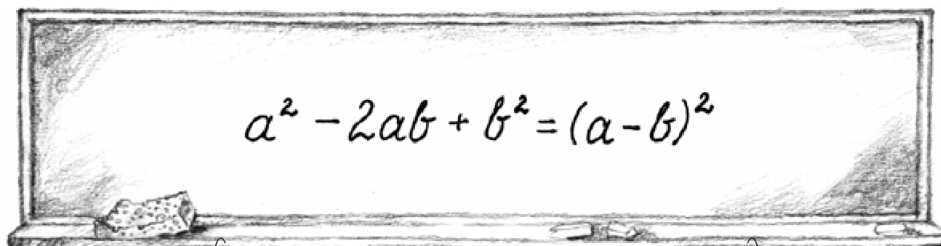
200. Trinarį užrašykite kaip sumos kvadratą, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $4m^2+12m+9$, kai $m=-3$; b) $25a^2+20a+4$, kai $a=2$;
c) $16+48x+36x^2$, kai $x=-2$; d) $9+60b+100b^2$, kai $b=1$.

201. Ką reikėtų parašyti vietoj debesėlio, kad gautąjį trinarį būtų galima užrašyti sumos kvadratu?

a) $25x^2+40x+\ \ $; b) $36+36y+\ \ $;
c) $\ \ +30ab+9b^2$; d) $\ \ +48cd+36c^2$;
e) $9x^2+\ \ +64y^2$; f) $49y^2+\ \ +25z^2$.

SKAIDOME DAUGINAMAISIAIS REIŠKINĮ $a^2 - 2ab + b^2$



Tai atbulai parašyta lygybė $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
Ja patogu naudotis trinarį $a^2 - 2ab + b^2$ skaidant dauginamaisiais.

1 užduotis.

1) Perskaitykite trinarį.
   a) $a^2 - 2 \cdot a \cdot 7 + 7^2$; b) $a^2 - 6a + 9$; c) $4m^2 - 20m + 25$.

2) Punktų b) ir c) trinarius užrašykite taip, kad pirmasis ir trečiasis nariai būtų kvadratai, o antrasis narys — tų kvadratų pagrindų dviguba sandauga.

$x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2$

3) Remdamiesi formule $a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a - b)^2$, trinarį parašykite kaip skirtumo kvadratą.

$x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = (x - 7)^2$

$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$ Sakome, kad trinarį *išskaidėme dauginamaisiais* (*arba* parašėme kaip dviejų narių skirtumo kvadratą).

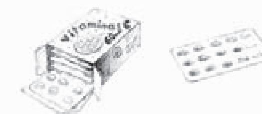
2 užduotis. Pasakykite, ką reikėtų parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $m^2 - 2 \cdot m \cdot 8 + 8^2 = (\quad - \quad)^2$;

b) $n^2 - 2 \cdot n \cdot 7 + 49 = (\quad - \quad)^2$;

c) $(3a)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3a + 6^2 = (\quad - \quad)^2$;

d) $(5a)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 3 + 9 = (\quad - \quad)^2$.



202. Trinarį išskaidykite dauginamaisiais.

a) $x^2 - 2xy + y^2$; b) $m^2 - 2mp + p^2$; c) $p^2 - 2ps + s^2$;
d) $y^2 - 8y + 16$; e) $m^2 - 18m + 81$; f) $b^2 - 20b + 100$;
g) $64 - 16x + x^2$; h) $36 - 12n + n^2$; i) $49 - 14a + a^2$.

203. Parašykite trinarį skirtumo kvadratu.

a) $m^2 - 2m + 1$; b) $9a^2 - 6a + 1$; c) $1 - 10b + 25b^2$;
d) $4x^2 - 12x + 9$; e) $9a^2 - 12a + 4$; f) $4 - 16m + 16m^2$;
g) $a^2 - 6ab + 9b^2$; h) $36y^2 - 12yz + z^2$; i) $25x^2 - 40xy + 16y^2$.

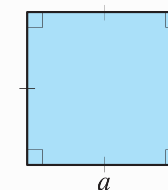
$81a^2 - 54ab + 9b^2 = (9a)^2 - 2 \cdot 9a \cdot 3b + (3b)^2 = (9a - 3b)^2$

204. Pirmiausia užrašykite duotąjį reiškinį skirtumo kvadratu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $23^2 - 2 \cdot 23 \cdot 3 + 3^2$; b) $16^2 - 2 \cdot 16 \cdot 36 + 36^2$;
c) $18{,}8^2 - 2 \cdot 18{,}8 \cdot 8{,}8 + 8{,}8^2$; d) $6{,}5^2 - 2 \cdot 10{,}5 \cdot 6{,}5 + 10{,}5^2$.

205. Koks yra kvadrato kraštinės ilgis a, jei jo plotas S lygus trinario reikšmei?

a) $S = 73^2 - 2 \cdot 73 \cdot 43 + 43^2$;
b) $S = 98^2 - 2 \cdot 98 \cdot 48 + 48^2$.



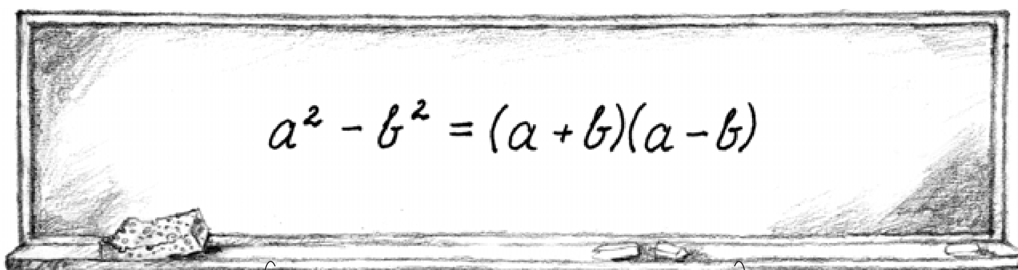
206. Trinarį užrašykite kaip skirtumo kvadratą, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $1 - 4a + 4a^2$, kai $a = -3$; b) $16x^2 - 24x + 9$, kai $x = 3$;
c) $49 - 70a + 25a^2$, kai $a = 2$; d) $36m^2 - 12m + 1$, kai $m = -2$.

207. Ką reikėtų parašyti vietoj debesėlio, kad gautąjį trinarį būtų galima užrašyti skirtumo kvadratu?

a) $49x^2 - 28x + \quad$; b) $9 - 54y + \quad$;
c) $\quad - 40ab + 25b^2$; d) $\quad - 24cd + 4d^2$;
e) $16x^2 - \quad + 25y^2$; f) $36y^2 - \quad + 49z^2$.

SKAIDOME DAUGINAMAISIAIS REIŠKINĮ $a^2 - b^2$



Tai atbulai parašyta lygybė $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
Ja patogu naudotis kvadratų skirtumą $a^2 - b^2$ skaidant dauginamaisiais.

Užduotis.

1) Perskaitykite dvinarį.

   a) $a^2 - 4$; b) $4a^2 - 25$; c) $9a^2 - 16b^2$.

2) Kiekvieną dvinario narį parašykite kaip kvadratą.

   $4x^2 - 64 = (2x)^2 - 8^2$

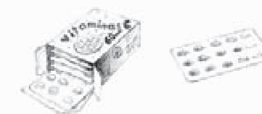
3) Remdamiesi formule $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, dvinarį parašykite kaip dviejų narių sumos ir jų skirtumo sandaugą.

   $4x^2 - 64 = (2x)^2 - 8^2 = (2x + 8)(2x - 8)$

   $4x^2 - 64 = (2x + 8)(2x - 8)$

   Sakome, kad kvadratų skirtumą *išskaidėme dauginamaisiais* (*arba* parašėme kaip dviejų narių sumos ir skirtumo sandaugą).

Lygybė
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$
vadinama *kvadratų skirtumo formule*.



208. Remdamiesi formule $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, dvinarį parašykite sandauga.

a) $x^2 - y^2$; b) $c^2 - d^2$; c) $c^2 - 9^2$; d) $p^2 - 10^2$; e) $11^2 - m^2$.

209. Parašykite reiškinį kvadratų skirtumu, o tada išskaidykite dauginamaisiais.

a) $9 - a^2$; b) $16 - x^2$; c) $81 - c^2$;
d) $4a^2 - 9$; e) $16m^2 - 49$; f) $64 - 36x^2$;
g) $16a^2 - 9b^2$; h) $4x^2 - 81y^2$; i) $49a^2 - 25b^2$.

210. Parašykite dvinarį sandauga.

a) $x^2 - 1$; b) $16a^2 - 1$; c) $1 - 49m^2$; d) $1 - 100x^2$.

$1 - 81a^2 = 1^2 - (9a)^2 = (1 + 9a)(1 - 9a)$

211. Pritaikę kvadratų skirtumo formulę, išskaidykite dauginamaisiais.

a) $y^2 - 0{,}04$; b) $0{,}09 - a^2$; c) $0{,}16 - x^2$;
d) $n^2 - \frac{4}{81}$; e) $\frac{16}{25} - u^2$; f) $\frac{9}{49} - y^2$.

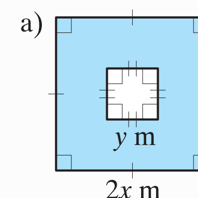
$\frac{4}{25} - a^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 - a^2 = \left(\frac{2}{5} + a\right)\left(\frac{2}{5} - a\right)$

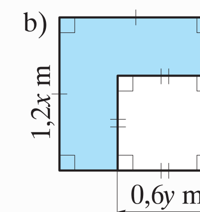
212. Apskaičiuokite nekeldami kvadratu.

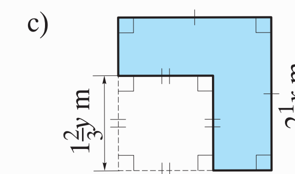
a) $26^2 - 16^2$; b) $63^2 - 53^2$; c) $49^2 - 29^2$; d) $5{,}8^2 - 4{,}8^2$.

$42^2 - 32^2 = (42 + 32)(42 - 32) = 74 \cdot 10 = 740$

213. Užrašykite nuspalvintos figūros plotą raidiniu reiškiniu, o tada tą reiškinį išskaidykite dauginamaisiais.

a) 

b) 

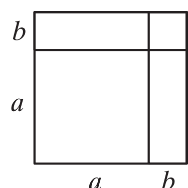
c) 

APIBENDRINAME

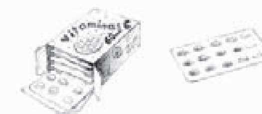
Daugiãnario pertvarkymas į sandaugą vadinamas daugianario *skáidymu dauginamaĩsiais*.	
Jei daugianario visi nariai turi vienodą dauginamąjį, tai jį galima iškelti prieš skliaustùs.	$2a + 6b = 2 \cdot a + 2 \cdot 3b = 2(a + 3b)$, $2a - 6b = 2 \cdot a - 2 \cdot 3b = 2(a - 3b)$, $-2a - 6b = -2 \cdot a - 2 \cdot 3b = -2(a + 3b)$
Iškėlus bendrąjį dáuginamąjį prieš skliaustùs, skliaũstuose lieka tiek narių, kiek jų buvo daugianaryje.	$5a - 5 = 5(a - 1)$, $a^3 + a^2 = a^2(a + 1)$
Skaidant dauginamaisiais, praverčia *greitosios daugybos formulės*, užrašytos atbulai:	
• $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$	$m^2 + 10m + 25 = m^2 + 2 \cdot m \cdot 5 + 5^2 = (m + 5)^2$
• $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	$b^2 - 6b + 9 = b^2 - 2 \cdot b \cdot 3 + 3^2 = (b - 3)^2$
• $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	$9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x + 5)(3x - 5)$

Kai kurios reiškinių pertvarkymo taisyklės buvo žinomos jau prieš 4000 metų. Su jomis buvo susipažinę babiloniečiai ir kitos senovės tautos.

Senovės graikai dydžius žymėjo ne skaičiais arba raidėmis, o tiesių atkarpomis. Jie sakydavo ne „a^2“, o „kvadratas ant atkarpos a“; ne „ab“, o „stačiakampis tarp atkarpų a ir b“.



Pavyzdžiui, formulę $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Euklidas (III a. prieš Kristų) nusakė taip: „Jei atkarpa yra perkirsta į dvi dalis a ir b, tai kvadratas ant visos atkarpos ($(a + b)^2$) lygus kvadratams ant atkarpų a ir b kartu ($a^2 + b^2$) su dukart paimtu stačiakampiu tarp atkarpų a ir b ($2ab$)“.



Grupavimas

Matematikos knygelėje Agnė rado pavyzdį, kaip galima keturnarį išskaidyti dauginamaisiais *grupavimo būdu*.

Išskaidykime dauginamaisiais keturnarį $mx + nx + my + ny$.

Pirmiausia keturnarį $mx + nx + my + ny$ užrašykime suma dvinarių, turinčių po vienodą dauginamąjį:

$$mx + nx + my + ny = (mx + nx) + (my + ny).$$

Iš kiekvieno dvinario iškelkime prieš skliaustus bendrąjį dauginamąjį:

$$(mx + nx) + (my + ny) = x\,(m + n) + y\,(m + n).$$

Iš gautos sumos vėl iškelkime prieš skliaustus bendrąjį dauginamąjį:

$$x\,(m + n) + y\,(m + n) = (m + n)\,(x + y).$$

Pasitikrinkime, ar nesuklydome pertvarkydami:

$$(m + n)\,(x + y) = mx + my + nx + ny = mx + nx + my + ny.$$

Sakoma:
Keturnarį išskaidėme dauginamaisiais *grupavimo būdu*.

1) Remdamiesi šiuo pavyzdžiu, išskaidykite dauginamaisiais tą patį keturnarį $mx + nx + my + ny$ grupuodami taip: $(mx + my) + (nx + ny)$.

2) Grupavimo būdu išskaidykite reiškinį dauginamaisiais.
   a) $ab + ac + 2b + 2c$; b) $3m + 3n + xm + xn$;
   c) $7x - 7y + ax - ay$; d) $ab - 8a + bx - 8x$.

3) Pabandykite šių reiškinių reikšmes apskaičiuoti mintinai.
   a) $(28{,}3 \cdot 5{,}2 - 18{,}3 \cdot 5{,}2) + (28{,}3 \cdot 4{,}8 - 18{,}3 \cdot 4{,}8)$;
   b) $(14{,}7 + 5{,}3) \cdot 2{,}3 + 14{,}7 \cdot 3{,}2 + 5{,}3 \cdot 3{,}2$;
   c) $25 \cdot 113 + 25 \cdot 87 + 75 \cdot 113 + 75 \cdot 87$;
   d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{7}$.

SPRENDŽIAME

214. Iškelkite bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus.

a) $2mn - 4n$; b) $4ax + 8a$; c) $6x - 3xy$;
d) $a^2 + 5a$; e) $x^2 - 7x$; f) $3m^2 - 9m$;
g) $-a^2 - 20a$; h) $-3x - 15x^2$; i) $-m - 4m^2$.

215. Pakeiskite reiškinį sandauga.

a) $ax + bx + cx$; b) $5x + 10ax + 15xy$; c) $3ab + 9ac + 12ad$;
d) $m^3 - 2m^2 + m^4$; e) $a^3 + 2a^2 + 3a$; f) $-3m^3 - 9m^2 - 6m$.

$5a^4 - 15a^3 + 10a^2 = 5a^2 \cdot a^2 - 5a^2 \cdot 3a + 5a^2 \cdot 2 = 5a^2(a^2 - 3a + 2)$

216. Išskaidykite dauginamaisiais, o tada apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

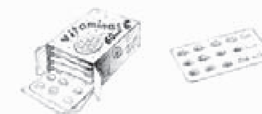
a) $a^2 + ab$, kai $a = 6{,}6$, $b = 3{,}4$;
b) $x^2 - xy$, kai $x = 0{,}5$, $y = 2{,}5$;
c) $-5a^2 - 5ax$, kai $a = 4$, $x = -3$.

217. Ką reikėtų parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $100x^2 -$ ☁ $+ 49y^2 = ($☁ $-$ ☁$)^2$?
b) $64b^2 +$ ☁ $+ 121a^2 = ($☁ $+$ ☁$)^2$?
c) $81a^2 - 90ab +$ ☁ $= ($☁ $-$ ☁$)^2$?
d) ☁ $+ 96xy + 36y^2 = ($☁ $+$ ☁$)^2$?
e) ☁ $+ 70mn +$ ☁ $= (7m +$ ☁$)^2$?
f) ☁ $- 80ab +$ ☁ $= ($☁ $- 8b)^2$?

218. Parašykite reiškinį dvinario kvadratu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $9x^2 + 24xy + 16y^2$, kai $x = 3$, $y = -2$;
b) $4y^2 - 28xy + 49x^2$, kai $x = 2$, $y = 5{,}5$;
c) $\frac{1}{4}m^2 - 2mn + 4n^2$, kai $m = -4$, $n = -3{,}5$.



219. Duotąjį trinarį parašykite sumos arba skirtumo kvadratu.

a) $12xy + 4y^2 + 9x^2$; b) $4a^2 + b^2 - 4ab$; c) $30a + 9a^2 + 25$;
d) $-20mn + 4m^2 + 25n^2$; e) $1 + 4x^2 - 4x$; f) $14a + 1 + 49a^2$.

$36a^2 + 4 + 24a = (6a)^2 + 2^2 + 2 \cdot 6a \cdot 2 = (6a)^2 + 2 \cdot 6a \cdot 2 + 2^2 = (6a + 2)^2$

220. Parašykite sandauga.

a) $0{,}25a^2 - 0{,}04b^2$; b) $1{,}44x^2 - 2{,}25y^2$; c) $1{,}96m^2 - 2{,}89n^2$;
d) $\frac{25}{49}y^2 - x^2$; e) $4y^2 - \frac{4}{25}z^2$; f) $\frac{9}{16}a^2 - \frac{64}{81}b^2$.

221. Išskaidykite dauginamaisiais.

a) $x^2y^2 - 49$; b) $9 - a^2b^2$; c) $-x^2y^2 + z^2$;
d) $4x^2y^2 - 16z^2$; e) $36a^2 - 25b^2c^2$; f) $-49x^2y^2 + 100z^2$.

$a^2b^2 - 4 = (ab)^2 - 2^2 = (ab + 2)(ab - 2)$

222. Apskaičiuokite nekeldami kvadratu.

a) $\left(3\frac{5}{7}\right)^2 - \left(1\frac{2}{7}\right)^2$; b) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$; c) $\left(8\frac{3}{4}\right)^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^2$;
d) $0{,}61^2 - 0{,}39^2$; e) $0{,}76^2 - 0{,}24^2$; f) $0{,}783^2 - 0{,}217^2$.

223. Remdamiesi kvadratų skirtumo formule, suprastinkite reiškinį.

a) $(x + y)^2 - (x - y)^2$; b) $(m - n)^2 - (m + n)^2$;
c) $(2x + 3y)^2 - (2x - 3y)^2$; d) $(4m - 2n)^2 - (4m + 2n)^2$.

$(a + b)^2 - (a - b)^2 = \big((a + b) + (a - b)\big)\big((a + b) - (a - b)\big) =$
$= (\underline{\underline{a}}\ \underline{+ b}\ \underline{\underline{+ a}}\ \underline{- b})(\underline{\underline{a}}\ \underline{+ b}\ \underline{\underline{- a}}\ \underline{+ b}) = 2a \cdot 2b = 4ab$



224. Įsitikinkite, kad skaičius
$30\,003^2 - 3^2$
dalijasi ir iš 3, ir iš 9, ir iš 10.



225. Iškėlę prieš skliaustus bendrąjį dauginamąjį, įsitikinkite, kad:

a) $5^{14} + 5^{12}$ dalijasi iš 13; b) $6^{13} - 6^{11}$ dalijasi iš 7.

PASITIKRINAME

226. Padauginkite daugianarį iš vienanario.

a) $3(5+2x)$; b) $a(7a-b)$; c) $(5x-3)\cdot(-4x)$;

d) $2(2n-5m+1)$; e) $3a(1-a+b)$; f) $\left(5-7a+2a^2\right)\cdot(-a)$.

227. Sudauginkite dvinarius.

a) $(m+a)(n+b)$; b) $(m-a)(n+b)$; c) $(m-a)(n-b)$;

d) $(a-4)(b+2)$; e) $(x+1)(y-3)$; f) $(c+4)(a+3)$.

228. Sudauginkite dvinarius ir sutraukite panašiuosius narius.

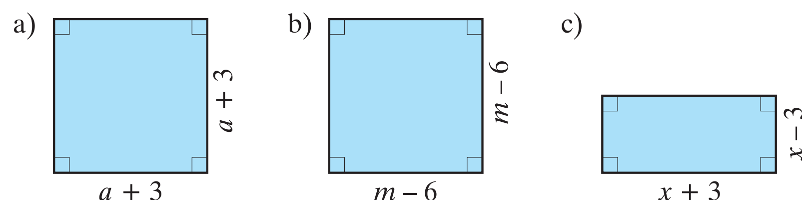
a) $(a+2)(a+4)$; b) $(5-x)(4+x)$; c) $(b+3)(b-2)$;

d) $(a-4)(3+a)$; e) $(2-x)(x-1)$; f) $(4-b)(b-1)$;

g) $(3x-1)(5x+4)$; h) $(2a+1)(3a-2)$; i) $(2b+5)(2+5b)$;

j) $(2x-2y)(5x-5y)$; k) $(4a+3b)(2a-3b)$; l) $(4x-5y)(5x-4y)$.

229. Raskite figūros plotą.



230. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(x+2)^2 = x^2 + 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+\,2^2$?

b) $(2+3x)^2 =$ ☁$^2 + 2\cdot 2\cdot 3x + ($☁$)^2$?

c) $(4m+5)^2 = 16m^2 + 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+$ ☁?

d) $(x-3)^2 = x^2 - 2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+\,3^2$?

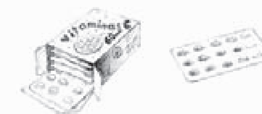
e) $(5-3a)^2 =$ ☁$^2 - 2\cdot 5\cdot 3a + ($☁$)^2$?

f) $(7-5y)^2 =$ ☁ $-\,2\cdot$ ☁ $\cdot$ ☁ $+\,25y^2$?

g) $(m+$ ☁$)(m-$ ☁$) =$ ☁$^2 - n^2$?

h) $(2x+$ ☁$)(2x-$ ☁$) = (2x)^2 - 16$?

i) $(5+$ ☁$)(5-$ ☁$) =$ ☁ $-\,9a^2$?



231. Pakelkite kvadratu.

a) $(x+y)^2$; b) $(m-n)^2$; c) $(3+a)^2$; d) $(b-5)^2$;

e) $(3x+2)^2$; f) $(4-2y)^2$; g) $(5a+b)^2$; h) $(2x-6y)^2$.

232. Atskliauskite, remdamiesi kvadratų skirtumo formule.

a) $(x+y)(x-y)$; b) $(y+2)(y-2)$; c) $(a+5)(a-5)$;

d) $(2m+3)(2m-3)$; e) $(5x+y)(5x-y)$; f) $(3a+4b)(3a-4b)$;

g) $(a+3b)(3b-a)$; h) $(5a+4)(4-5a)$; i) $(6n+5)(5-6n)$.

233. Bendrąjį dauginamąjį iškelkite prieš skliaustus.

a) $3a+3b$; b) $7x-7y$; c) $-2m-2n$;

d) $4ab+4ac$; e) $5xy-5yz$; f) $-3mn-3mp$;

g) a^2+15a; h) $3x-x^2$; i) $-4m-m^2$;

j) $13a^2+a$; k) $20x^2-10x$; l) $-7m-35m^2$.

234. Ką reikėtų parašyti vietoj daugtaškių, kad būtų teisinga lygybė:

a) $3ab-12ac = 3a(\ldots-\ldots)$? b) $4a^2+12a = 4a(\ldots+\ldots)$?

c) $18a^3-27a = 9a(\ldots-\ldots)$? d) $15ac+25bc = 5c(\ldots+\ldots)$?

e) $-4xy-8xt = -4x(\ldots+\ldots)$? f) $-9ab-6bc = -3b(\ldots+\ldots)$?

g) $5y-15y^2 = 5y(\ldots-\ldots)$? h) $-3a^2-3a = -3a(\ldots+\ldots)$?

235. Trinarį užrašykite kaip dvinario kvadratą.

a) $c^2+2cd+d^2$; b) $x^2-2xy+y^2$;

c) $m^2+10m+25$; d) $a^2-16a+64$;

e) $m^2+4mn+4n^2$; f) $p^2-6pt+9t^2$;

g) $9a^2+24ab+16b^2$; h) $4c^2-20cd+25d^2$.

236. Išskaidykite dauginamaisiais.

a) a^2-4; b) a^2-9; c) a^2-1;

d) $25-x^2$; e) $121-x^2$; f) $144-x^2$;

g) $0{,}36-y^2$; h) $0{,}49-y^2$; i) $y^2-0{,}64$.

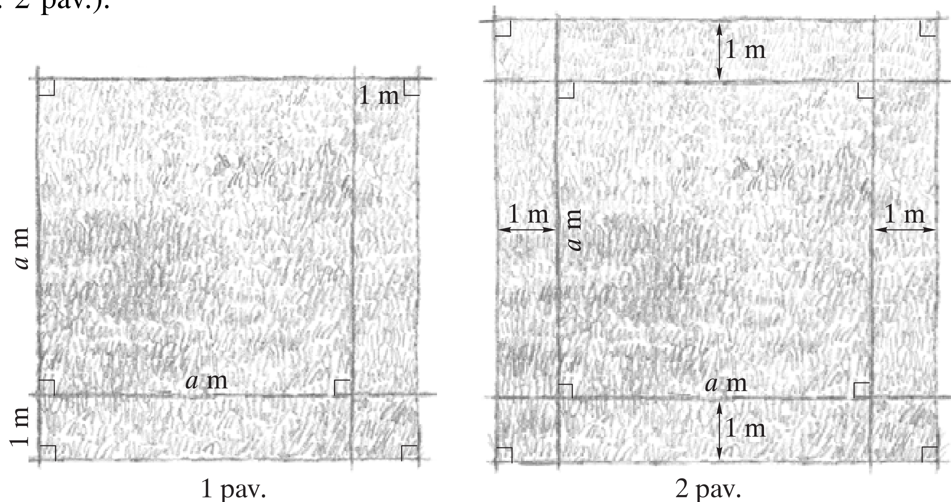
237. Parašykite dvinarį sandauga.

a) $9a^2-4$; b) $4x^2-25$; c) $9-16y^2$;

d) $4a^2-25b^2$; e) $49x^2-9y^2$; f) $36m^2-100n^2$.

Pievelė

Prisiminkime prie Vytenio namo esančią (iš dviejų kraštų padidintą) pievelę (žr. 1 pav.). Vytenis nutarė ją dar labiau padidinti — praplatinti kitus du kraštus (žr. 2 pav.).



1 pav. 2 pav.

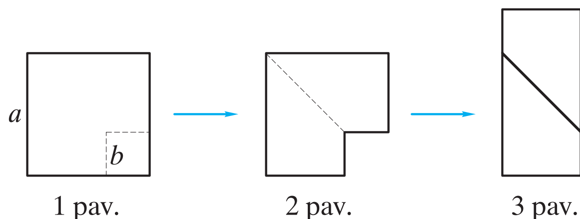
1 užduotis. 1) Koks naujosios pievelės (žr. 2 pav.) krašto ilgis?

2) Koks naujosios pievelės plotas? Tą plotą užrašykite dvinario kvadratu, o tada pritaikykite dviejų narių sumos kvadrato formulę.
3) Kiek kvadratinių metrų padidėjo pievelės plotas, lyginant jį su plotu pradinės pievelės, kurios krašto ilgis buvo a metrų?

Kai kurias formules (sumos kvadratą, skirtumo kvadratą, sumos ir skirtumo sandaugą) žinojo ne tik senovės babiloniečiai, bet ir kitos tautos.
Senovės Graikijos mokslininkai tas formules dažnai išreikšdavo geometriškai.

2 užduotis.

1) Iš popieriaus iškirpkite kvadratą ir nuo jo kampo nukirpkite mažesnį kvadratėlį (žr. 1 pav.). Užrašykite, kam lygus gautosios figūros plotas.
2) Likusią figūrą perkirpkite į dvi lygias dalis (žr. 2 pav.).
3) Tas dalis sudėkite taip, kaip parodyta 3 paveikslėlyje. Kam lygios gautojo stačiakampio kraštinės? Užrašykite, kam lygus to stačiakampio plotas.
4) Palyginkite 1) ir 3) punktų plotų išraiškas.



1 pav. 2 pav. 3 pav.

KARTOJAME

238. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $18 + y = -5$; b) $x - 8 = 17$; c) $z - 14 = -21$;
d) $-0{,}5 \cdot y = 20$; e) $x : 8 = 12$; f) $z : (-0{,}2) = 5$.

239. Išspręskite lygtį.
a) $-4x + 2 = 18$; b) $3y - 7 = -28$;
c) $-6x - 8 = 4$; d) $5y + 8 = 4$;
e) $-2x - 3 = 8$; f) $3y - 12 = -13$.

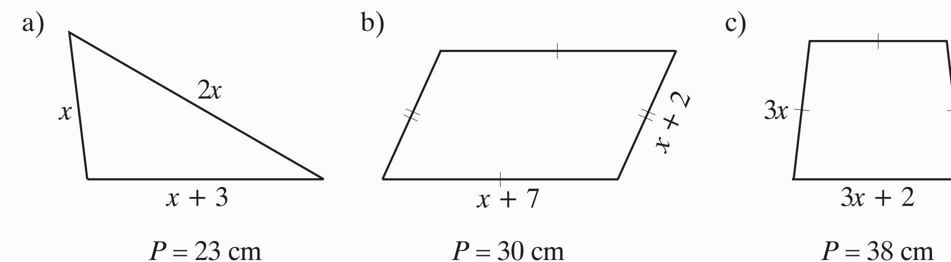
$4x - 6 = -14 \;|+6$
$4x = -8 \;|:2$
$x = -2$

240. Raskite lygties sprendinį.
a) $x : 5 + 2 = -3$; b) $y : (-3) + 5 = 1$;
c) $x : 2 - 6 = 10$; d) $y : 3 + 3 = 15$;
e) $x : 4 - 7 = -15$; f) $y : (-2) - 8 = -8$.

$x : (-5) - 10 = 2 \;|+10$
$x : (-5) = 12 \;|\cdot(-5)$
$x = -60$

241. Išspręskite lygtį, pirmiausia atskliaudę ir sutraukę panašiuosius narius.
a) $x + (x + 4) = 20$; b) $4y - (y + 5) = -14$;
c) $-3x + (5 - x) = -3$; d) $-2y - (-3y - 1) = 17$.

242. Remdamiesi brėžiniu, raskite pavaizduotos figūros kraštinių ilgiùs (P — perimetras).



243. Vienas teigiamas skaičius trigubai didesnis už kitą, o jų skirtumas lygus 54. Raskite tuos skaičius.

244. Trikampio perimetras lygus 80 cm. Viena jo kraštinė 5 cm ilgesnė už kitą, bet 10 cm trumpesnė už trečiąją. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius.



Koks skaičius?

1 užduotis. Aš pasirinkau skaičių, jį padauginau iš trijų, iš gautos sandaugos atėmiau 8 ir gavau pasirinktą skaičių.
1) Sudarykite lygtį pasirinktam skaičiui rasti.

Pasirinktą skaičių pažymėjau x.
Jį padauginau iš trijų: $3 \cdot x$.
Iš gautos sandaugos atėmiau 8: $3 \cdot x - 8$.
Gavau pasirinktą skaičių: $3 \cdot x - 8 = x$.

2) Išspręskite lygtį $3 \cdot x - 8 = x$ ir pasakykite, kokį skaičių aš pasirinkau.

2 užduotis. Aš pasirinkau skaičių, jį padauginau iš tokio pat skaičiaus, iš gautojo skaičiaus atėmiau keturgubą pasirinktą skaičių ir gavau nulį.
1) Sudarykite lygtį pasirinktam skaičiui rasti.

Pasirinktą skaičių pažymėjau x.
Jį padauginau iš tokio pat skaičiaus: $x \cdot x = x^2$.
Iš gautojo skaičiaus atėmiau keturgubą pasirinktą skaičių: $x^2 - 4x$.
Gavau nulį: $x^2 - 4x = 0$.

2) Kurie iš skaičių -4; 0 ir 4 yra tos lygties sprendiniai?

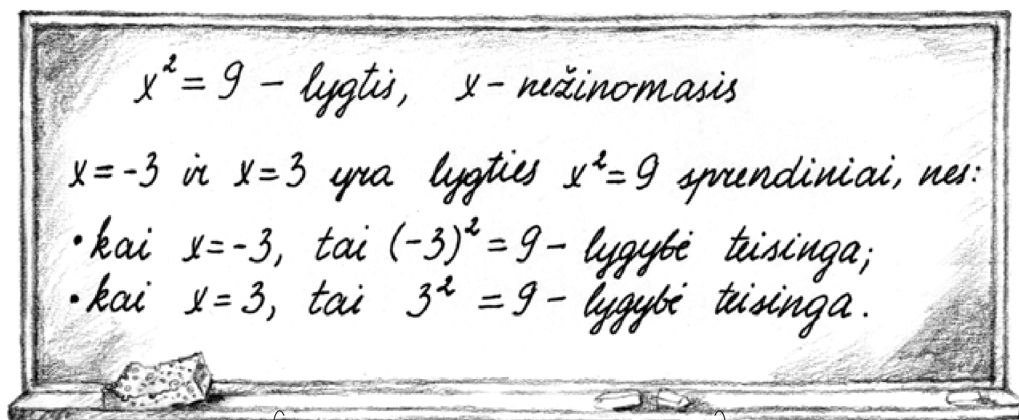
O kaip išspręsti lygtį $x^2 - 4x = 0$?
Tokias lygtis išmoksite spręsti šiame skyriuje.

***Šiame skyriuje*:**
- pakartosite, ką vadiname lygtimi ir lygties sprendiniu;
- pakartosite, kad, sprendžiant lygtis, galima:
  1) prie abiejų jos pusių pridėti (iš abiejų jos pusių atimti) po tą patį skaičių ar reiškinį;
  2) abi jos puses dauginti (dalyti) iš to paties skaičiaus (nelygaus nuliui);
- išmoksite spręsti lygtis, remdamiesi sandaugos, lygios nuliui, savybe bei skaidydami dauginamaisiais;
- pagilinsite įgūdžius spręsdami tekstinius uždavinius, sudarydami lygtis.

4 LYGTYS



LYGTIES SPRENDINYS



Lygties *sprendiniu* vadinama nežinomojo reikšmė, su kuria lygtis virsta teisinga lygybe.

1 užduotis. Tikrindami kiekvieną iš debesėlyje surašytų skaičių, nustatykite, kurie iš jų yra lygties sprendiniai.

a) $x + 3 = 2$; b) $2x - 5 = -3$;

c) $x^2 = 4$; d) $x = x$;

e) $x^2 - 2x = 0$; f) $x^2 = -4$.

-2, -1, 0, 1, 2

Patikrinkime, ar debesėlyje surašyti skaičiai lygtį

$x^2 - x = 0$

paverčia teisinga lygybe:

- kai $x = -2$, tai $(-2)^2 - (-2) = 4 + 2 = 6$, $6 \neq 0$;
- kai $x = -1$, tai $(-1)^2 - (-1) = 1 + 1 = 2$, $2 \neq 0$;
- kai $x = 0$, tai $0^2 - 0 = 0$, $0 = 0$ — lygybė teisinga;
- kai $x = 1$, tai $1^2 - 1 = 0$, $0 = 0$ — lygybė teisinga;
- kai $x = 2$, tai $2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$, $2 \neq 0$.

$x = 0$ ir $x = 1$ yra lygties $x^2 - x = 0$ sprendiniai.

2 užduotis. Užrašykite lygtį, kurios sprendiniai būtų 2 ir -2.



245. Įsitikinkite, kad skaičius 2 *yra* duotosios lygties sprendinys.

a) $4x - 9 = -1$; b) $(x - 2)^2 = 0$;

c) $x(x - 2) = 0$; d) $\frac{1}{4}x^3 = 2$;

e) $3x^2 = 12$; f) $4x = 4x$.

246. Įsitikinkite, kad skaičius -2 *nėra* duotosios lygties sprendinys.

a) $(x + 2)^2 = 16$; b) $2x^3 = 16$;

c) $x^2 - (x - 2)(x + 2) = 0$; d) $3x^2 = -27$;

e) $x^2 - 4x - 4 = 0$; f) $(x - 2)^2 = -2$.

247. Nespręsdami lygties nustatykite, ar skaičius -3 yra lygties sprendinys.

a) $3x + 3 = 4$; b) $(x - 3)^2 = x^2$; c) $x^2 - 6x + 9 = 0$;

d) $x^2 - (x + 1)^2 = 5$; e) $2x = x^2 - 15$; f) $2x - 1 = 2 - x^2$.

248. Nespręsdami lygties nustatykite, ar skaičius 2 yra lygties sprendinys.

a) $\frac{1}{2}(x + 1) = 1\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{3}(x^2 - 4) = 0$;

c) $\frac{1}{5}(x - 1) = 5$; d) $0,2(2x + 1) = x^2$;

e) $3,2 - 2x^2 = -4,8$; f) $0,1 + 10x^2 = 0,1x - 39,7$.

249. Raskite, kuris iš duotųjų trijų skaičių yra lygties sprendinys. Iš eilės surašę sprendinius atitinkančias raides, perskaitykite žodį.

1) $6(x - 5) = 0$	**T** -5	**L** 5	**K** 0
2) $(x + 7) \cdot (-3) = 0$	**Y** -7	**A** 3	**I** 0
3) $-x = -6$	**M** -6	**Š** 0	**G** 6
4) $-x = x$	**K** -1	**P** 1	**T** 0
5) $-3x = 0$	**I** 0	**A** 3	**S** -3
6) $(x - 1)^2 = 1 - x$	**A** -1	**S** 0	**Ė** 5

250. Tikrindami *kiekvieną* debesėlyje esantį skaičių, nustatykite, ar jie yra lygties sprendiniai.

a) $-x^3 = 27$; b) $-x^2 = -2x$;

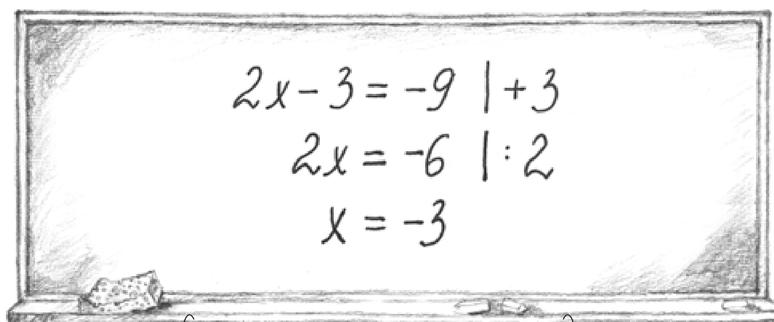
c) $2x^2 = 8$; d) $x^2(x - 9) = 0$;

e) $\frac{x+1}{3} = -\frac{1}{3}$; f) $\frac{x(x+2)}{5} = -\frac{4}{5}$;

g) $x^2 + 2 = 0$; h) $x(x+2) = x^2+2x$.

-3, 0, 2, -2

SPRENDŽIAME LYGTIS



Prie abiejų lygties pusių galima pridėti (iš abiejų lygties pusių galima atimti) po tą patį skaičių ar reiškinį.

Abi lygties puses galima padauginti (padalyti) iš to paties skaičiaus (ar reiškinio), nelygaus 0.

Užduotis. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $2x + 5 = 1$; b) $2x - 4 = -8$; c) $2(x - 1) = 6$; d) $(x + 1) : 2 = -6$.

Išspręskime lygtį $-2(3 - 2x) = 2$.

1) Atskliaučiame. → $-6 + 4x = 2$

2) Prie abiejų lygties $-6 + 4x = 2$ pusių pridedame po 6. → $-6 + 4x = 2$ $|+6$; $4x = 8$

3) Abi lygties $4x = 8$ puses padalijame iš 4. → $4x = 8$ $|:4$; $x = 2$

4) *Pasitikriname.* Kai $x = 2$, tai

$-2 \cdot (3 - 2 \cdot 2) \overset{?}{=} 2$,

$-2 \cdot (-1) \overset{?}{=} 2$,

$2 = 2$ — lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = 2$.

O aš lygtį $-2(3 - 2x) = 2$ sprendžiau taip.

1) Abi puses padalijau iš -2:

$3 - 2x = -1$.

2) Iš abiejų pusių atėmiau po 3:

$-2x = -4$.

3) Abi puses padalijau iš -2:

$x = 2$.



251. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $2x + 10 = 30$; b) $4y - 15 = 5$; c) $-3z + 1 = -5$;
d) $\frac{4}{7}x + 14 = -2$; e) $\frac{1}{2}y - \frac{1}{3} = -\frac{22}{3}$; f) $-10z + \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$;
g) $0{,}2x + 1{,}4 = -0{,}8$; h) $2{,}5y - 2 = 0{,}25$; i) $-1{,}2z - 2 = 4$.

Išspręskite 252–255 uždavinių lygtis.

252. a) $5x = 2x + 33$; b) $8x = -117 - x$;
c) $y + \frac{1}{3} = 2y + \frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{2}y - 2 = y + 4$;
e) $3{,}2z = 44 - 1{,}2z$; f) $0{,}2z = 0{,}3z - 1{,}5$.

$6y = 3y + 9$ $|-3y$
$6y - 3y = 9$
$3y = 9$ $|:3$
$y = 3$

253. a) $\frac{x+3}{4} = 2$; b) $\frac{x-7}{5} = -1$;
c) $\frac{2-4x}{2} = 5$; d) $\frac{-3-5x}{6} = 2$;
e) $\frac{1+2x}{3} = -2$; f) $\frac{8-4x}{6} = 1$;
g) $\frac{2+5x}{6} = -1$; h) $\frac{-3x-4}{2} = -1$.

$\frac{-1-3x}{4} = 3{,}5$ $|\cdot 4$
$-1 - 3x = 14$ $|+1$
$-3x = 15$ $|:(-3)$
$x = -5$

254. a) $x : 4 - 1 = 3$; b) $x : 3 + 1 = -3$;
c) $x : 5 + 1 = 7$; d) $x : 4 - 1 = -3$;
e) $x : 2 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$; f) $x : 3 - 1\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$;
g) $x : 5 - 1{,}5 = 2{,}5$; h) $x : 2 + 4{,}2 = -0{,}8$.

$x : 2 - 3 = 1$ $|+3$
$x : 2 = 4$ $|\cdot 2$
$x = 8$

255. a) $4(x - 1) = 3x + 5$; b) $6(y - 2) = 3(y + 1)$;
c) $\frac{1}{2}(4x + 10) = 7(2x - 1)$; d) $3\left(y + \frac{1}{3}\right) = 11\left(y - \frac{3}{11}\right)$;
e) $-2{,}4(5x + 4) = 32{,}4 + 9x$; f) $3{,}2 - 6{,}4y = 0{,}2(3y - 1{,}5)$.

Pirmiausia — atskliauskite!

256. Remdamiesi brėžiniu, sudarykite lygtį ir apskaičiuokite stačiakampio kraštinių ilgius (P — stačiakampio perimetras).

a)


b)


UŽDAVINIŲ SPRENDIMAS SUDARANT LYGTIS

Užduotis. Simas užrašė skaičių. Rima prie Simo skaičiaus pridėjo 10. Linas Simo skaičių padaugino iš 4. Tada vaikai prie Simo skaičiaus pridėjo Rimos skaičių, atėmė Lino skaičių ir gavo 0. Kokį skaičių užrašė Simas?

Brolis užrašė skaičių. Sesuo iš to skaičiaus atėmė 1. Kokį skaičių užrašė brolis, jei, iš jo užrašyto skaičiaus kvadrato atėmę sesers skaičiaus kvadratą, gauname 19?

Brolio skaičių pažymėkime x → Tada sesers skaičius lygus $x - 1$

Brolio skaičiaus kvadratas yra x^2 → Sesers skaičiaus kvadratas yra $(x-1)^2$

Tų skaičių kvadratų skirtumas lygus 19:
$x^2 - (x-1)^2 = 19$

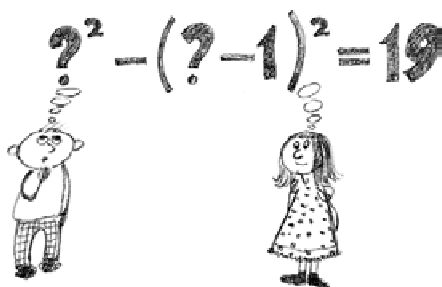
Išsprendžiame gautąją lygtį:

$$x^2 - (x-1)^2 = 19,$$
$$x^2 - \left(x^2 - 2x + 1\right) = 19,$$
$$x^2 - x^2 + 2x - 1 = 19,$$
$$2x - 1 = 19,$$
$$2x = 20,$$
$$x = 10.$$

Vadinasi, brolis užrašė skaičių 10.

Pasitikriname.
Brolis užrašė 10. Sesuo gavo 9.
$10^2 - 9^2 \stackrel{?}{=} 19,$
$100 - 81 = 19$ — lygybė teisinga.

Atsakymas. Brolis užrašė skaičių 10.





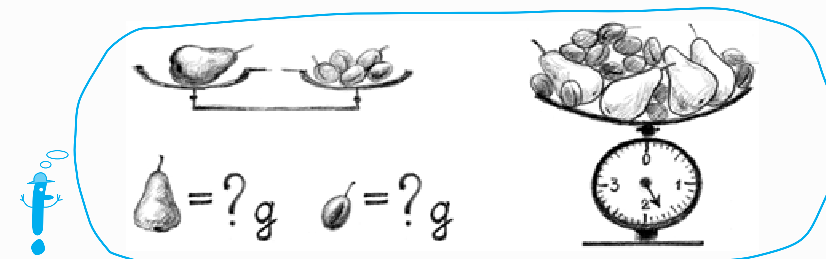
257. Uždavinį išspręskite sudarydami lygtį.

a) Vienas dėmuo yra 7 kartus didesnis už kitą dėmenį, o jų suma lygi 144. Raskite kiekvieną dėmenį.
b) Dviejų skaičių suma lygi 729. Pirmasis skaičius yra 8 kartus mažesnis už antrąjį skaičių. Raskite kiekvieną skaičių.
c) Turinys yra 4 kartus didesnis už atėminį, o skirtumas lygus 12 738. Raskite turinį ir atėminį.
d) Atėminys yra 6 kartus mažesnis už turinį, o skirtumas lygus 10 385. Raskite turinį.
e) Dviejų skaičių suma lygi 987, o jų skirtumas yra 333. Raskite šiuos skaičius.

258. Simas ir Rokas gamino detales. Simas per 1 valandą pagamina 2 detalėmis daugiau negu Rokas. Abu berniukai, padirbėję 3 valandas, pagamino 96 detales.

1) Kiek detalių pagamino Rokas per 1 valandą?
2) Kiek detalių pagamino Simas per 3 valandas?

259. Kriaušė sveria 5 kartus daugiau už slyvą. Kiek gramų sveria slyva ir kiek kriaušė, jei 4 tokios kriaušės ir 14 tokių slyvų kartu sveria 1 kg 700 g?



260. Valentinas per tris dienas dviračiu nuvažiavo 228 km. Antrąją dieną jis nuvažiavo tokį pat atstumą, kaip ir pirmąją dieną, o trečiąją dieną — 12 km daugiau negu antrąją dieną.

1) Kiek kilometrų nuvažiavo Valentinas kiekvieną dieną?



2) Raskite jo važiavimo greitį kiekvieną dieną, jei pirmąją dieną jis kelionėje užtruko 9 h, antrąją — 8 h ir trečiąją — 7 h.

261. Turistinio maršruto ilgis yra 100 km. Nukeliavę dalį maršruto, turistai sustojo pailsėti. Kai pailsėję jie nukeliavo dar 10 km, tai tada jiems liko eiti trigubai daugiau kilometrų, negu jie jau buvo nuėję. Kiek kilometrų buvo nuėję turistai, kai sustojo pailsėti?

APIBENDRINAME

Lygtìs — lygybė, kurioje yra raide pažymėtas nežinomas skaičius (nežinomasis).

$7 + 2x = 3x - 1$, $x^2 = 25$, $x^2 + 6x = 0$ — lygtys

Lygties sprendinys — nežinomojo reikšmė, su kuria lygtis virsta teisinga skaitine lygybe.

-5 ir 5 yra lygties $x^2 = 25$ sprendiniai, nes $(-5)^2 = 25$ — teisinga lygybė, $5^2 = 25$ — teisinga lygybė.

Prie abiejų lygties pusių galima pridėti (iš abiejų lygties pusių galima atimti) po tą patį skaičių ar reiškinį.
Abi lygties puses galima dauginti (dalyti) iš to paties skaičiaus ar reiškinio (nelygaus 0).

$7 + 2x = 3x - 1 \quad | -3x - 7$
$2x - 3x = -1 - 7$
$-x = -8 \quad | : (-1)$
$x = 8$

Jeigu lygtyje yra skliaustų, tai pirmiausia atskliaučiame.

$-3(x - 1) - (2 - x) = 4$
$-3x + 3 - 2 + x = 4$ ← atskliautėme
$-2x + 1 = 4$ ← sutraukėme panašiuosius narius
$-2x = 3$
$x = -1{,}5$

Tekstinius uždavinius dažnai patogu spręsti sudarant lygtis.

Vienas vielos gabalas yra 54 m ilgesnis už kitą. Nuo kiekvieno gabalo nupjovus po 12 m, antrasis gabalas pasidarė 4 kartus trumpesnis už pirmąjį. Koks buvo kiekvieno vielos gabalo ilgis iš pradžių?

Sprendimas.

- Nežinomą dydį pasižymime raide.
  - Antrojo (trumpesniojo) gabalo ilgį pažymėkime x. Tada pirmojo gabalo ilgis yra $x + 54$.
- Pagal sąlygą sudarome lygtį.
  - $x + 54 - 12 = 4(x - 12)$.
- Išsprendžiame sudarytąją lygtį.
  - $x + 42 = 4x - 48$,
    $-3x = -90$,
    $x = 30$.
    Taigi antrojo gabalo ilgis buvo 30 m, o pirmojo — $30 + 54 = 84$ (m).
- Pasitikriname.
  - $84 - 30 = 54$ (m), $84 - 12 = 72$ (m), $30 - 12 = 18$ (m), $72 : 18 = 4$.
- Parašome atsakymą.
  - *Atsakymas.* 84 m, 30 m.



Lygtis ir jos sprendiniai

- Lygtis gali turėti vienintelį sprendinį, bet gali jų turėti ir daugiau.

Pavyzdžiui, lygtis $x(x - 1)(x - 2) = 0$ turi tris sprendinius: $x = 0$, $x = 1$ ir $x = 2$.

- Yra lygčių, kurios neturi nė vieno sprendinio.

Pavyzdžiui, lygtis $2x + 3 = 2(x + 1)$ sprendinių neturi.
Iš tikrųjų:

$2x + 3 = 2x + 2 \quad | -2x$,
$3 = 2$ — lygybė *neteisinga*!

Tai reiškia, kad nėra tokios x reikšmės, su kuria būtų teisinga lygybė $2x + 3 = 2(x + 1)$.

- Yra lygčių, kurios turi be galo daug sprendinių.

Pavyzdžiui, lygtis $2x + 2 = 2(x + 1)$ turi be galo daug sprendinių.
Iš tikrųjų:

$2x + 2 = 2(x + 1)$,
$2x + 2 = 2x + 2$.

Akivaizdu, kad lygybė $2x + 2 = 2x + 2$ teisinga su bet kuria x reikšme. Vadinasi, kiekvienas skaičius yra lygties $2x + 2 = 2(x + 1)$ sprendinys.

Užduotis.

1) Iš lygčių

   $3 \cdot x = 0$; $0 \cdot x = 0$; $0 \cdot x = 3$; $x^2 = 0$; $x^3 = 0$

   išrinkite ir surašykite tas lygtis, kurios:
   a) turi vienintelį sprendinį;
   b) turi be galo daug sprendinių;
   c) sprendinių neturi.
2) Sugalvokite ir užrašykite lygtį, kuri:
   a) turėtų be galo daug sprendinių;
   b) neturėtų sprendinių.

SPRENDŽIAME

262. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $8x - 52 = 100$; b) $5y + 12 = -68$; c) $-7z - 10 = -10$;
d) $\frac{5}{6}x - \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$; e) $-4y + 5\frac{1}{2} = 1\frac{1}{10}$; f) $6z - 1\frac{3}{4} = -6\frac{1}{4}$;
g) $1{,}3x - 6{,}1 = 0{,}4$; h) $0{,}8y + 7{,}4 = 1{,}8$; i) $5z + 2{,}25 = 1$.

Išspręskite 263–267 uždavinių lygtis.

263. a) $4x - 24 = 6x$; b) $9x + 44 = -2x$; c) $x - 42 = -5x$;
d) $7x + 1\frac{3}{4} = x - 6\frac{1}{4}$; e) $\frac{1}{2} - 3x = x + 1\frac{1}{10}$; f) $3\frac{1}{2} - 6x = x - 1\frac{3}{4}$.

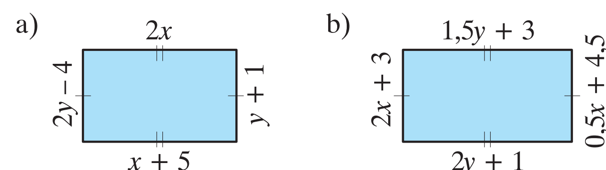
264. a) $8(x - 2) = 7x + 1$; b) $3(y + 2) = y + 8$; c) $7(z + 2) = 5z + 2$;
d) $\frac{3}{4}(x - 1) = x + \frac{1}{8}$; e) $\frac{2}{5}(2y - 3) = y - \frac{1}{5}$; f) $\frac{3}{7}(z - 5) = z - \frac{3}{7}$;
g) $0{,}3x = 0{,}4(x - 5)$; h) $3y = 3{,}2(y - 0{,}4)$; i) $1{,}2z = 3(z - 0{,}3)$.

265. a) $6(x + 3) - 2(1 - x) = x - 5$; b) $3(y + 6) - 4(2 - y) = 5y$;
c) $7(x + 5) - (2 - x) = 3(5x + 2)$; d) $4(y + 7) - (2y - 3) = 5(2 - y)$;
e) $\frac{1}{2}(2 - x) + \frac{3}{4}(x - 1) = \frac{1}{12}$; f) $\frac{1}{3}(2y + 1) + 2(1 - y) = 2$;
g) $0{,}8\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}\right) = 1{,}6x + 1\frac{4}{5}$; h) $0{,}6\left(2y - \frac{1}{3}\right) = 1\frac{4}{5}y + \frac{3}{10}$.

266. a) $\frac{2-x}{3} = 4$; b) $\frac{3y+1}{5} = 2$; c) $\frac{1-2z}{5} = 3$; d) $\frac{a+3}{5} = -3$;
e) $\frac{3-x}{7} = -1$; f) $\frac{4+3y}{5} = 8$; g) $\frac{2-5z}{3} = 9$; h) $\frac{5-3a}{4} = 5$;
i) $\frac{6+x}{7} = 5$; j) $\frac{y-10}{3} = -7$; k) $\frac{4-5z}{3} = 0$; l) $\frac{8+2a}{3} = 1$.

267. a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 2$; b) $\frac{1-x}{3} - \frac{x}{2} = 2$; c) $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x+1}{5}$;
d) $\frac{x}{2} + 4 = 5 - \frac{x}{4}$; e) $\frac{1-x}{3} + 1 = \frac{x}{2} + 3$; f) $\frac{x}{3} + 2 = \frac{x+1}{2} + 1$.

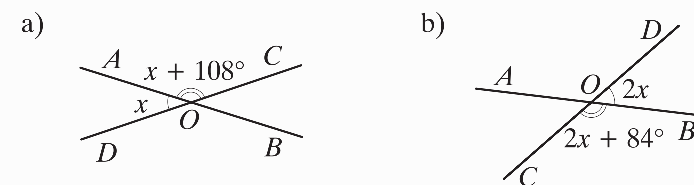
268. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite stačiakampio:
1) kraštinių ilgius; 2) perimetrą; 3) plotą.



Duomenys brėžinyje nurodyti centimetrais.



269. Tiesės AB ir CD susikerta taške O. Remdamiesi brėžiniu, sudarykite lygtį ir apskaičiuokite kampų AOD ir DOB dydžius.



Uždavinius 270–273 išspręskite sudarę lygtis.

270. a) Trijų iš eilės einančių lyginių skaičių suma lygi 114. Raskite šiuos tris skaičius.
b) Turime du gretimus nelyginius skaičius. Iš didesniojo skaičiaus kvadrato atėmę mažesniojo skaičiaus kvadratą, gauname 40. Koks yra mažesnysis iš tų skaičių?

271. Naudojantis sporto sale su treniruokliais, reikia mokėti 20 litų mėnesinį mokestį ir dar po 3 litus už kiekvieną treniruotės valandą. Kiek valandų per mėnesį mankštinosi vaikinas, jei už mėnesį sumokėjo 95 litus?

272. Dviejose bibliotekose kartu yra 4560 knygų. Pirmoji biblioteka perdavė 360 knygų antrajai bibliotekai. Tada pirmosios bibliotekos knygų skaičius sudarė $\frac{3}{5}$ antrosios bibliotekos knygų skaičiaus. Kiek knygų iš pradžių buvo kiekvienoje bibliotekoje?

273. Simona kompiuteriu nuspalvino visas taisyklingosios 111-kampės piramidės sienas, įskaitant ir pagrindą, septyniomis vaivorykštės spalvomis.



- Pirmiausia Simona nuspalvino dalį sienų raudonai.
- Tada oranžine spalva nuspalvino dvigubai daugiau sienų, negu nuspalvino raudona spalva.
- Geltonai nuspalvino trigubai daugiau sienų, negu nuspalvino raudonai.

....

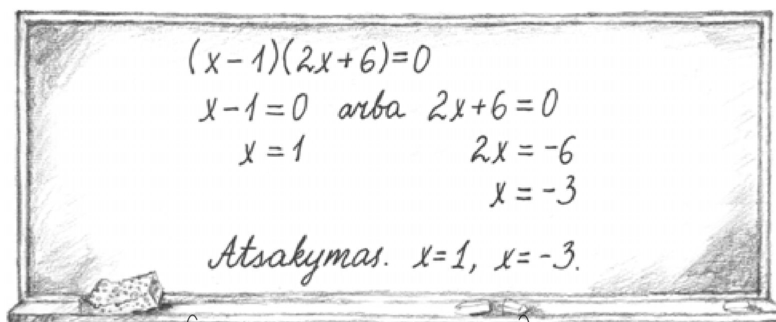
- Violetine spalva nuspalvino septyniskart daugiau sienų, negu nuspalvino raudona spalva.

Kiek sienų Simona nuspalvino oranžine spalva?



274. Pasak padavimo, čekų valdovė Liubaša nusprendė ištekėti už to iš besiperšančių trijų jaunikaičių, kuris sugebės išspręsti tokį uždavinį. Karalaitė, parodžiusi jaunikaičiams pilną krepšelį slyvų, tarė:
„Jei vienam duočiau pusę visų krepšelio slyvų ir dar vieną slyvą, kitam duočiau pusę krepšelyje likusių slyvų ir dar vieną slyvą, o trečiam — pusę likučio ir dar tris slyvas, tai krepšelis liktų tuščias“.
Kiek slyvų yra krepšelyje?

LYGTYS $(ax + b)\cdot(cx + d) = 0$



Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus nuliui.

10 ***Užduotis.*** Išspręskite lygtį.

a) $(x+2)(x+3)=0$; b) $(x-4)(x-8)=0$;
c) $(x+4)(2x-6)=0$; d) $(4x+8)(x-3)=0$.

Išspręskime lygtį $(x+2)(2x-3)=0$.

Aš sprendžiau taip.
1) Sudauginau dvinarius:
$(x+2)\cdot(2x-3)=2x^2-3x+4x-6$.
2) Sutraukiau panašiuosius narius:
$2x^2-3x+4x-6=2x^2+x-6$.
3) Ir gavau lygtį $2x^2+x-6=0$.
O ką daryti toliau?

Kai lygtyje yra sandauga, kuri lygi 0, tai atskliausti neverta!
Sandauga lygi 0, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus 0.
Vadinasi, $(x+2)\cdot(2x-3)=0$, kai:
arba $x+2=0$, arba $2x-3=0$,
$x=-2$; $2x=3$,
$x=1{,}5$.

Pasitikriname. 1) Kai $x=-2$, tai
$(-2+2)\big(2\cdot(-2)-3\big)=0\cdot(-7)=0$,
$0=0$ — lygybė teisinga.
2) Kai $x=1{,}5$, tai
$(1{,}5+2)(2\cdot 1{,}5-3)=3{,}5\cdot 0=0$,
$0=0$ — lygybė teisinga.

Atsakymas. $x=-2$, $x=1{,}5$.



275. Raskite lygties sprendinius ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.
a) $(x-2)(x+2)=0$; b) $(x-1)(x-10)=0$;
c) $(x+5)(x-7)=0$; d) $(x+10)(x+8)=0$;
e) $(x-0{,}1)(x+0{,}2)=0$; f) $(x-4{,}2)(x-5{,}3)=0$;
g) $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)=0$; h) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+1\frac{2}{5}\right)=0$.

Išspręskite 276–279 uždavinių lygtis.

276. a) $x(x-1)=0$; b) $x(x+2)=0$;
c) $x(x+8)=0$; d) $x(x-10)=0$;
e) $-x(x+12)=0$; f) $-x(x-9)=0$;
g) $-x(x-13)=0$; h) $-x(x+21)=0$.

$x(x-8)=0$
$x=0$ arba $x-8=0$
$x=8$
Atsakymas. $x=0$,
$x=8$.

277. a) $(x+1)(6+3x)=0$; b) $(4-y)(2y+8)=0$;
c) $(3x-1)(2+x)=0$; d) $(6y-3)(1-y)=0$;
e) $(2x+7)(x-8)=0$; f) $(6-2y)(y+8)=0$.

278. a) $2x(x+1)=0$; b) $4y(3y-9)=0$;
c) $\frac{1}{2}x(x+5)=0$; d) $\frac{2}{3}y(2y-1)=0$;
e) $-7x(3x+2)=0$; f) $-4y(5y-3)=0$;
g) $-\frac{1}{3}x(x+4)=0$; h) $-\frac{2}{5}y(3y-5)=0$.

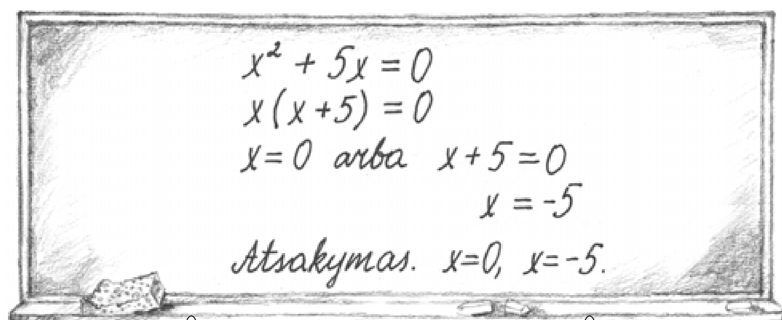
$4x(x-3)=0$
$4x=0$ arba $x-3=0$
$x=0$ $x=3$
Atsakymas. $x=0$,
$x=3$.

279. a) $\left(y-\frac{1}{7}\right)\left(\frac{1}{6}y-\frac{5}{6}\right)=0$; b) $\left(\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{8}+y\right)=0$;
c) $\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{12}y\right)\left(-\frac{3}{7}+\frac{1}{14}y\right)=0$; d) $\left(\frac{17}{20}+\frac{1}{5}y\right)\left(\frac{1}{2}y-\frac{11}{8}\right)=0$;
e) $\left(\frac{1}{15}y-\frac{1}{5}\right)\left(-\frac{7}{12}+\frac{1}{3}y\right)=0$; f) $\left(\frac{1}{4}y-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}\right)=0$.

280. Teiginį užrašykite lygtimi ir ją išsprendę raskite nežinomą skaičių.
a) Jei nežinomą skaičių sumažintume vienetu, o tada padaugintume iš to nežinomo skaičiaus, tai gautume 0.
b) Jei nežinomą skaičių sumažintume dviem vienetais, o tada padaugintume iš pusės to nežinomo skaičiaus, tai gautume 0.
c) Jei nežinomą skaičių sumažintume vienetu, o tada padaugintume iš to nežinomo skaičiaus, padidinto trimis vienetais, tai gautume 0.

281. a) Su kuriomis y reikšmėmis dvinarių $2y-7$ ir $4-\frac{1}{2}y$ sandauga lygi 0?
b) Su kuriomis y reikšmėmis dvinarių $8y-2$ ir $7-\frac{1}{4}y$ sandauga lygi 0?

LYGTYS $x^2 + ax = 0$



Sakome: Lygtį išsprendėme *skaidydami dauginamaisiais.*



11 ***Užduotis.*** Skaidydami dauginamaisiais išspręskite lygtį.

a) $x^2 - 6x = 0$; b) $x^2 + 8x = 0$; c) $x^2 + 16x = 0$;
d) $x^2 = 7x$; e) $x^2 = -9x$; f) $x^2 = x$.

Išspręskime lygtį $x^2 = 10x$.

1) Iš abiejų lygties $x^2 = 10x$ pusių atimkime po $10x$, kad dešinėje pusėje liktų 0. → $x^2 = 10x$ $|-10x$; $x^2 - 10x = 0$

2) Kairiąją lygties $x^2 - 10x = 0$ pusę skaidome dauginamaisiais — bendrąjį dauginamąjį x iškeliame prieš skliaustus. → $x(x - 10) = 0$

3) Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus 0. → $x = 0$ arba $x - 10 = 0$; $x = 10$

4) *Pasitikriname.* 1) Kai $x = 0$, tai
$0^2 \overset{?}{=} 10 \cdot 0$,
$0 = 0$ — lygybė teisinga.
2) Kai $x = 10$, tai
$10^2 \overset{?}{=} 10 \cdot 10$,
$100 = 100$ — lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = 0$, $x = 10$.



282. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.

a) $x^2 - 100x = 0$; b) $y^2 + 70y = 0$; c) $z^2 - 25z = 0$;
d) $x^2 - \frac{1}{2}x = 0$; e) $y^2 + \frac{4}{5}y = 0$; f) $z^2 + 2\frac{7}{9}z = 0$;
g) $x^2 + 0{,}2x = 0$; h) $y^2 - 0{,}8y = 0$; i) $z^2 - 1{,}7z = 0$.

Išspręskite 283–286 uždavinių lygtis.

283. a) $x^2 = 6x$; b) $y^2 = -7y$; c) $z^2 = 9z$;
d) $x^2 = \frac{8}{9}x$; e) $y^2 = -\frac{7}{8}y$; f) $z^2 = 1\frac{4}{5}z$;
g) $x^2 = 0{,}3x$; h) $y^2 = -1{,}7y$; i) $z^2 = 14{,}2z$.

284. a) $2x^2 - 6x = 0$; b) $3x^2 + 9x = 0$; c) $7x^2 - 7x = 0$;
d) $-8x^2 + 64x = 0$; e) $-14x^2 - 28x = 0$; f) $-5x^2 - 125x = 0$;
g) $6x^2 + 3x = 0$; h) $12x^2 - 4x = 0$; i) $-28x^2 - 7x = 0$.

Išspręskime lygtį $2x^2 + 8x = 0$.

I būdas.
$2x^2 + 8x = 0$ $|:2$
$x^2 + 4x = 0$
$x(x + 4) = 0$
$x = 0$ arba $x + 4 = 0$
$x = -4$

II būdas.
$2x(x + 4) = 0$
$2x = 0$ arba $x + 4 = 0$
$x = 0$ $x = -4$

Atsakymas. $x = 0$, $x = -4$.

285. a) $\frac{1}{3}x^2 + 3x = 0$; b) $-\frac{1}{4}y^2 + 8y = 0$;
c) $7x = \frac{1}{7}x^2$; d) $-2y = \frac{1}{4}y^2$;
e) $\frac{1}{2}x - 2x^2 = 0$; f) $-\frac{1}{5}y - 3y^2 = 0$.

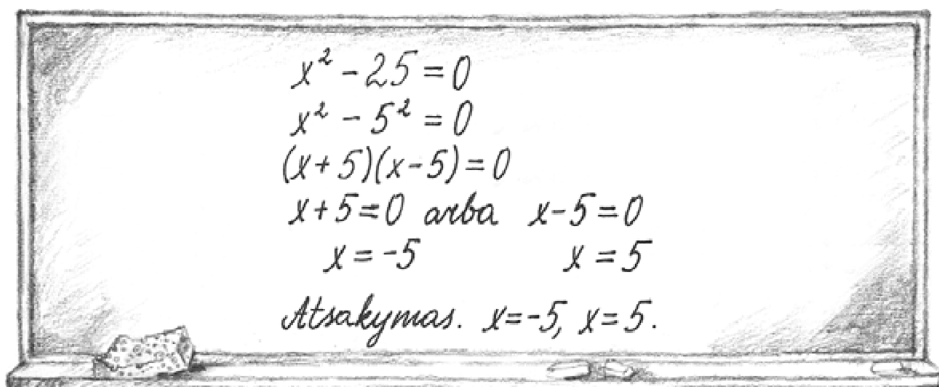
$-\frac{1}{5}x^2 + 5x = 0$ $|\cdot(-5)$
$x^2 - 25x = 0$
$x(x - 25) = 0$
$x = 0$ arba $x - 25 = 0$
$x = 25$

286. a) $6x^2 + 7x = 0$; b) $3z^2 - 14z = 0$;
c) $7x^2 = 6x$; d) $-2z^2 = 7z$;
e) $-9x = 4x^2$; f) $-7z = -5z^2$.

$8x^2 - 15x = 0$
$x(8x - 15) = 0$
$x = 0$ arba $8x - 15 = 0$
$8x = 15$
$x = \frac{15}{8}$

287. a) Su kuriomis x reikšmėmis dvinario $2x - x^2$ reikšmė lygi 0?
b) Su kuriomis y reikšmėmis dvinario $3y^2 - 7y$ reikšmė lygi 0?
c) Su kuriomis z reikšmėmis vienanarių $-\frac{1}{3}z$ ir z^2 reikšmės yra lygios?

LYGTYS $x^2 - a^2 = 0$





Užduotis. Išspręskite lygtį.

a) $x^2 - 10^2 = 0$; b) $x^2 - 9 = 0$; c) $25 - x^2 = 0$;

d) $2x^2 = 18$; e) $4x^2 = 64$; f) $1000 = 10x^2$.

Išspręskime lygtį $3x^2 = 27$.

1) Iš abiejų lygties $3x^2 = 27$ pusių atimkime po 27, kad dešinėje pusėje liktų 0. → $3x^2 = 27 \ | -27$; $3x^2 - 27 = 0$

2) Abi lygties $3x^2 - 27 = 0$ puses padalykime iš 3. → $3x^2 - 27 = 0 \ | :3$; $x^2 - 9 = 0$

3) Pastebėkime, kad kairėje lygties $x^2 - 9 = 0$ pusėje yra kvadratų skirtumas. → $x^2 - 3^2 = 0$

4) Kairiąją pusę išskaidykime dauginamaisiais. → $(x+3)(x-3) = 0$

5) Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus 0. → $x+3=0$ arba $x-3=0$; $x=-3$ $x=3$

6) *Pasitikriname.* 1) Kai $x = -3$, tai
$3 \cdot (-3)^2 \stackrel{?}{=} 27$,
$27 = 27$ — lygybė teisinga.
2) Kai $x = 3$, tai
$3 \cdot 3^2 \stackrel{?}{=} 27$,
$27 = 27$ — lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = -3$, $x = 3$.



288. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.

a) $x^2 - 4 = 0$; b) $y^2 - 81 = 0$; c) $z^2 - 144 = 0$;

d) $x^2 - \frac{1}{9} = 0$; e) $y^2 - \frac{1}{25} = 0$; f) $z^2 - \frac{1}{100} = 0$;

g) $x^2 - 0{,}01 = 0$; h) $y^2 - 1{,}21 = 0$; i) $z^2 - 0{,}04 = 0$.

Išspręskite 289–292 uždavinių lygtis.

289. a) $x^2 = 16$; b) $y^2 = 49$; c) $25 = x^2$; d) $100 = y^2$; e) $169 = y^2$.

290. a) $3x^2 - 12 = 0$; b) $7y^2 - 63 = 0$; c) $4z^2 - 100 = 0$;

d) $-2x^2 + 50 = 0$; e) $-3y^2 + 27 = 0$; f) $-5z^2 + 20 = 0$;

g) $2x^2 = 8$; h) $-3y^2 = -48$; i) $-7z^2 = -28$.

291. a) $\frac{1}{5}x^2 = 5$; b) $\frac{1}{2}y^2 = 8$;

c) $\frac{1}{9}x^2 = 9$; d) $\frac{1}{6}x^2 = \frac{1}{6}$;

e) $-\frac{1}{2}y^2 = -2$; f) $-\frac{1}{3}x^2 = -27$;

g) $-\frac{1}{5}y^2 = -125$; h) $-\frac{1}{7}y^2 = -\frac{1}{7}$.

$\frac{1}{3}x^2 = 3 \ | \cdot 3$
$x^2 = 9 \ | -9$
$x^2 - 9 = 0$
$x^2 - 3^2 = 0$
$(x+3)(x-3) = 0$
$x+3=0$ arba $x-3=0$
$x=-3$ $x=3$

292. a) $4x^2 - 25 = 0$; b) $9y^2 - 16 = 0$;

c) $4x^2 = 81$; d) $9y^2 = 144$;

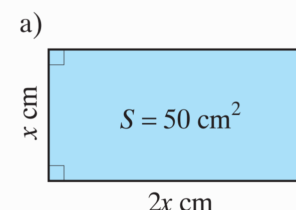
e) $-25x^2 + 81 = 0$; f) $-81y^2 + 25 = 0$;

g) $-9x^2 = -25$; h) $-144y^2 = -25$.

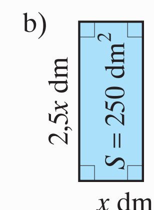
$9x^2 - 4 = 0 \ | :9$
$x^2 - \frac{4}{9} = 0$
$x^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0$
$\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$
$x + \frac{2}{3} = 0$ arba $x - \frac{2}{3} = 0$
$x = -\frac{2}{3}$ $x = \frac{2}{3}$

293. Pagal brėžinio duomenis sudarę ir išsprendę lygtį, raskite stačiakampio kraštinių ilgius (S — stačiakampio plotas).

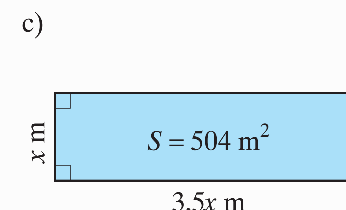
a)



b)



c)



APIBENDRINAME

Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus 0.	$a \cdot b \cdot c = 0$, kai arba $a = 0$, arba $b = 0$, arba $c = 0$
Lygties $(ax+b)(cx+d) = 0$ sprendimas ($a \neq 0$, $c \neq 0$): $(ax+b)(cx+d) = 0$, $ax+b = 0$ arba $cx+d = 0$, $ax = -b$, $cx = -d$, $x = -\frac{b}{a}$; $x = -\frac{d}{c}$.	$(2x-4)(3x+1) = 0$, $2x-4 = 0$ arba $3x+1 = 0$, $2x = 4$, $3x = -1$, $x = 2$; $x = -\frac{1}{3}$.
Lygties $x^2 - ax = 0$ sprendimas ($a \neq 0$): $x^2 - ax = 0$, $x(x-a) = 0$, $x = 0$ arba $x - a = 0$, $x = a$.	$x^2 - 3x = 0$, $x(x-3) = 0$, $x = 0$ arba $x - 3 = 0$, $x = 3$.
Lygties $x^2 - a^2 = 0$ sprendimas ($a \neq 0$): $x^2 - a^2 = 0$, $(x+a)(x-a) = 0$, $x + a = 0$ arba $x - a = 0$, $x = -a$; $x = a$.	$x^2 - 4 = 0$, $x^2 - 2^2 = 0$, $(x+2)(x-2) = 0$, $x+2 = 0$ arba $x-2 = 0$, $x = -2$; $x = 2$.

LYGČIŲ ĮVAIROVĖ

Lygtys, kurių aukščiausias nežinomojo laipsnis yra pirmasis, vadinamos *pirmojo laipsnio* (arba tiesinėmis) lygtimis. Tokių lygčių pavyzdžiai:
$x + 5 = 0$, $2(x-3) = 4x$, $\frac{1}{2}x + x = 2x$.

Lygtys, kurių aukščiausias nežinomojo laipsnis lygus 2, vadinamos *antrojo laipsnio* (arba kvadratinėmis) lygtimis. Tokių lygčių pavyzdžiai:
$x^2 = 25$, $x^2 - 3 = 2x(x-1)$, $x^2 = x$.

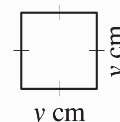
Lygtys, kurių aukščiausias nežinomojo laipsnis lygus 3, vadinamos *trečiojo laipsnio* (arba kubinėmis) lygtimis. Tokių lygčių pavyzdžiai:
$x^3 = 27$, $x^3 + x^2 = 0$, $2(x^3 - 1) = x^2 - x$.



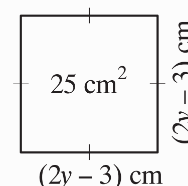
Kvadratas

Kvadrato kraštinės ilgis yra y cm. Jeigu kiekvieną jo kraštinę pailginsime dvigubai, o tada kiekvieną kraštinę patrumpinsime po 3 cm, tai gausime kvadratą, kurio plotas lygus 25 cm^2. Koks pradinio kvadrato kraštinės ilgis?

Pradinis kvadratas



Naujasis kvadratas



Sudarome lygtį:
$(2y-3)^2 = 25$

Išspręskime lygtį $(2y-3)^2 = 25$.

Iš abiejų lygties $(2y-3)^2 = 25$ pusių atimkime po 25, kad dešinėje pusėje liktų 0.

$(2y-3)^2 - 25 = 0$

Kairiąją lygties $(2y-3)^2 - 25 = 0$ pusę išskaidykime dauginamaisiais, remdamiesi kvadratų skirtumo formule.

$(2y-3)^2 - 5^2 = 0$
$\big((2y-3)+5\big)\big((2y-3)-5\big) = 0$
$(2y-3+5)(2y-3-5) = 0$
$(2y+2)(2y-8) = 0$

Sandauga lygi 0, kai bent vienas iš dauginamųjų lygus 0.

$2y + 2 = 0$ arba $2y - 8 = 0$
$2y = -2$ $\quad 2y = 8$
$y = -1$ $\quad y = 4$

Nustatėme, kad lygtis $(2y-3)^2 = 25$ turi du sprendinius: $y = -1$ ir $y = 4$.
Iš tikrųjų, lygybės:
$\big(2 \cdot (-1) - 3\big)^2 = 25$ ir $(2 \cdot 4 - 3)^2 = 25$ yra teisingos.

Bet atsakymą rašyti dar per anksti! Raide y pažymėtas kvadrato kraštinės ilgis. O ilgis negali būti neigiamas skaičius. Vadinasi, sprendinys $y = -1$ cm netinka pagal uždavinio prasmę.

Atsakymas. 4 cm.

Užduotis. Kvadrato kraštinės ilgis yra x cm. Jeigu kiekvieną jo kraštinę pailginsime po 3 cm, o tada padvigubinsime, tai gausime kvadratą, kurio plotas lygus 121 cm^2. Apskaičiuokite pradinio kvadrato plotą.

SPRENDŽIAME

Išspręskite 294–297 uždavinių lygtis.

294. a) $(x-3)(x-8)=0$; b) $(y+2)(y+1)=0$;
c) $(2x-1)(x+4)=0$; d) $(4y+5)(y-8)=0$;
e) $\left(\frac{1}{2}x-3\right)\left(\frac{3}{5}x+3\right)=0$; f) $\left(\frac{4}{5}y-1\right)\left(5+\frac{1}{2}y\right)=0$;
g) $\left(4-\frac{2}{3}x\right)\left(\frac{2}{3}x+8\right)=0$; h) $\left(-\frac{1}{2}y+3\right)\left(1-\frac{3}{5}y\right)=0$;
i) $(4-0{,}1x)(6+1{,}2x)=0$; j) $(2{,}5-0{,}2y)(2-1{,}8y)=0$.

295. a) $x(x+4)=0$; b) $y(y-3)=0$; c) $-z(-z-8)=0$;
d) $\frac{1}{2}x\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$; e) $\frac{1}{2}y\left(y-\frac{2}{3}\right)=0$; f) $-\frac{4}{5}z\left(-z+\frac{1}{5}\right)=0$;
g) $0{,}4x(x+1{,}2)=0$; h) $0{,}2y(y-1{,}2)=0$; i) $-0{,}3z(-z-1{,}2)=0$.

296. a) $2x^2-16x=0$; b) $7y^2+14y=0$; c) $-8z^2+2z=0$;
d) $-5x+10x^2=0$; e) $-16y-4y^2=0$; f) $-21z+7z^2=0$;
g) $-\frac{1}{2}x+10x^2=0$; h) $-\frac{2}{3}y-9y^2=0$; i) $-\frac{2}{9}z+9z^2=0$.

297. a) $2x^2=\frac{1}{5}x$; b) $y^2=5\frac{1}{2}y$; c) $-1\frac{1}{2}z^2=z$;
d) $-3{,}5x=-5x^2$; e) $-4{,}2y^2=21y$; f) $-0{,}2z^2=5z$;
g) $7{,}2x^2=0{,}2x$; h) $0{,}4y=2{,}5y^2$; i) $1{,}4z^2=-0{,}2z$.

298. Raskite skaičių, kurio:
a) pusė yra lygi to skaičiaus kvadratui;
b) dviejų trečdalių kvadratas lygus pačiam skaičiui;
c) kvadratas lygus pačiam skaičiui.

299. Raskite teigiamą skaičių, kuris už savo kvadratą:
a) mažesnis 5 kartus; b) didesnis 5 kartus.

300. Išspręskite lygtį.
a) $x^2=64$; b) $y^2=196$; c) $z^2=625$;
d) $x^2=\frac{1}{4}$; e) $y^2=\frac{1}{9}$; f) $z^2=\frac{25}{81}$;
g) $x^2=0{,}0064$; h) $y^2=0{,}0121$; i) $z^2=0{,}0144$.

301. Su kuriomis x reikšmėmis yra teisinga lygybė:
a) $(2+x)^2=4x+8$? b) $(x-3)^2=18-6x$?
c) $(x+4)^2=8(x+4)$? d) $(x-7)^2=-14(x-7)$?

Pirmiausia pakelkite kvadratu!





302. Raskite lygties sprendinius.
a) $\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}=0$; b) $-\frac{2}{3}y^2+\frac{50}{3}=0$; c) $\frac{3}{16}z^2-\frac{3}{4}=0$;
d) $2x^2=\frac{200}{9}$; e) $\frac{1}{3}y^2=\frac{3}{25}$; f) $-\frac{1}{2}z^2=-\frac{2}{25}$;
g) $\frac{4}{9}x^2=4$; h) $\frac{16}{25}y^2=16$; i) $-\frac{8}{16}z^2=-8$.

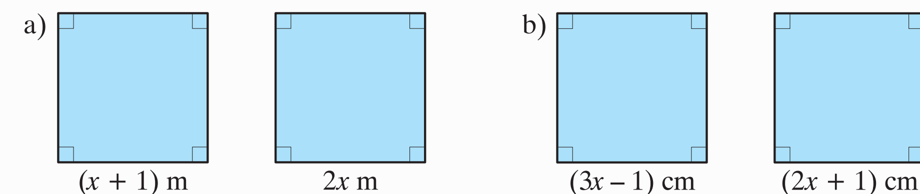
303. a) Justas iš sugalvoto skaičiaus kvadrato atėmė trigubą sugalvotą skaičių ir gavo nulį. Kokį skaičių galėjo sugalvoti Justas?
b) Janė iš 81 atėmė sugalvoto skaičiaus kvadratą ir gavo nulį. Kokį skaičių galėjo sugalvoti Janė?

304. Stačiakampio sklypo ilgis dvigubai didesnis už plotį, o plotas lygus 1250 m^2. Apskaičiuokite sklypo ilgį ir plotį.

305. Išspręskite lygtį, pirmiausia kairiąją jos pusę išskaidę dauginamaisiais.
a) $(x-3)^2-4^2=0$; b) $(x-5)^2-12^2=0$;
c) $(x-1)^2-9=0$; d) $(x+3)^2-121=0$;
e) $25-(x+2)^2=0$; f) $1-(x-1)^2=0$;
g) $4-(2x-1)^2=0$; h) $9-(4x+1)^2=0$.



306. Abiejų duotųjų kvadratų plotai yra lygūs. Apskaičiuokite kvadratų kraštinių ilgius.





307. Įsitikinkite, kad su visomis natūraliosiomis n reikšmėmis reiškinio:
a) $(n+7)^2-n^2$ reikšmė dalijasi iš 7;
b) $(4n+5)^2-9$ reikšmė dalijasi iš 4;
c) $25-(5-4n)^2$ reikšmė dalijasi iš 8.



308. Nuo kvadratinio skardos lakšto Anicetas nupjovė 5 dm pločio juostą. Liko dalis, kurios plotas yra 6 kartus mažesnis už pradinio lakšto plotą. Apskaičiuokite:
1) kokio ilgio lakšto kraštas buvo iš pradžių;
2) koks lakšto plotas buvo iš pradžių;
3) koks nupjautos dalies plotas.

PASITIKRINAME

309. Nespręsdami lygties, o tikrindami kiekvieną iš skaičių
$-3;\quad -2;\quad -1;\quad 0;\quad 1;\quad 2;\quad 3,$
nustatykite, kurie iš jų yra duotosios lygties sprendiniai.
a) $x(x-3)=0$; b) $(x+1)(x-2)=0$; c) $x^2=x$;
d) $-3x=x^2$; e) $x^2=4$; f) $x^2=0$.

310. Išspręskite lygtį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.
a) $3x-9=3$; b) $7y+8=1$; c) $4z+6=-2$;
d) $\frac{1}{3}x-3=5$; e) $-\frac{1}{2}y+8=-2$; f) $-\frac{2}{3}z-2=4$;
g) $0{,}4x-2=1{,}6$; h) $-1{,}2y-1=-4{,}6$; i) $-3{,}5z+1=8$.

311. Raskite lygties sprendinį.
a) $2x=15-x$; b) $34-3y=10+y$; c) $3z+8=z$;
d) $0{,}3x=3{,}9-x$; e) $1{,}2-y=y-0{,}2$; f) $1{,}2z+5{,}5=0{,}1z$;
g) $\frac{1}{2}x=2-1\frac{1}{2}x$; h) $\frac{4}{5}y+9=\frac{1}{5}y$; i) $2-\frac{2}{3}z=\frac{1}{3}z$.

312. Išspręskite lygtį.
a) $3(x-2)=x+2$; b) $2(y-3)=y-14$; c) $5(1-z)=2z-16$;
d) $3(y+1)=3$; e) $7(1+z)=14$; f) $2(x-1)=4x$;
g) $\frac{1}{2}(x+2)=-\frac{1}{2}x$; h) $\frac{2}{3}(y-3)=-\frac{2}{3}y$ i) $\frac{1}{5}(z-5)=-\frac{1}{5}z$.

313. Sudarę lygtį, raskite nežinomus skaičius.
a) Vienas dėmuo yra 5 kartus didesnis už kitą dėmenį, o jų suma lygi 96.
b) Turinys yra 3 kartus didesnis už atėminį, o skirtumas lygus 15 002.

314. Karlsonas su Mažyliu valgė tortą. Karlsonas suvalgė dvigubai daugiau torto negu Mažylis. Kiek gramų torto suvalgė Karlsonas, jei visas tortas svėrė:
a) 1200 gramų? b) 2,1 kg, o 300 g torto liko nesuvalgyta?

315. Jonas, Ona ir Tadas važinėjosi dviračiais. Paaiškėjo, kad Jonas nuvažiavo dvigubai didesnį atstumą negu Tadas, o Ona nuvažiavo 5 kilometrais mažiau negu Jonas. Kiek kilometrų nuvažiavo Ona, jei visi kartu vaikai nuvažiavo 45 kilometrus?

316. Kūno kultūros pamokoje dalis klasės berniukų žaidė krepšinį, kita dalis berniukų — bėgiojo, o visos mergaitės šokinėjo į tolį. Kiek berniukų žaidė krepšinį, jei:
- jų buvo dviem daugiau negu tų, kurie bėgiojo;
- bėgiojančių berniukų buvo trimis mažiau negu mergaičių;
- pamokoje dalyvavo 29 mokiniai?



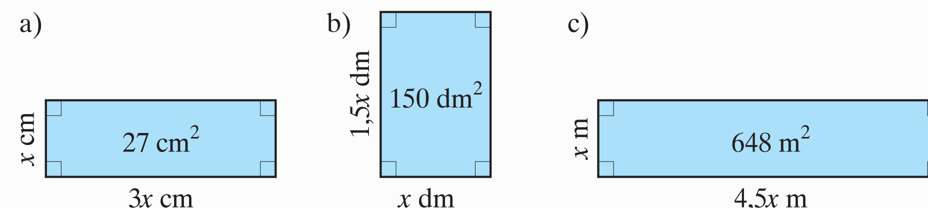
317. Išspręskite lygtį.
a) $(x-2)(x-1)=0$; b) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$;
c) $x(x-4)=0$; d) $2x\left(x+\frac{2}{3}\right)=0$;
e) $-3x(3x-9)=0$; f) $-8x(4x+8)=0$;
g) $4x(1-x)=0$; h) $5x(6-2x)=0$.

318. Su kuriomis y reikšmėmis:
a) reiškinių $5y$ ir $3y+9$ sandauga lygi nuliui?
b) reiškinių $6y+1$ ir $8-2y$ sandauga lygi nuliui?

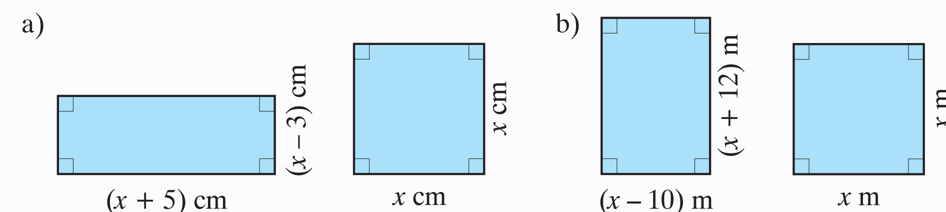
319. Išspręskite lygtį iškeldami bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus.
a) $x^2-4x=0$; b) $y^2-14y=0$; c) $z^2+3z=0$;
d) $\frac{1}{2}x^2-x=0$; e) $\frac{1}{3}y^2-y=0$; f) $\frac{1}{4}z^2+z=0$;
g) $x^2=\frac{2}{7}x$; h) $y^2=2\frac{1}{3}y$; i) $z^2=-\frac{3}{4}z$;
j) $x^2=0{,}7x$; k) $y^2=3{,}1y$; l) $z^2=-5{,}2z$.

320. Kairiąją lygties pusę išskaidę dauginamaisiais, raskite lygties sprendinius.
a) $x^2-7^2=0$; b) $y^2-9^2=0$; c) $z^2-16^2=0$;
d) $x^2-4=0$; e) $y^2-9=0$; f) $z^2-16=0$;
g) $2x^2-8=0$; h) $5y^2-125=0$; i) $7z^2-63=0$;
j) $5x^2-245=0$; k) $6y^2-216=0$; l) $4z^2-324=0$.

321. Pagal brėžinio duomenis sudarę ir išsprendę lygtį, raskite stačiakampio kraštinių ilgius.



322. Stačiakampio plotas lygus kvadrato plotui. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kiekvienos figūros kraštinių ilgius.



Koks skaičius?

1 užduotis. Išspręskite uždavinius, sudarydami lygtis.

a) Aš pasirinkau skaičių, prie jo pridėjau 5, gautąją sumą padauginau iš pasirinkto skaičiaus, sumažinto 2 vienetais, ir gavau nulį. Kokį skaičių aš pasirinkau?

b) Aš pasirinkau skaičių, jį padauginau iš tokio pat skaičiaus, prie gautojo skaičiaus pridėjau trigubą pasirinktą skaičių ir gavau nulį. Kokį skaičių aš pasirinkau?

c) Aš pasirinkau skaičių, jį padauginau iš tokio pat skaičiaus, iš gautojo skaičiaus atėmiau 9 ir gavau nulį. Kokį skaičių aš pasirinkau?

2 užduotis.

1) Pagal uždavinio sąlygą sudarykite lygtį:

Aš pasirinkau skaičių, jį padauginau iš tokio pat skaičiaus, iš gautojo skaičiaus atėmiau penkiagubą pasirinktą skaičių, tada dar pridėjau šešis ir gavau nulį. Kokį skaičių aš pasirinkau?

2) Kurie iš skaičių
$-3, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 3$
yra tos lygties sprendiniai?



O kaip gautąją lygtį išspręsti?

Tokias lygtis išmoksite spręsti 9-oje klasėje.

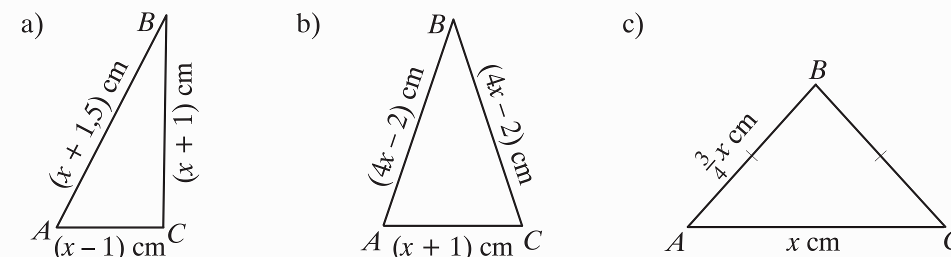


Maždaug prieš 4000 metų babiloniečiai ir egiptiečiai įvairius žemės matavimo, statybos, karo mokslo ir atsronomijos uždavinius sprendė sudarydami lygtis. Pirmojo ir antrojo laipsnio lygtis mokėjo spręsti ir senovės kinų bei indų mokslininkai.
Uždavinių, sprendžiamų sudarant lygtis, pasitaiko daugelyje labai senų tekstų. Pavyzdžiui, Ahmeso papiruse (pavadintas jį parašiusio senovės Egipto raštininko vardu; jis saugomas Londone, Britų muziejuje) yra toks uždavinys: „Kiekis ir jo ketvirtoji dalis kartu sudaro 15“. Šiandien lygtis, sudaroma šiam uždaviniui spręsti, atrodytų taip: $x + \frac{x}{4} = 15$.

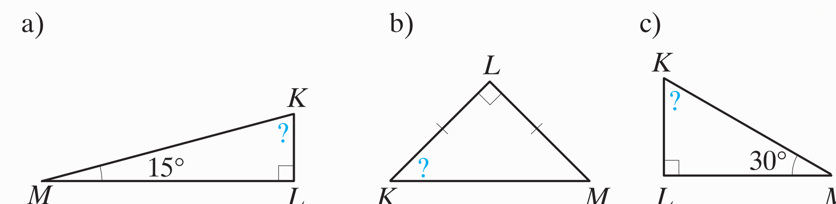


KARTOJAME

323. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABC kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 10,5 cm.

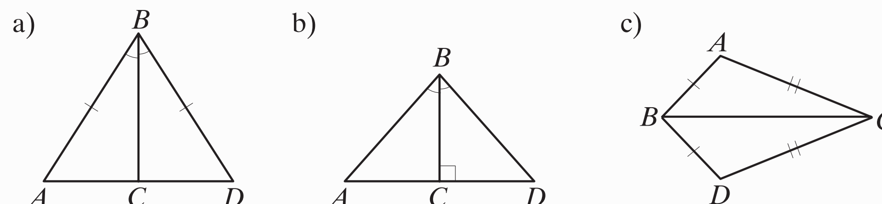


324. Trikampis KLM yra status, $\angle L = 90°$. Apskaičiuokite kampo K dydį.

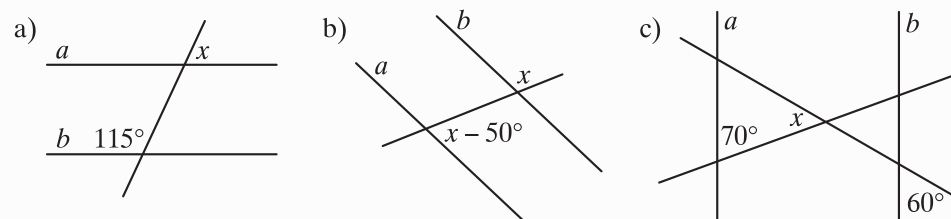


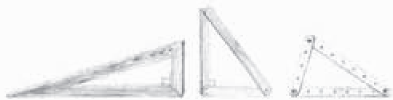
325. CD yra trikampio ABC aukštinė, o $\angle DBC = 35°$. Apskaičiuokite trikampio BCD kampo C dydį.

326. Ar brėžinyje pavaizduoti trikampiai ABC ir DBC yra lygūs? Paaiškinkite kodėl.



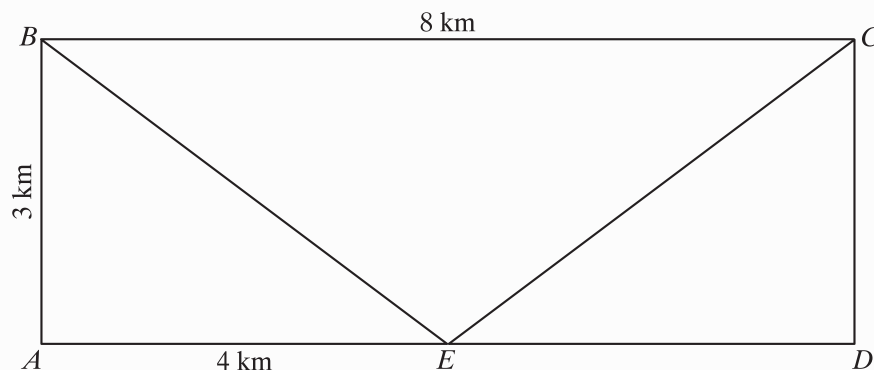
327. Tiesės a ir b yra lygiagrečios. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo x dydį.





Kelelis tolimas, kelelis artimas

Per stačiakampį lauką eina du takeliai BE ir CE.



Užduotis.

1) Kokia trikampio BAE rūšis pagal kampus?

2) Ar $\triangle BAE = \triangle CDE$? Paaiškinkite kodėl.

3) Koks trikampio EDC kraštinių ED ir DC ilgis?

4) Kokia trikampio BEC rūšis pagal kraštines?

5) Žmogus važiuoja dviračiu maršrutu $BECB$. Kiek kilometrų jis nuvažiuos?



Žmogaus nuvažiuotas atstumas lygus trikampio BEC perimetrui. $P_{BEC} = BE + EC + CB = 2 \cdot BE + CB = 2 \cdot BE + 8\,(\text{km})$. O kaip apskaičiuoti takelio BE ilgį?

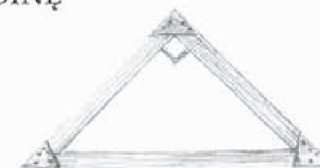


Dar gilioje senovėje buvo pastebėta, kad stačiojo trikampio kraštinių ilgius sieja įdomi lygybė, kuri buvo pavadinta Pitagoro teorema. Kokia tai lygybė — sužinosite šiame skyriuje.

Šiame skyriuje:

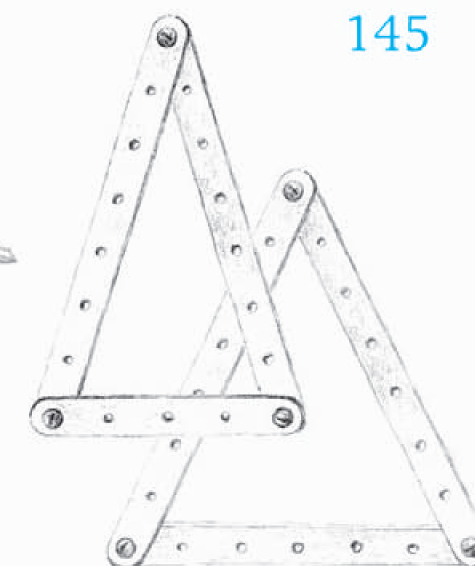
- susipažinsite su Pitagoro ir jai atvirkštine teoremomis;
- išmoksite apskaičiuoti stačiojo trikampio kraštinės ilgį, kai žinomi jo kitų dviejų kraštinių ilgiai;
- sužinosite statinio, esančio prieš 30° kampą, savybę;
- sužinosite, kokiomis savybėmis pasižymi lygiašonis trikampis.

5 STATUSIS IR LYGIAŠONIS TRIKAMPIAI



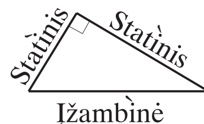






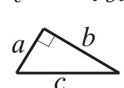


PITAGORO TEOREMA



Imkime trikampius, kurių vienas kampas yra status (lygus 90°). Tokie trikampiai vadinami *stačiaisiais*.

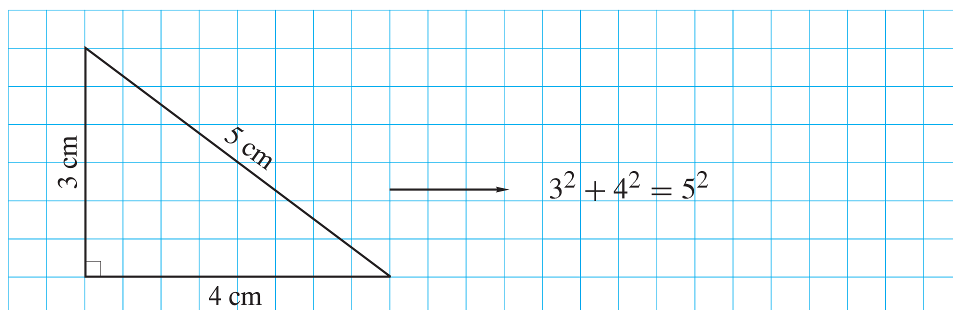
Dar gilioje senovėje buvo pastebėta, kad stačiojo trikampio kraštinių ilgius sieja įdomi lygybė:



$a^2 + b^2 = c^2$ — ši lygybė pavadinta *Pitagòro teoremà*. Pitagoras – senovės graikų mokslininkas, gyvenęs VI a. pr. Kr. Ilgai buvo manoma, kad iki Pitagoro ši teorema nebuvo žinoma, todėl ji buvo pavadinta „Pitagoro teorema". Tačiau vėliau ši teorema buvo rasta babiloniečių tekstuose, parašytuose prieš 1200 metų iki Pitagoro.

Užduotis.

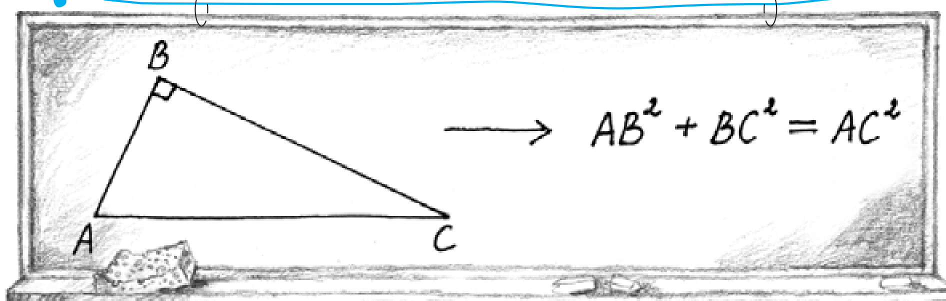
1) Nubraižykite statųjį trikampį, kurio statinių ilgiai yra 3 cm ir 4 cm.
2) Matuodami įsitikinkite, kad įžambinės ilgis yra 5 cm.
3) Pakelkite kraštinių ilgius kvadratu ir įsitikinkite, kad statinių ilgių kvadratų suma lygi įžambinės ilgio kvadratui.

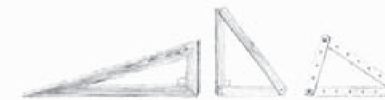


4) Tą pačią užduotį atlikite su stačiuoju trikampiu, kurio statinių ilgiai yra 6 cm ir 8 cm.



Jei *trikampis yra status,* ***tai*** *jo statinių ilgių kvadratų suma lygi įžambinės ilgio kvadratui.*

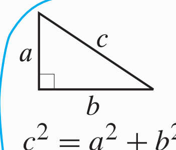




328. Apskaičiuokite stačiojo trikampio įžambinės c ilgį, kai žinomi jo statinių a ir b ilgiai centimetrais.

a) $a = 9$, $b = 12$; b) $a = 5$, $b = 12$; c) $a = 15$, $b = 8$;

d) $a = 16$, $b = 30$; e) $a = 2{,}4$, $b = 0{,}7$; f) $a = 6$, $b = 1\frac{3}{4}$.

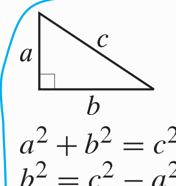


Duota: $a = 1{,}5$ cm, $b = 2$ cm.
Apskaičiuoti: c.
Sprendimas.
$$c^2 = a^2 + b^2,$$
$$c^2 = 1{,}5^2 + 2^2,$$
$$c^2 = 2{,}25 + 4,$$
$$c^2 = 6{,}25,$$
$$c^2 - 2{,}5^2 = 0,$$
$$(c + 2{,}5)(c - 2{,}5) = 0,$$
$c + 2{,}5 = 0$ arba $c - 2{,}5 = 0$,
$c = -2{,}5$, $c = 2{,}5$;
$c = -2{,}5$ netinka, nes kraštinės ilgis negali būti neigiamas.
Atsakymas. $c = 2{,}5$ cm.

329. Apskaičiuokite stačiojo trikampio statinio b ilgį, kai žinomas įžambinės c ilgis ir kito statinio a ilgis milimetrais.

a) $c = 17$, $a = 8$; b) $c = 25$, $a = 24$; c) $c = 29$, $a = 21$;

d) $c = 3{,}4$, $a = 3$; e) $c = 12{,}5$, $a = 7{,}5$; f) $c = 21\frac{2}{3}$, $a = 8\frac{1}{3}$.



Duota: $c = 25$ mm, $a = 15$ mm.
Apskaičiuoti: b.
Sprendimas.
$$b^2 = c^2 - a^2,$$
$$b^2 = 25^2 - 15^2,$$
$$b^2 = 400,$$
$$b^2 - 20^2 = 0,$$
$$(b + 20)(b - 20) = 0,$$
$b + 20 = 0$ arba $b - 20 = 0$,
$b = -20$ (netinka), $b = 20$.
Atsakymas. $b = 20$ mm.

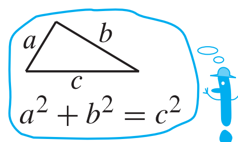


330. Raskite stačiojo trikampio nežinomos kraštinės ilgį.

	Statinis a	Statinis b	Įžambinė c
a)	10	24	
b)		20	29
c)	9		41
d)	11	60	
e)		56	65

ATVIRKŠTINĖ PITAGORO TEOREMA

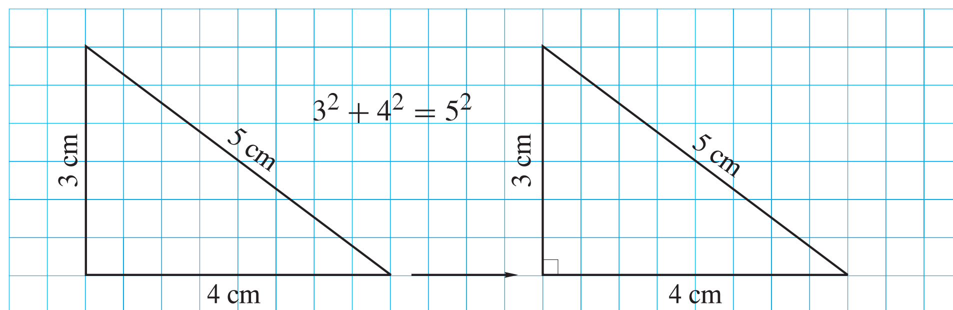
Imkime trikampius, kurių dviejų kraštinių ilgių kvadratų suma lygi trečiosios kraštinės ilgio kvadratui.



Tokių trikampių pavyzdžiai:
$a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm, $3^2 + 4^2 = 5^2$;
$a = 6$ cm, $b = 8$ cm, $c = 10$ cm, $6^2 + 8^2 = 10^2$;
$a = 5$ cm, $b = 12$ cm, $c = 13$ cm, $5^2 + 12^2 = 13^2$.

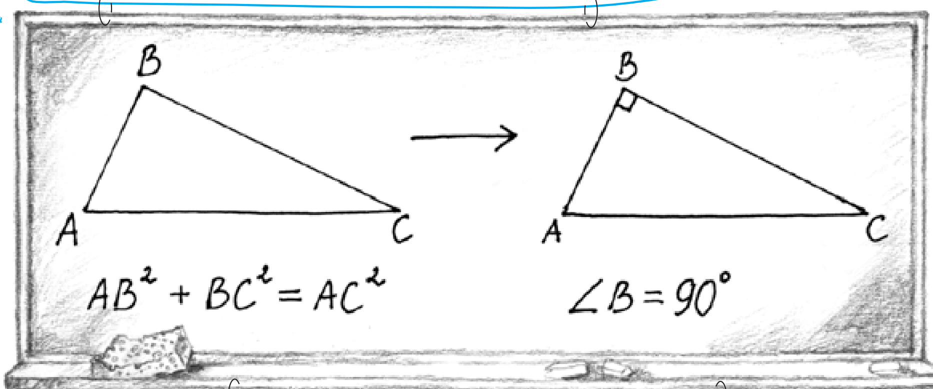
Užduotis.

1) Nubraižykite trikampį, kurio kraštinių ilgiai yra 3 cm, 4 cm ir 5 cm.
2) Pasinaudodami matlankiu arba kampainiu įsitikinkite, kad kampas tarp 3 cm ir 4 cm ilgio kraštinių yra status (lygus 90°).



3) Tą pačią užduotį atlikite su trikampiu, kurio kraštinių ilgiai yra 6 cm, 8 cm ir 10 cm.

***Jei** trikampio dviejų kraštinių ilgių kvadratų suma lygi trečiosios kraštinės ilgio kvadratui, **tai** tas trikampis yra status.*



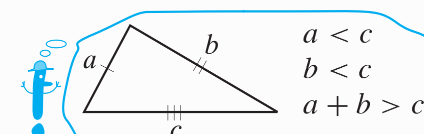
Šis teiginys vadinamas *atvirkštinė Pitagòro teoremà.*

331. Nustatykite, ar trikampis yra status, jei jo kraštinių ilgiai centimetrais yra:

a) 24, 32, 40; b) 14, 48, 50; c) 7, 24, 30;
d) 13, 84, 85; e) 25, 60, 65; f) 11, 55, 60.

332. Trikampio dviejų trumpesniųjų kraštinių ilgiai decimetrais yra:
a) 6 ir 8; b) 10 ir 24; c) 8 ir 15; d) 9 ir 40.

1) Koks galėtų būti šio trikampio trečiosios kraštinės ilgis sveikaisiais decimetrų skaičiais?



Ilgiausioji trikampio kraštinė yra trumpesnė už dviejų trumpesniųjų kraštinių ilgių sumą.

2) Koks turi būti šio trikampio trečiosios kraštinės ilgis, kad trikampis būtų status?

333. Trikampio dviejų ilgesniųjų kraštinių ilgiai milimetrais yra:
a) 36 ir 39; b) 45 ir 53; c) 55 ir 73; d) 99 ir 101.

1) Koks galėtų būti šio trikampio trečiosios kraštinės ilgis sveikaisiais milimetrų skaičiais?
2) Koks turi būti šio trikampio trečiosios kraštinės ilgis, kad trikampis būtų status?

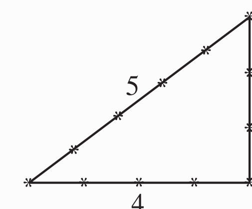
334. Trikampio ABC dviejų kraštinių ilgiai yra:

a) $BC = 42$ mm, $CA = 40$ mm; b) $AB = 7{,}8$ cm, $BC = 7{,}2$ cm;
c) $AB = 4\frac{1}{3}$ m, $CA = 1\frac{2}{3}$ m; d) $BC = 15{,}4$ cm, $CA = 7{,}2$ cm;
e) $AB = 4\frac{1}{6}$ dm, $BC = 3\frac{1}{3}$ dm; f) $AB = 305$ mm, $CA = 136$ mm.

Koks turi būti jo trečiosios kraštinės ilgis, kad trikampis būtų status, o kraštinė AB būtų įžambinė?

335. Rimantas vietovėje pažymėjo statųjį kampą. Jis darė taip.

1) Virvelėje vienodais atstumais sumezgė 13 mazgelių. Tada virvelę surišo taip, kad pirmas ir tryliktas mazgeliai sutapo. Gavo uždarą virvelę, kuri mazgeliais buvo padalyta į 12 vienodo ilgio atkarpų.



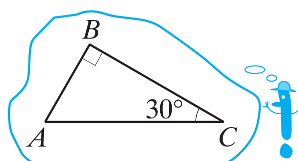
2) Tada įtempdamas virvelę, įbedė tris kuoliukus taip, kad susidarytų trikampis, kurio kraštinių ilgiai būtų 3, 4 ir 5. Prieš ilgiausiąją kraštinę esantis kampas yra status.

Kaip trimis kuoliukais reikia įtempti galais surištą ir mazgeliais į 24 lygias dalis padalytą virvę, kad iš jos gautume statųjį trikampį?

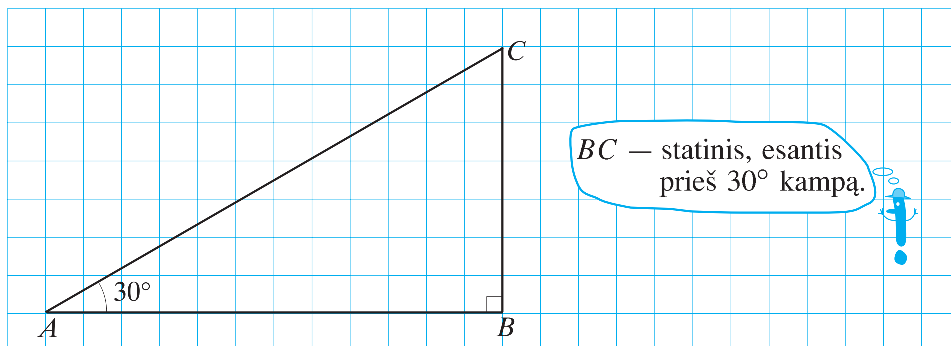


STATINIS PRIEŠ 30° KAMPĄ

Imkime *stačiuosius* trikampius, kurių vienas kampas lygus 30°.



1 užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas statusis trikampis ABC, kurio $\angle B = 90°$, $\angle A = 30°$.



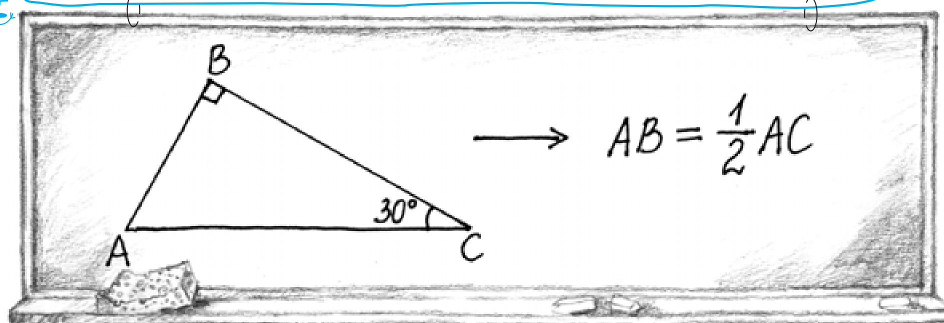
1) Išmatuokite įžambinės AC ilgį.
2) Išmatuokite prieš 30° kampą esančio statinio BC ilgį.
3) Apskaičiuokite, kiek kartų įžambinė AC ilgesnė už statinį BC.

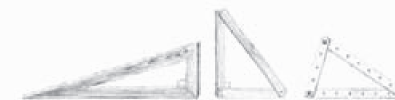


Jei viską atlikote teisingai, tai turėjote gauti, kad $AC : BC = 2$.

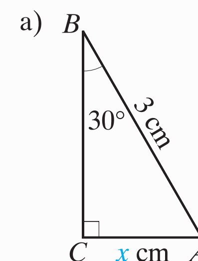
2 užduotis.
1) Nusibraižykite statųjį trikampį, kurio vienas kampas lygus 30°.
2) Matuodami ir skaičiuodami įsitikinkite, kad statinis, esantis prieš 30° kampą, yra dvigubai trumpesnis už įžambinę.

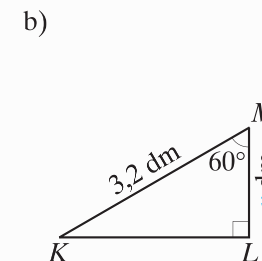
***Jei** stačiojo trikampio vienas kampas lygus 30°, **tai** prieš jį esantis statinis lygus pusei įžambinės.*

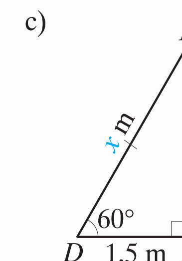




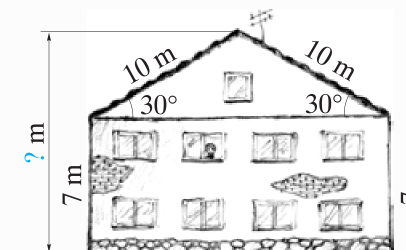
336. Apskaičiuokite stačiojo trikampio nežinomos kraštinės x ilgį.





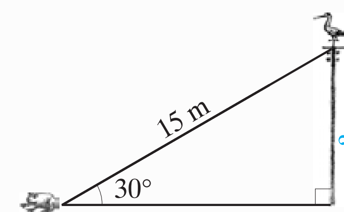


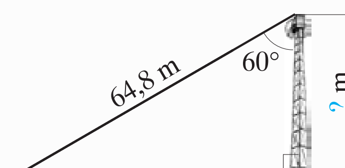
337. Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite namelio aukštį iki stogo viršaus.



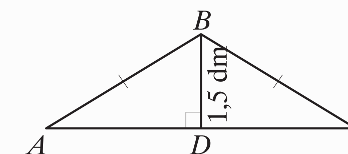
338. Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite:

a) stulpo aukštį; b) bokštelio aukštį.

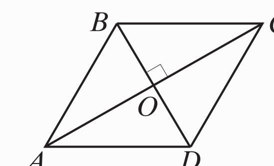




339. *Duota*: $\triangle ABC$ — lygiašonis,
$AB = BC$,
$BD \perp AC$,
$\angle ABC = 120°$,
$BD = 1{,}5$ dm.
Apskaičiuokite: AB.



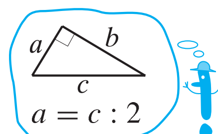
340. *Duota*: $ABCD$ — rombas,
$\angle ABC = 120°$,
$OD = 1{,}5$ dm.
Apskaičiuokite: P_{ABCD}.



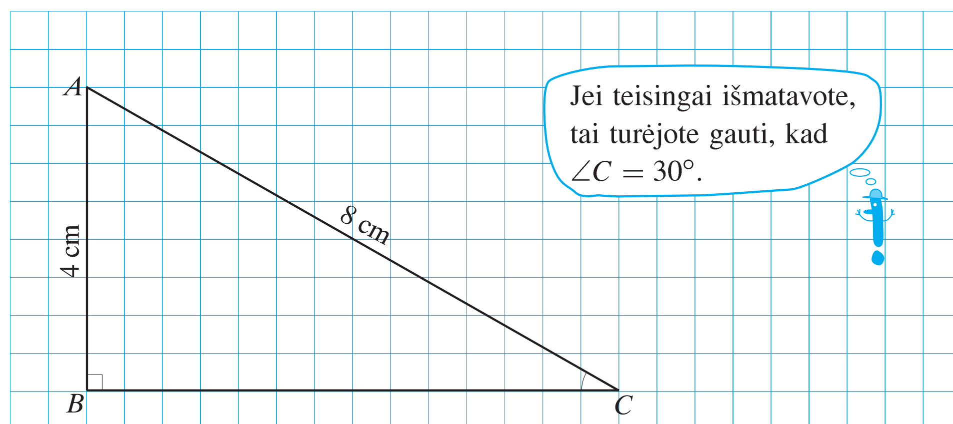
341. Vienas stačiojo trikampio kampas lygus 60°, o įžambinės ir trumpesniojo statinio ilgių suma lygi 28,2 cm. Apskaičiuokite trikampio įžambinės ilgį.

TRIKAMPIS, KURIO STATINIS DUKART TRUMPESNIS UŽ ĮŽAMBINĘ

Imkime stačiuosius trikampius, kurių vienas statinis dukart trumpesnis už įžambinę.

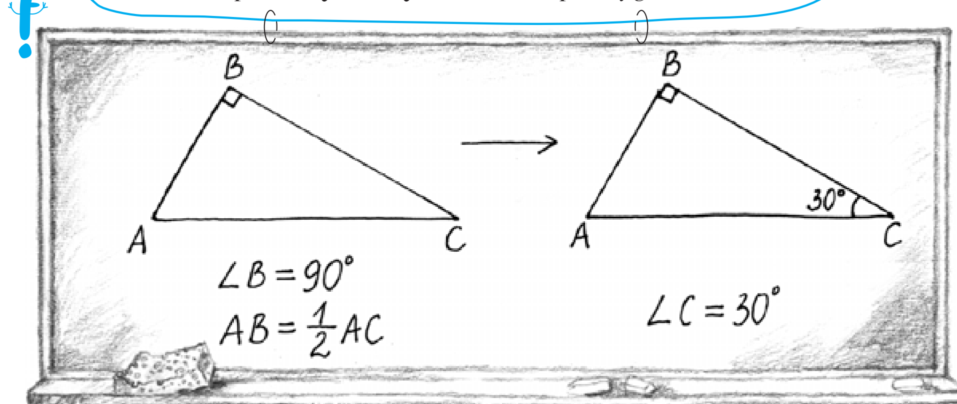


1 užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas statusis trikampis ABC, kurio $\angle B = 90°$ ir $AB = \frac{1}{2}AC$. Išmatuokite kampo C dydį.

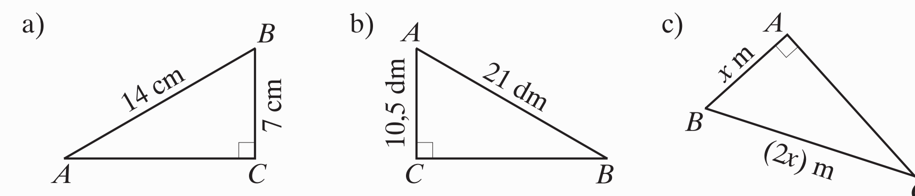


2 užduotis.

1) Nubraižykite statųjį trikampį ABC, kurio $\angle B = 90°$, o statinis AB būtų dukart trumpesnis už įžambinę AC.
2) Matuodami matlankiu įsitikinkite, kad prieš statinį AB esantis kampas C lygus 30°.

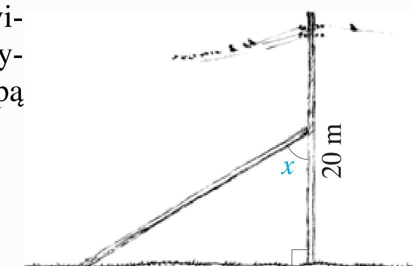


342. Apskaičiuokite stačiojo trikampio ABC smailiųjų kampų dydžius.

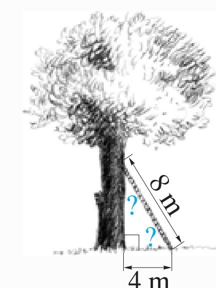


343. Lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) pusiaukraštinė BD lygi pusei kraštinės AB. Apskaičiuokite trikampio ABC kampų dydžius.

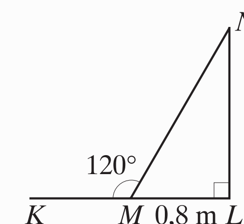
344. Stulpo aukštis yra 20 m. Nuo stulpo vidurio pritvirtinta atrama, kurios ilgis lygus stulpo aukščiui. Kokio dydžio kampą su stulpu sudaro atrama?



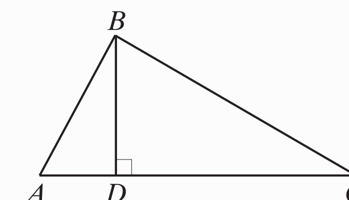
345. Į medį atremtos 8 m ilgio kopėčios. Kopėčių apačia nuo medžio kamieno nutolusi 4 m atstumu. Raskite dydžius kampų, kuriuos sudaro kopėčios su medžiu ir su žemės paviršiumi.



346. Taškai K, M ir L yra vienoje tiesėje. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio MLN kraštinės MN ilgį.

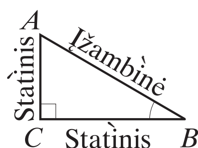


347. *Duota:* $\triangle ABC$,
$BD \perp AC$,
$AB = 2AD$,
$BC = 2BD$.
Įsitikinkite, kad: 1) $AC = 2AB$;
2) $AC = 4AD$.



APIBENDRINAME

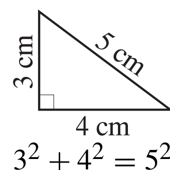
Trikampis, kurio vienas kampas yra status (= 90°), vadinamas *stačiúoju*.
Stačiojo trikampio kraštinės, sudarančios statųjį kampą, vadinamos *statìniais*, o kraštinė, esanti prieš statųjį kampą — *įžambìnė*.



$\angle C = 90°$,
$\triangle ABC$ — statusis

Pitagoro teorema
Stačiojo trikampio statinių ilgių kvadratų suma lygi įžambinės ilgio kvadratui.

a, b, c → $a^2 + b^2 = c^2$

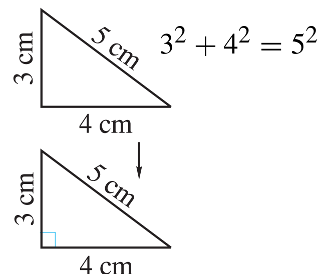


$3^2 + 4^2 = 5^2$

Teorema, atvirkštinė Pitagoro teoremai
Trikampis, kurio dviejų kraštinių ilgių kvadratų suma lygi trečiosios kraštinės ilgio kvadratui, yra status.

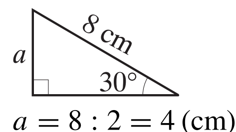
a, b, c → a, b, c

$a^2 + b^2 = c^2$



Stačiojo trikampio, kurio vienas kampas lygus 30°, savybė
Jei stačiojo trikampio vienas kampas lygus 30°, tai prieš šį kampą esantis statinis lygus pusei įžambinės.

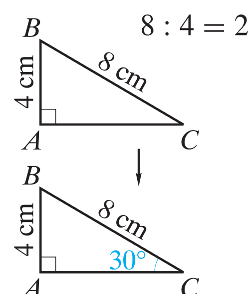
a, c, 30°, b → $a = \frac{c}{2}$



$a = 8 : 2 = 4$ (cm)

Stačiojo trikampio, kurio statinis dukart trumpesnis už įžambinę, savybė
Jei stačiojo trikampio statinis yra dukart trumpesnis už įžambinę, tai prieš tą statinį esantis kampas lygus 30°.

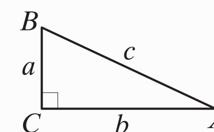
$\frac{a}{2}$, a → $\frac{a}{2}$, a, 30°



Pitagoro teoremos įrodymas

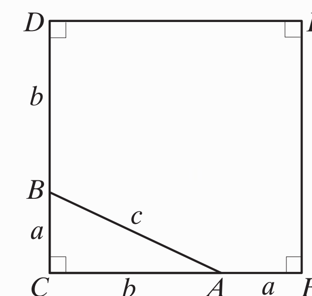
Įsitikinkime (matematiškai), kad stačiojo trikampio statinių ilgių kvadratų suma lygi įžambinės ilgio kvadratui.

Duota: $\triangle ABC$, $\angle C = 90°$,
$BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.
Įrodyti: $a^2 + b^2 = c^2$.



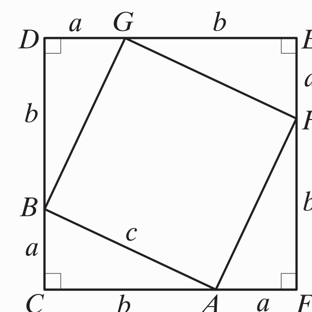
Įrodymas. Samprotauti galima taip:

1) Trikampio ABC statinį $CB = a$ pratęskime už viršūnės B ilgiu b, o statinį $CA = b$ — už viršūnės A ilgiu a ir nubraižykime kvadratą $CDEF$.



2) Kvadrato kraštinėse DE ir EF pažymėkime taškus G ir H taip, kad $DG = EH = a$, ir nubraižykime keturkampį $ABGH$. Kadangi $CDEF$ — kvadratas ir $DG = EH = a$, tai $GE = HF = b$.

   Kvadratas $CDEF$ sudalytas į 5 dalis: keturkampį $ABGH$ ir 4 lygius stačiuosius trikampius ($\triangle ABC = \triangle BGD = \triangle GHE = \triangle HAF$ — paaiškinkite kodėl).



3) Įsitikinkite, kad keturkampis $ABGH$ yra kvadratas, t. y. kad $AB = BG = GH = HA$ ir $\angle A = \angle B = \angle G = \angle H = 90°$.

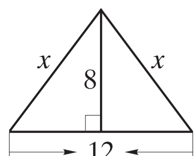
4) Apskaičiuokite kvadrato $ABGH$ plotą dviem būdais:
   - $S_{ABGH} = S_{CDEF} - 4S_{ABC}$;
   - plotas kvadrato, kurio kraštinės ilgis yra c.

   Sulyginkite abu gautuosius reiškinius.

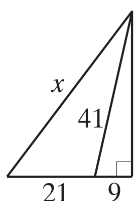
SPRENDŽIAME

348. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite x. (Brėžinyje duomenys nurodyti centimetrais.)

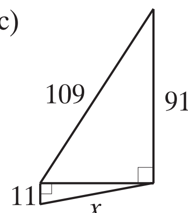
a)



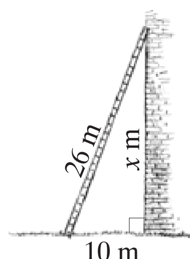
b)



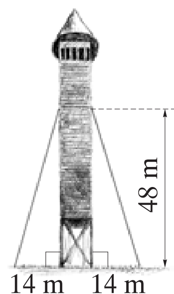
c)



349. 26 m ilgio kopėčios atremtos į namo sieną. Kopėčių apačia nuo namo sienos nutolusi 10 m atstumu. Apskaičiuokite, kokiame aukštyje kopėčios remiasi į sieną.



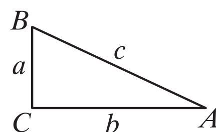
350. Prie vertikalaus bokšto 48 m aukštyje pritvirtinti du lynai, kurių galai apačioje nutolę nuo bokšto po 14 metrų. Kam lygus bendras abiejų lynų ilgis?

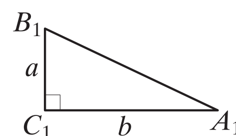


351. Nustatykite, ar trikampis yra status, jei jo kraštinių ilgiai centimetrais yra: a) 45, 28, 53; b) 22, 20, 29; c) 10, 24, 28; d) 33, 56, 65.

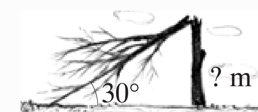
352. *Duota*: $\triangle ABC$, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$,
$a^2 + b^2 = c^2$.
Įsitikinkite, kad $\angle C = 90°$.

1) Nubraižykite $\triangle ABC$, kurio $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.
2) Nubraižykite statųjį $\triangle A_1B_1C_1$, kurio $B_1C_1 = a$, $A_1C_1 = b$, $\angle C_1 = 90°$. Pagal Pitagoro teoremą $a^2 + b^2 = c^2$ ir $A_1B_1 = c$.
3) Ar $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$? Paaiškinkite kodėl.
4) Ar $\angle C = \angle C_1$? Paaiškinkite kodėl.

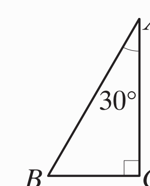




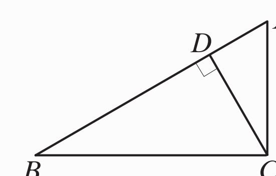
353. Vėjas nulaužė 24 m aukščio medį. Šio medžio viršūnė liečia žemę. Kokiame aukštyje nulūžo medis, jei nulaužtoji dalis su žemės paviršiumi sudaro 30° kampą?



354. 1) Nubraižykite $\triangle ABC$, kurio $\angle C = 90°$, $\angle A = 30°$.
2) Nubraižykite trikampiui ABC simetrišką trikampį AB_1C kraštinės AC atžvilgiu.
3) Ar $\triangle ABC = \triangle AB_1C$? Paaiškinkite kodėl.
4) Įsitikinkite, kad $BC = \frac{1}{2}AB$.



355. *Duota*: $\triangle ABC$,
$CD \perp AB$,
$AD = \frac{1}{2}AC$,
$CD = \frac{1}{2}BC$.
Įsitikinkite, kad $AB = 2AC$.





356. Trys natūralieji skaičiai, iš kurių dviejų skaičių kvadratų suma yra lygi trečiojo skaičiaus kvadratui, vadinami Pitagoro skaičių trejetais. O trikampiai, kurių kraštinių ilgiai sudaro Pitagoro skaičių trejetus, vadinami Pitagoro trikampiais.

1) Nustatykite, ar duotasis skaičių trejetas yra Pitagoro skaičių trejetas.
   a) 15, 8, 17; b) 12, 6, 13; c) 35, 12, 37.
2) Trikampio kraštinių ilgiai centimetrais yra:
   a) 21, 20, 29; b) 12, 28, 30.
   Nustatykite, ar šis trikampis yra Pitagoro trikampis.

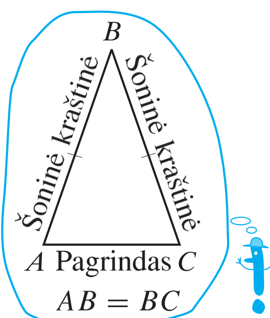


357. Senovės graikų mąstytojas Platonas nustatė tokią taisyklę Pitagoro skaičių trejetams rasti: „Jeigu vieno statinio ilgis yra $2p$, o kito statinio ilgis yra $p^2 - 1$, tai įžambinės ilgis bus $p^2 + 1$“.
Pagal pateiktą pavyzdį užpildykite lentelę nurodytoms natūraliosioms p reikšmėms ir patikrinkite, ar kiekvieną kartą gautieji a, b, c yra Pitagoro skaičių trejetas.

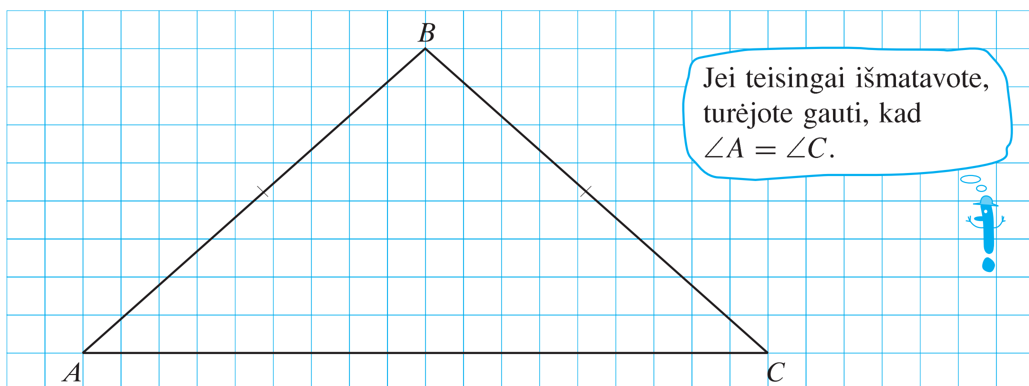
p	$a = 2p$	$b = p^2 - 1$	$c = p^2 + 1$	Lygybės $a^2 + b^2 = c^2$ patikrinimas
5	$2 \cdot 5 = 10$	$5^2 - 1 = 24$	$5^2 + 1 = 26$	$10^2 = 100$; $24^2 = 576$; $26^2 = 676$; $100 + 576 = 676$ — lygybė teisinga.
6				
7				
10				

LYGIAŠONIO TRIKAMPIO KAMPAI

Imkime trikampius, kurių dvi kraštinės yra lygios. Tokie trikampiai vadinami *lygiašõniais*.

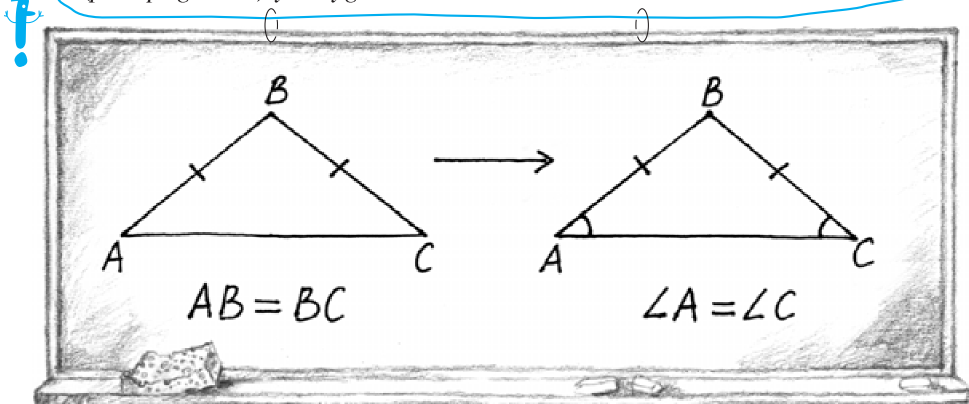


1 užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas lygiašonis trikampis ABC ($AB = BC$). Išmatuokite prie pagrindo AC esančių kampų dydžius.

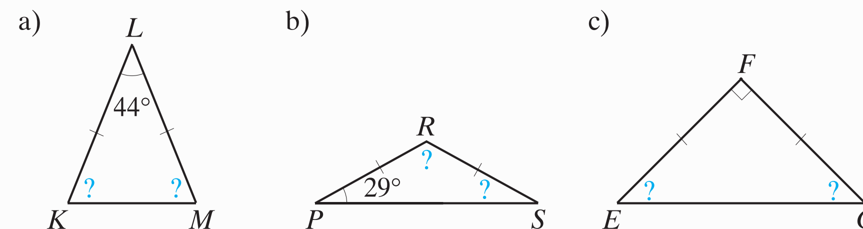


2 užduotis.
1) Nubraižykite lygiašonį trikampį ABC ($AB = BC$).
2) Matuodami įsitikinkite, kad prie pagrindo esantys kampai A ir C yra lygūs.

***Jei** trikampis yra lygiašonis (turi dvi lygias kraštines), **tai** du jo kampai (prie pagrindo) yra lygūs.*



358. Apskaičiuokite lygiašonio trikampio nežinomų kampų dydžius.

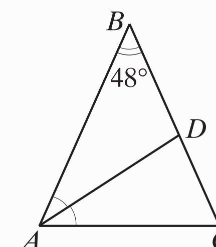


Trikampio kampų dydžių suma lygi 180°.

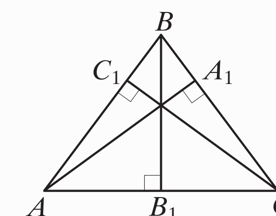
359. Nubraižykite lygiašonį trikampį, kurio pagrindo ilgis būtų 5 cm, o šoninių kraštinių ilgiai būtų po 7 cm.
1) Matlankiu išmatuokite ir užrašykite prieš pagrindą esančio kampo dydį.
2) Apskaičiuokite prie pagrindo esančių kampų dydžius.

360. Nubrėžta lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) aukštinė BD. Aukštinės BD ilgis lygus atkarpos AD ilgiui. Apskaičiuokite trikampio ABC kampų dydžius.

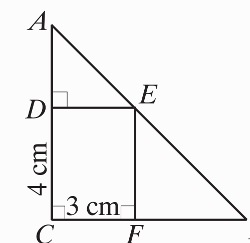
361. *Duota*: $\triangle ABC$,
$AB = BC$,
$\angle ABC = 48°$,
$\angle BAD = \angle DAC$.
Apskaičiuokite: $\triangle ADC$ kampų dydžius.



362. Lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) kampas ABC lygus 80°. AA_1, BB_1 ir CC_1 — trikampio ABC aukštinės. Apskaičiuokite trikampių ABC, AA_1C ir AA_1B smailiųjų kampų dydžius.

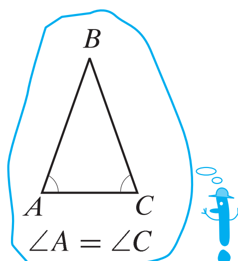


363. Lygiašonio trikampio ABC kampas C yra status, o $AC = CB = 7$ cm. Šis trikampis yra padalytas į du trikampius ir stačiakampį (žr. dešinėje).
1) Surašykite visus brėžinyje esančius lygiašonius trikampius.
2) Apskaičiuokite kiekvieno lygiašonio trikampio plotą.

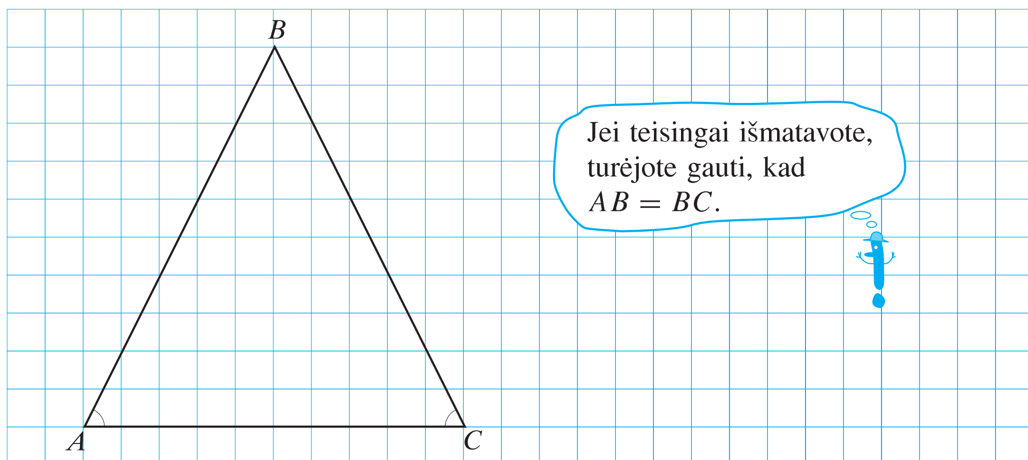


TRIKAMPIS, KURIO DU KAMPAI LYGŪS

Imkime trikampius, kurių du kampai yra lygūs.

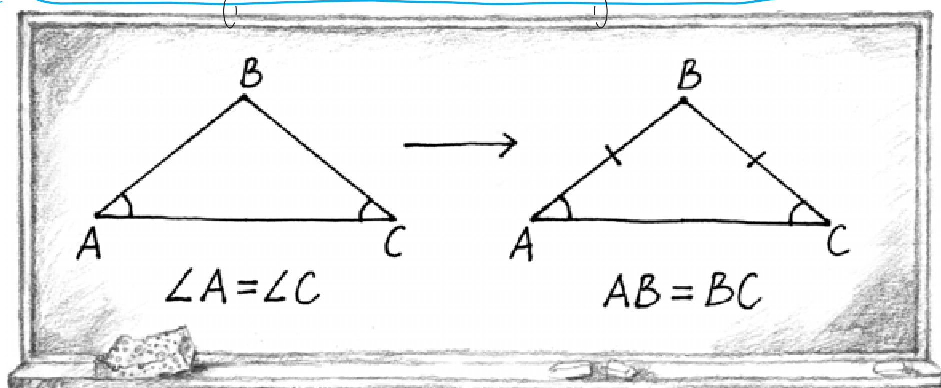


1 užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas trikampis ABC, kurio kampai A ir C yra lygūs. Išmatuokite kraštinių AB ir BC ilgius.

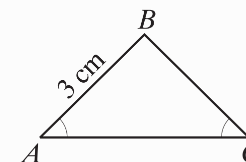


2 užduotis.
1) Nubraižykite trikampį ABC, kurio kampai A ir C būtų lygūs.
2) Matuodami įsitikinkite, kad to trikampio kraštinės AB ir BC yra lygios.

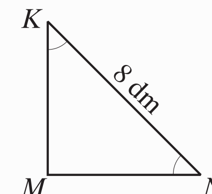
__Jei__ trikampio du kampai yra lygūs, __tai__ trikampis yra lygiašonis (dvi jo kraštinės yra lygios).



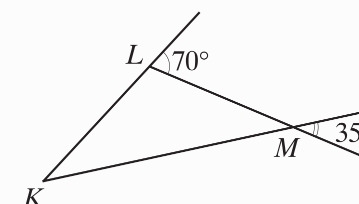
364. *Duota*: $\triangle ABC$,
$\angle A = \angle C$,
$AB = 3$ cm,
$P_{\triangle ABC} = 10{,}5$ cm.
Raskite trikampio nežinomų kraštinių ilgius.



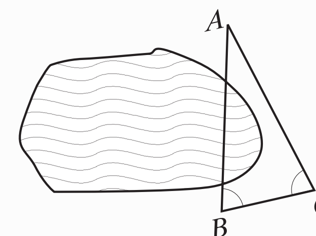
365. *Duota*: $\triangle KMN$,
$\angle K = \angle N$,
$P_{\triangle KMN} = 18{,}6$ dm.
Apskaičiuokite: KM ir MN.



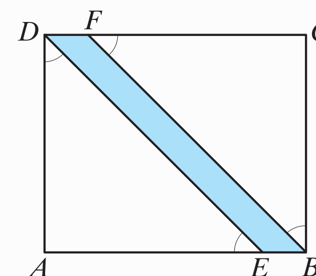
366. Remdamiesi brėžiniu, nustatykite, ar trikampis KLM yra lygiašonis.



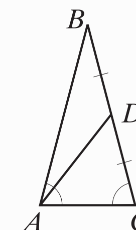
367. Rimas, būdamas šalia ežero taške B, panoro sužinoti atstumą žingsniais iki kitoje ežero pusėje esančio taško A. Bet juk per vandenį nežingsniuosi. Rimas sugalvojo, kaip nustatyti tą atstumą. Pirmiausia jis surado tašką C tokį, kad $\angle ABC = \angle ACB$ (žr. pav.).
O tada ......
Nematuodami atkarpos AB ilgio, nustatykite, kiek žingsnių yra nuo taško B iki taško A, jei paveikslėlyje 1 mm atitinka atstumą vietovėje, kuris lygus 50 Rimo žingsnių.



368. Pievelė $ABCD$ yra stačiakampio formos. Joje nutiestas lygiagretainio formos takas $BFDE$. Apskaičiuokite pievelės $ABCD$ plotą (su taku), kai $AB = 12$ m, $EB = 2$ m, $\angle ADE = \angle DEA = \angle BFC = \angle FBC$.



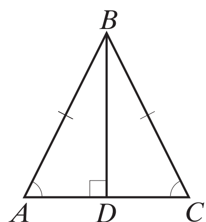
369. *Duota*: $\triangle ABC$,
$\angle BAC = \angle BCA$,
$BD = DC$,
$AB + BD = 9$ cm,
$DC + AC = 6$ cm.
Apskaičiuokite: AB, BC, AC.





LYGIAŠONIO TRIKAMPIO AUKŠTINĖ, NUBRĖŽTA Į PAGRINDĄ

Paveikslėlyje pavaizduotas lygiašonis trikampis ABC ($AB = BC$). Į jo pagrindą nubrėžta *aukštinė*.



$\triangle ABC$ — lygiašonis
$AB = BC$ — šoninės kraštinės
AC — pagrindas
$BD \perp AC$, BD — aukštinė, nubrėžta į pagrindą

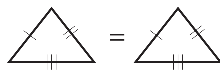
Užduotis.

1) Prisiminkite trikampių lygumo požymius ir įsitikinkite, kad $\triangle ABD = \triangle CBD$.

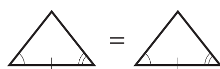
Trikampių lygumo požymiai

Trikampiai yra lygūs, jei:

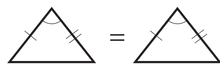
- vieno trikampio trys kraštinės yra lygios kito trikampio trims kraštinėms;



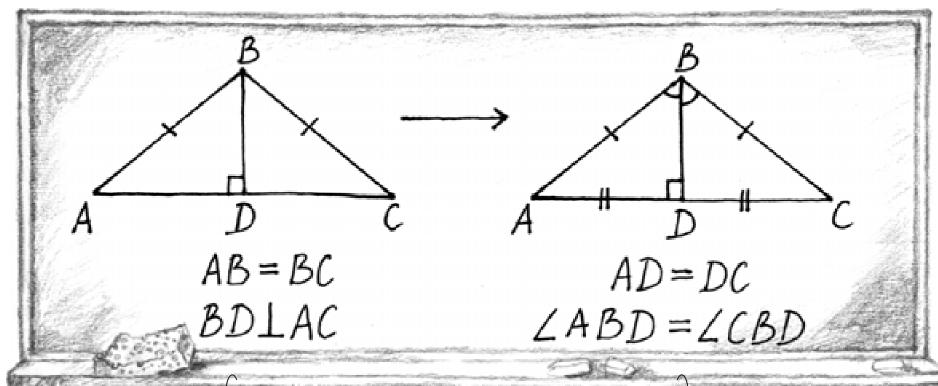
- vieno trikampio kraštinė ir du kampai prie jos yra lygūs kito trikampio kraštinei ir kampams prie jos;



- vieno trikampio dvi kraštinės ir kampas tarp jų yra lygūs kito trikampio dviem kraštinėms ir kampui tarp jų.



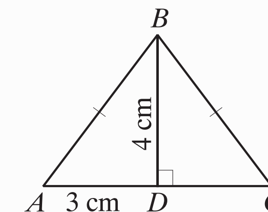
2) Paaiškinkite, kodėl BD yra ir *pusiákraštinė*, t. y. $AD = DC$.
3) Paaiškinkite, kodėl BD yra ir *pusiákampinė*, t. y. $\angle ABD = \angle CBD$.



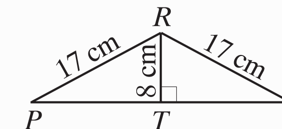
Lygiašonio trikampio aukštinė, nubrėžta į pagrindą, yra to trikampio ir pusiaukampinė, ir pusiaukraštinė.

370. EG — lygiašonio trikampio DEF ($DE = EF$) aukštinė, $\angle DEG = 23°$. Apskaičiuokite trikampio DEF kampų dydžius.

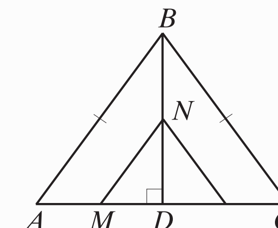
371. BD — lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) aukštinė, $AD = 3$ cm, $BD = 4$ cm. Apskaičiuokite trikampio ABC perimetrą.



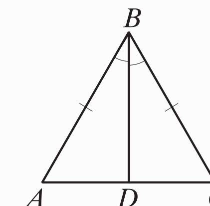
372. *Duota*: $\triangle PRS$,
$PR = RS = 17$ cm,
$RT \perp PS$,
$RT = 8$ cm.
Apskaičiuokite:
a) $P_{\triangle PRS}$; b) $S_{\triangle PRS}$.



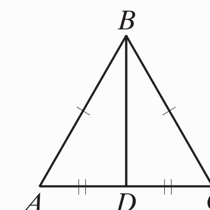
373. BD — lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) aukštinė, MN — atkarpa, jungianti atkarpų AD ir BD vidurio taškus. Apskaičiuokite trikampio ABC kraštinių ilgius, kai $MD = 3$ cm, $ND = 4$ cm.



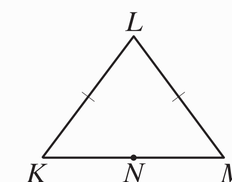
374. BD — lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) pusiaukampinė. Įsitikinkite, kad:
1) $\triangle ABD = \triangle CBD$;
2) BD yra trikampio ABC ir aukštinė, ir pusiaukraštinė.



375. BD — lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) pusiaukraštinė. Įsitikinkite, kad:
1) $\triangle ABD = \triangle CBD$;
2) BD yra trikampio ABC ir aukštinė, ir pusiaukampinė.

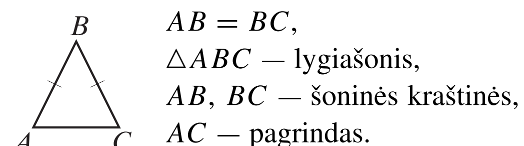


376. Taškai L ir N lygiašonio trikampio KLM ($KL = LM$) perimetrą padalijo į dvi lygias dalis. Apskaičiuokite trikampio KLM perimetrą, kai $KM = 18$ cm, $LN = 12$ cm.



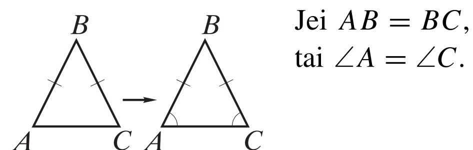
APIBENDRINAME

Trikampis, kurio dvi kraštinės yra lygios, vadinamas *lygiašoniù* trikampiu.
Lygiašõnio trikampio lygiosios kraštinės vadinamos *šoninėmis* kraštinėmis, o trečioji kraštinė — *pagrindu*.



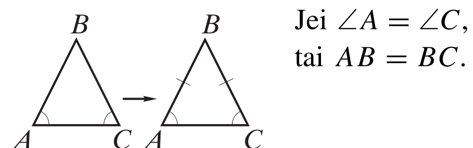
$AB = BC$,
$\triangle ABC$ — lygiašonis,
AB, BC — šoninės kraštinės,
AC — pagrindas.

Lygiašonio trikampio kampai prie pagrindo yra lygūs.



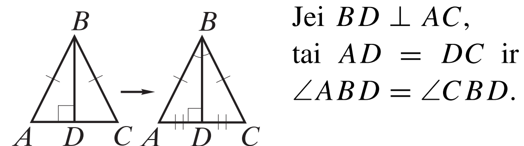
Jei $AB = BC$,
tai $\angle A = \angle C$.

Jei trikampio du kampai yra lygūs, tai tas trikampis yra lygiašonis.

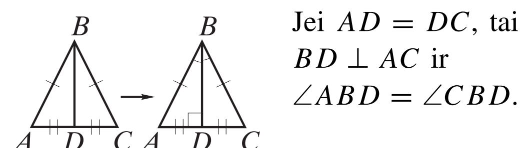


Jei $\angle A = \angle C$,
tai $AB = BC$.

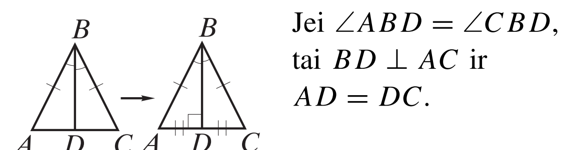
Lygiašonio trikampio aukštinė, pusiaukampinė ir pusiaukraštinė, nubrėžtos į pagrindą, sutampa.



Jei $BD \perp AC$,
tai $AD = DC$ ir
$\angle ABD = \angle CBD$.

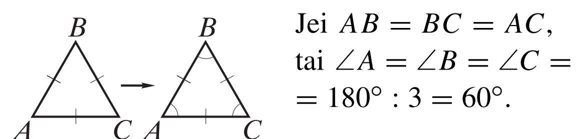


Jei $AD = DC$, tai
$BD \perp AC$ ir
$\angle ABD = \angle CBD$.



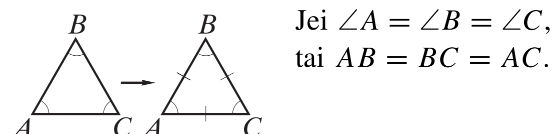
Jei $\angle ABD = \angle CBD$,
tai $BD \perp AC$ ir
$AD = DC$.

Trikampis, kurio visos kraštinės yra lygios, vadinamas *lygiakraščiù* trikampiu.
Lygiakrãščio trikampio visi kampai yra lygūs.

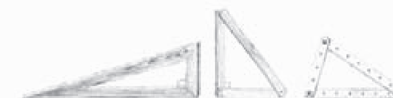


Jei $AB = BC = AC$,
tai $\angle A = \angle B = \angle C =$
$= 180° : 3 = 60°$.

Jei trikampio visi trys kampai yra lygūs, tai tas trikampis yra lygiakraštis.

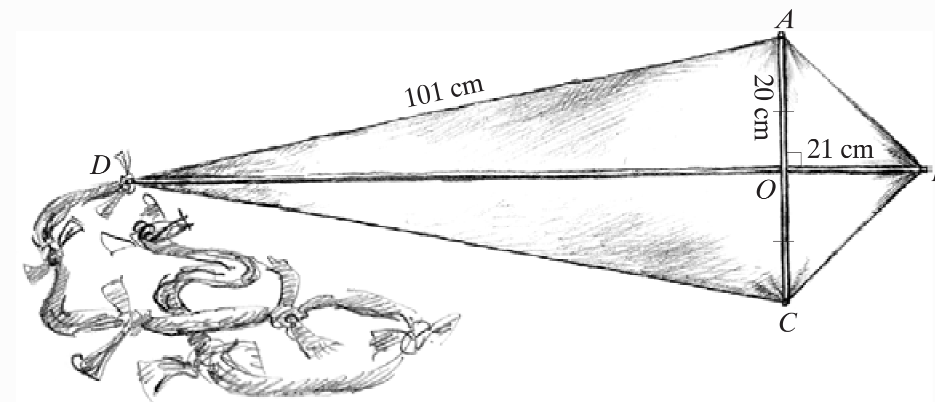


Jei $\angle A = \angle B = \angle C$,
tai $AB = BC = AC$.



Aitvaras

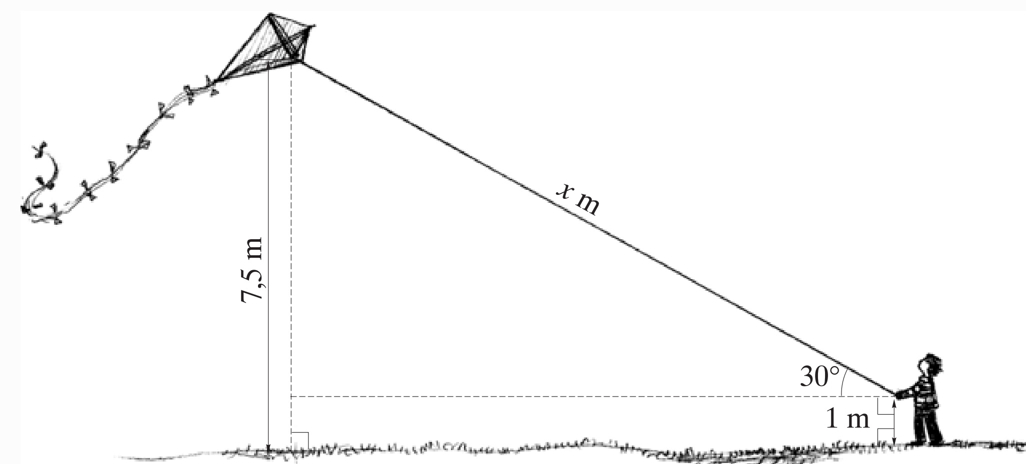
Rimgaudas pasigamino aitvarą. Jis paėmė dvi lazdeles, jas surišo statmenai ir aptraukė medžiaga.



1) Ar trikampis ABC yra lygiašonis? Paaiškinkite kodėl.
2) Apskaičiuokite krašto AB ilgį.
3) Kokia trikampio ACD rūšis pagal kraštines?
4) Apskaičiuokite aitvaro $ABCD$ perimetrą.
5) Apskaičiuokite lazdelės dalies DO ilgį.
6) Kokio ilgio lazdeles surišo Rimgaudas?

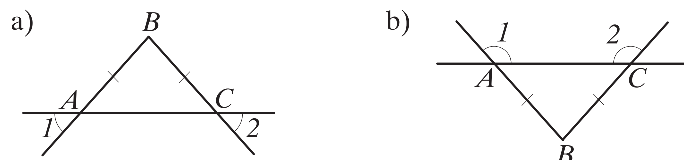
Paleistas aitvaras pakilo į 7,5 m aukštį nuo žemės paviršiaus.

7) Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite atstumą x metrais nuo Rimgaudo rankos iki aitvaro (virvės ilgį).

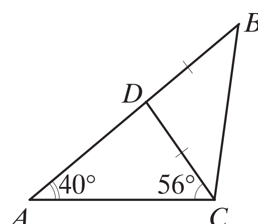


SPRENDŽIAME

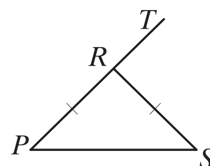
377. Kampą B kerta tiesė AC taip, kad $AB = BC$. Remdamiesi brėžiniu, įsitikinkite, kad $\angle 1 = \angle 2$.



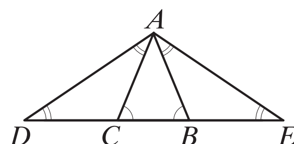
378. Trikampio ABC kampas A lygus 40°. Kraštinės AB taškas D toks, kad $\angle ACD = 56°$ ir $CD = DB$. Apskaičiuokite trikampio BCD kampų dydžius.



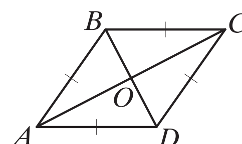
379. Trikampio PRS viršūnė R yra spindulyje PT, $PR = RS$. Įsitikinkite, kad $\angle TRS = 2\angle P$.



380. *Duota*: $\triangle ADE$,
taškai C ir B yra kraštinėje DE,
$\angle ABC = \angle ACB$,
$\angle DAC = \angle ADC = \angle BAE = \angle AEB$.
Įsitikinkite, kad $P_{\triangle ABC} = DE$.

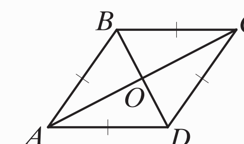


381. *Duota*: $ABCD$ — rombas, t. y.
$AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,
$AB = BC = CD = DA$;
AC ir BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas.

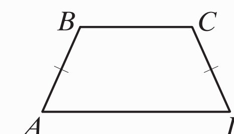


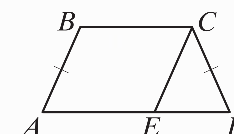
1) Ar trikampiai ABC ir ADC yra lygiašoniai? Paaiškinkite kodėl.
2) Ar $AO = OC$? Paaiškinkite kodėl.
3) Pabaikite sakinį.
   BO yra lygiašonio trikampio ABC ....
4) Įsitikinkite, kad $AC \perp BD$.

382. Rombo $ABCD$ įstrižainės susikerta taške O.
1) Ar trikampiai ABC ir ADC yra lygiašoniai? Paaiškinkite kodėl.
2) Ar $\angle CAD = \angle ACD$? Paaiškinkite kodėl.
3) Ar $\angle CAD = \angle ACB$? Paaiškinkite kodėl.
4) Ar $\angle BAC = \angle DCA$? Paaiškinkite kodėl.
5) Įsitikinkite, kad $\angle BAC = \angle CAD = \angle BCA = \angle ACD$, $\angle ABD = \angle DBC = \angle CDB = \angle BDA$.

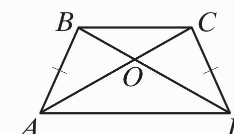


383. 1) Nubraižykite lygiašonę trapeciją $ABCD$ ($AD \parallel BC$).
2) Per trapecijos viršūnę C nubrėžkite atkarpą $CE \parallel AB$. Ar keturkampis $ABCD$ yra lygiagretainis? Paaiškinkite kodėl.
3) Įsitikinkite, kad $AB = CE$.
4) Ar $\triangle ECD$ yra lygiašonis? Paaiškinkite kodėl.
5) Ar $\angle CED = \angle D$? Paaiškinkite kodėl.
6) Remdamiesi lygiagrečių tiesių AB ir EC, perkirstų kirstine AD, savybe, užrašykite, kam lygi kampų A ir AEC dydžių suma.
7) Remdamiesi gretutinių kampų AEC ir CED savybe, užrašykite, kam lygus kampas AEC.
8) Įsitikinkite, kad $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$.



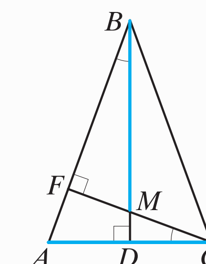


384. *Duota*: $ABCD$ — lygiašonė trapecija, t. y.
$AD \parallel BC$, $AB \nparallel DC$, $AB = DC$;
AC ir BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas.
Įsitikinkite, kad: 1) $\triangle ACD = \triangle DAB$;
2) $\triangle AOD$ — lygiašonis;
3) $AO = OD$, $BO = OC$.



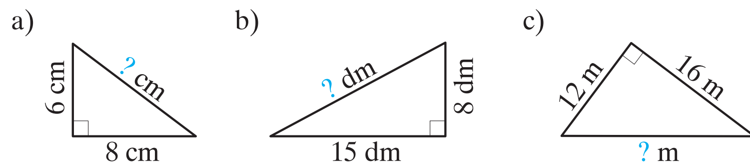


385. *Duota*: $\triangle ABC$,
$AB = BC$,
$BD \perp AC$,
$CF \perp AB$,
$BM = AC$,
$\angle ABD = \angle ACF$.
Paaiškinkite, kodėl:
a) $\triangle AFC = \triangle MFB$;
b) $\triangle BFC$ — lygiašonis.

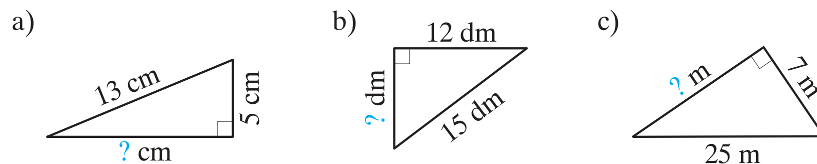


PASITIKRINAME

386. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite stačiojo trikampio įžambinės ilgį.



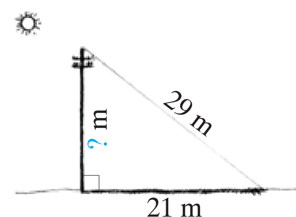
387. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite stačiojo trikampio nežinomo statinio ilgį.



388. Raskite stačiojo trikampio nežinomos kraštinės ilgį.

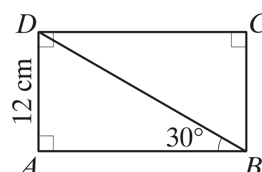
	Statinis a	Statinis b	Įžambinė c
a)	12 cm	35 cm	
b)	45 dm		53 dm
c)		13 mm	85 mm

389. Stulpo šešėlio ilgis yra 21 m, o stulpo viršūnę su šešėlio galu jungiančios atkarpos ilgis yra 29 m. Apskaičiuokite stulpo aukštį.



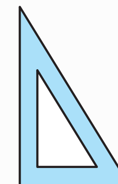
390. Trikampio kraštinių ilgiai (decimetrais) yra:
a) 18, 40, 41; b) 11, 60, 61; c) 63, 60, 87; d) 143, 24, 145.
Nustatykite, ar šis trikampis yra status.

391. Stačiakampio įstrižainė BD su kraštine AB sudaro 30° kampą. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite įstrižainės BD ilgį.

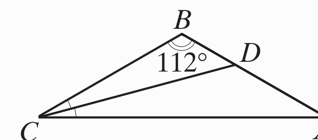


392. Vienas stačiojo trikampio kampas lygus 30°, o įžambinės ir trumpesniojo statinio ilgių suma lygi 15 cm. Apskaičiuokite trumpesniojo statinio ir įžambinės ilgius.

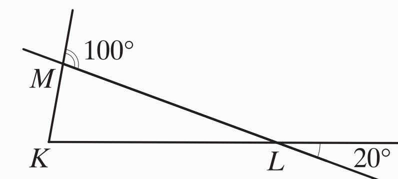
393. Kampainio vienas statinis lygus pusei įžambinės. Kokio dydžio yra kampainio kampai?



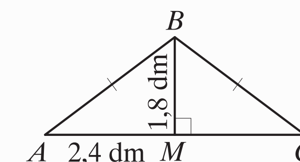
394. *Duota:* $\triangle ABC$,
$AB = BC$,
$\angle ABC = 112°$,
$\angle ACD = \angle BCD$.
Apskaičiuokite $\triangle ADC$ kampų dydžius.



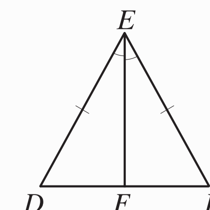
395. Kampą K kerta tiesė ML. Įsitikinkite, kad trikampis KLM yra lygiašonis.



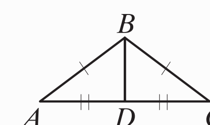
396. *Duota:* $\triangle ABC$,
$AB = BC$,
$BM \perp AC$,
$BM = 1{,}8$ dm,
$AM = 2{,}4$ dm.
Apskaičiuokite:
a) $P_{\triangle ABC}$; b) $S_{\triangle ABC}$.



397. Lygiašonio trikampio DEK pagrindas $DK = 16$ cm, pusiaukampinė $EF = 15$ cm. Apskaičiuokite:
a) KF; b) $P_{\triangle DEK}$.

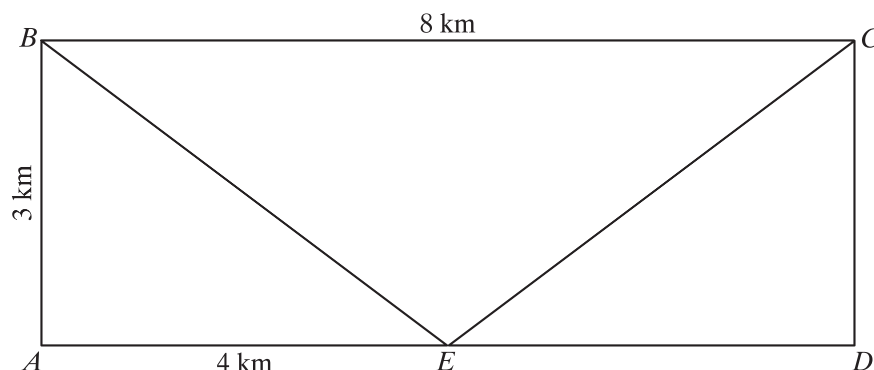


398. BD — lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) pusiaukraštinė. Apskaičiuokite trikampio šoninės kraštinės AB ir pusiaukraštinės BD ilgius, jei trikampio ABC perimetras lygus 18 cm, o $AD = 4$ cm.



Kelelis tolimas, kelelis artimas

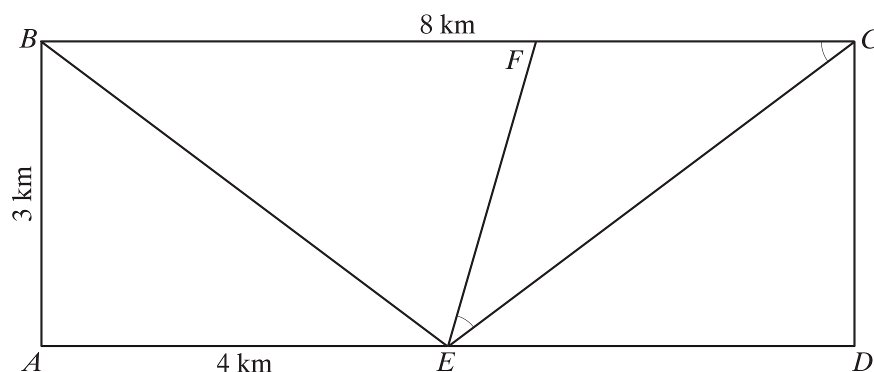
Prisiminkime skyriaus pradžioje nagrinėtą uždavinį.
Per stačiakampį lauką eina du takeliai BE ir CE.



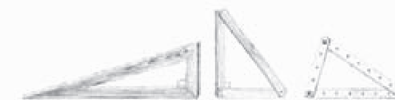
Užduotis.

1) Žmogus važiuoja maršrutu $BECB$. Remdamiesi brėžinio duomenimis, apskaičiuokite, kiek kilometrų jis nuvažiuos.
2) Kokia trikampio BEC rūšis pagal kraštines?
3) Ar $\angle EBC = \angle ECB$? Kodėl?

To žmogaus (važiuojančio maršrutu $BECB$) šuo „susitrumpino“ maršrutą. Jis nuo taško E kelią CB pasiekė trumpesniu keliu EF, kaip parodyta paveikslėlyje.



Remdamiesi brėžinio duomenimis, nustatykite, kiek kilometrų šuo „susitrumpino“ maršrutą.



KARTOJAME

399. Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
a) 1049 □ 1409; b) 38,2 □ 3,82; c) $3\frac{1}{2}$ □ $2\frac{1}{3}$;
d) -58 □ -85; e) $-4{,}5$ □ $-4{,}50$; f) $-5\frac{3}{5}$ □ $-5\frac{1}{5}$;
g) 748 □ -3; h) $-19{,}18$ □ 5,3; i) $8\frac{1}{2}$ □ $-8\frac{1}{2}$.

400. Skaičių tiesėje pažymėkite taškus, atitinkančius skaičius:
a) -5; 4; 2; -3; 0; 1;
b) $-3{,}5$; -4; 0,5; 2; 3,5;
c) $2\frac{1}{2}$; -3; $-2{,}5$; $1\frac{1}{4}$; 3,75.

401. Skaičių tiesės taškas N atitinka skaičių 2. Parašykite tris sveikuosius skaičius, kuriuos atitinkantys skaičių tiesės taškai būtų:
a) į dešinę nuo taško N; b) į kairę nuo taško N.

402. Skaičių tiesės taškas K atitinka skaičių -2. Parašykite tris trupmeninius skaičius, kuriuos atitinkantys skaičių tiesės taškai būtų:
a) į dešinę nuo taško K; b) į kairę nuo taško K.

403. Parašykite kelis skaičius, skaičių tiesėje esančius tarp skaičių:
a) -5 ir 5; b) 0 ir 4; c) -2 ir 0; d) 0 ir 1.

404. Iš skaičių
$-3{,}5$; -3; $-2\frac{2}{3}$; -2; 0; 2; 2,7; $3\frac{4}{5}$
išrinkite ir surašykite tuos skaičius, kurie yra sprendiniai nelygybės:
a) $x < 3$; b) $x > -3$; c) $x \leqslant -2$; d) $x \geqslant -2$.

405. Ar skaičius 5 yra duotosios nelygybės sprendinys?
a) $x + 2 > 1$; b) $x - 4 < 0$; c) $-3 \cdot x \leqslant 2$;
d) $-4 \cdot x \geqslant -20$; e) $25 : x < -3$; f) $x : 5 \leqslant 1$.

406. Teiginį parašykite nelygybe. Užrašykite tris jos sprendinius.
a) Skaičius a yra didesnis už $-3{,}8$.
b) Skaičius a yra ne mažesnis už $-3{,}8$.

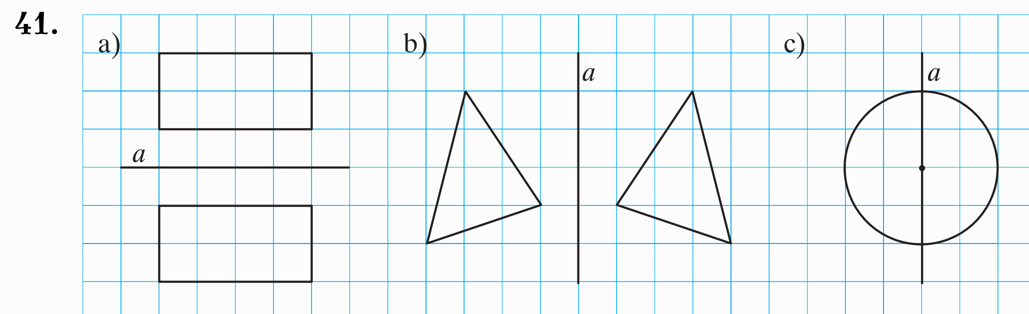
407. Užrašykite duotosios nelygybės kelis sprendinius.
a) $x > -8$; b) $x \leqslant 1$; c) $x \geqslant -1$;
d) $3 + x < 4$; e) $5 - x \geqslant 0$; f) $x - 1 > 4$;
g) $-2x < -4$; h) $x : 2 \leqslant 3$; i) $100 : x \geqslant 0$.

408. Parašykite visus natūraliuosius nelygybės sprendinius.
a) $x \leqslant 6$; b) $x \leqslant 5$; c) $2x < 17$.

1. SIMETRIJA

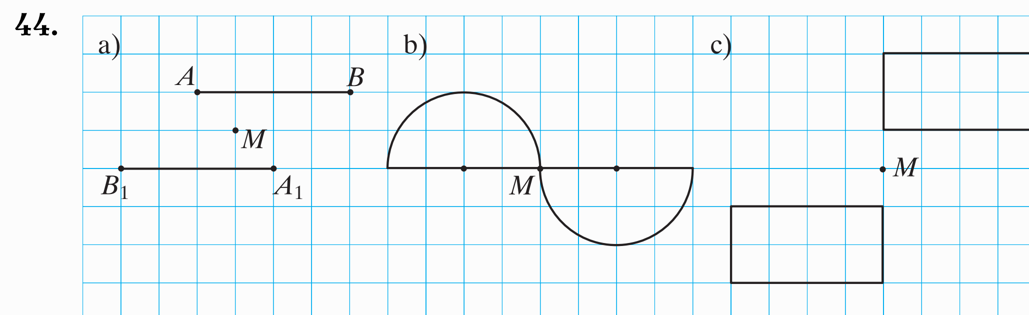
39. a), c) — ne; b) — taip. **40.** a), c), e) — taip; b), d) — ne.

41.



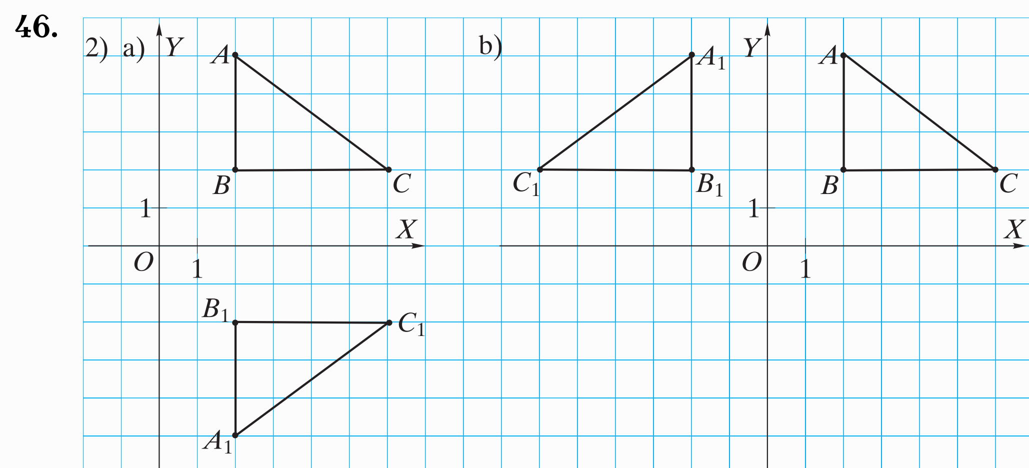
42. a), b) — ne; c) — taip. **43.** a), c), d) — taip; b) — ne.

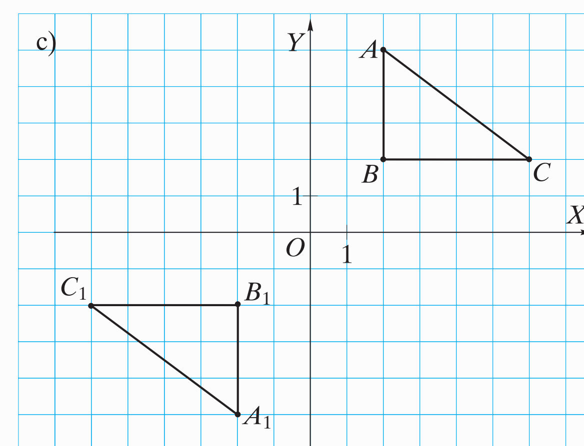
44.



45. a) Taškui A simetriškas taškas D, taškui B simetriškas taškas E, taškui C simetriškas taškas F;
b) atkarpai CD simetriška atkarpa FA, atkarpai DE simetriška atkarpa AB, atkarpai EF simetriška atkarpa BC.

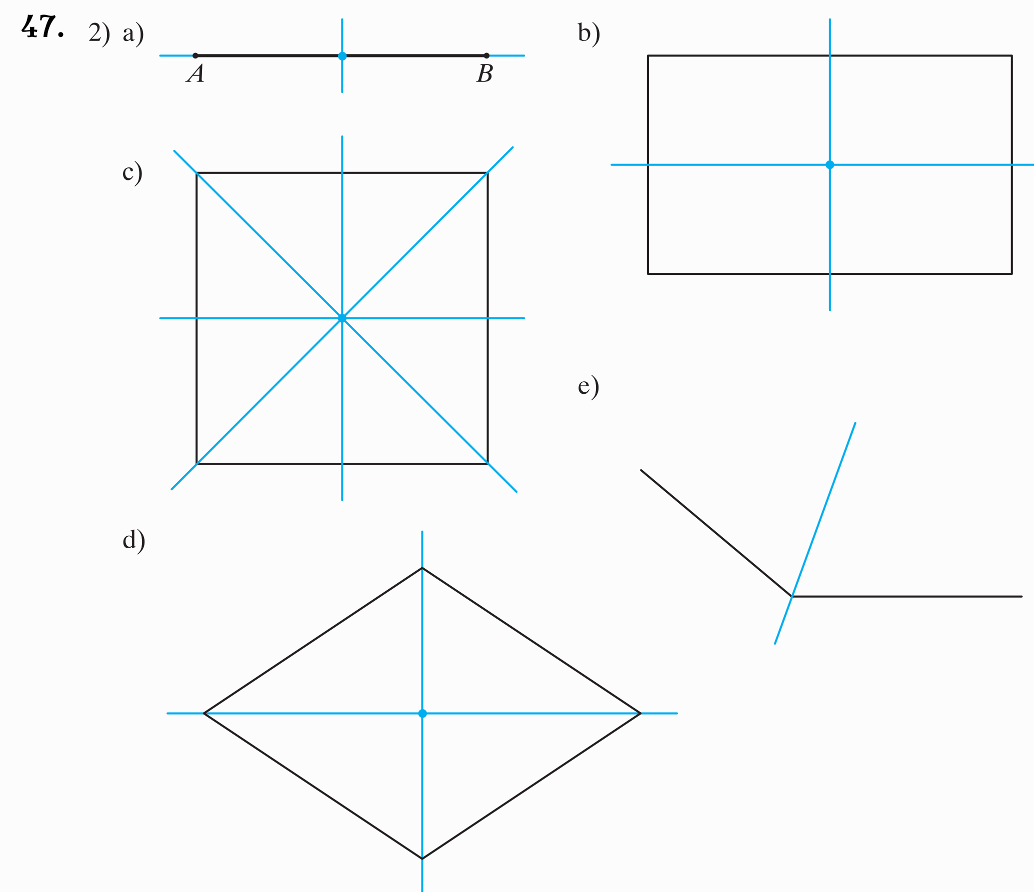
46.





3) a) $A_1(2; -5)$, $B_1(2; -2)$, $C_1(6; -2)$;
b) $A_1(-2; 5)$, $B_1(-2; 2)$, $C_1(-6; 2)$;
c) $A_1(-2; -5)$, $B_1(-2; -2)$, $C_1(-6; -2)$.

47.



3) Simetrijos centrą turi atkarpa, stačiakampis, kvadratas ir rombas.

2. LAIPSNIAI IR ŠAKNYS

128. a) 16; b) 16; c) 27; d) -27; e) 1; f) -1.

129. a) -6; b) -23; c) 2; d) 32; e) -39; f) 40.

130. a) $\frac{1}{2^3}$; b) $\frac{1}{5^2}$; c) $\frac{1}{7^5}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{1}{(-4)^7}$; f) $\frac{1}{(-3)^4}$; g) $\frac{1}{a^8}$; h) $\frac{1}{(-x)^3}$.

131. a) 7^{-6}; b) 2^{-5}; c) 3^{-10}; d) 8^{-1}; e) $(-5)^{-3}$; f) $(-4)^{-8}$; g) $(-3)^{-6}$; h) $(-2)^{-1}$; i) a^{-3}; j) b^{-4}; k) $(-x)^{-5}$; l) x^{-1}.

132. a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{1}{49}$; c) $\frac{1}{4}$; d) 1; e) $-\frac{1}{8}$; f) $\frac{1}{81}$; g) $-\frac{1}{6}$; h) 1; i) 4; j) $\frac{9}{2}$; k) 16; l) $\frac{25}{9}$.

133. a) 8; b) $\frac{1}{9}$; c) $\frac{1}{64}$; d) 100 000; e) $\frac{1}{16}$; f) $\frac{1}{81}$; g) 1; h) $\frac{1}{9}$; i) 1.

134. a) $2\frac{1}{8}$; b) $-3\frac{3}{5}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{7}$; e) $-\frac{1}{32}$; f) 160; g) $6\frac{1}{8}$; h) $1\frac{3}{8}$; i) $3\frac{1}{36}$.

135. a) $7{,}4 \cdot 10^3$; 3; b) $3{,}29 \cdot 10^5$; 5; c) $4{,}08 \cdot 10^6$; 6; d) $1{,}3 \cdot 10^{-3}$; -3; e) $8{,}56 \cdot 10^{-5}$; -5; f) $3{,}072 \cdot 10^{-4}$; -4.

136. a) $\sqrt{49} = 7$, nes $7^2 = 49$ ir $7 \geqslant 0$;
b) $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$, nes $0{,}9^2 = 0{,}81$ ir $0{,}9 \geqslant 0$;
c) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}$, nes $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$ ir $\frac{5}{7} \geqslant 0$.

137. a) 4 m; b) 8 m; c) 9 m; d) 10 m.

138. a) 6; b) 9; c) 20; d) 11; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{5}{7}$; g) 0,2; h) 0,9.

139. a) 9; b) -1; c) 18; d) -24; e) 12; f) 2; g) -7; h) -23; i) 30.

140. a) $\sqrt[3]{8} = 2$, nes $2^3 = 8$;
b) $\sqrt[3]{0{,}064} = 0{,}4$, nes $0{,}4^3 = 0{,}064$;
c) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, nes $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$.

141. a) 3 m; b) 5 m; c) 0,6 m; d) 40 m.

142. a) 3; b) 1; c) 4; d) 20; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{3}{5}$; g) 0,1; h) 0,5.

143. a) 9; b) 8; c) 10; d) -9; e) -20; f) -40.

3. REIŠKINIAI

226. a) $15+6x$; b) $7a^2-ab$; c) $-20x^2+12x$; d) $4n-10m+2$; e) $3a-3a^2+3ab$; f) $-5a+7a^2-2a^3$.

227. a) $mn+mb+an+ab$; b) $mn+mb-an-ab$; c) $mn-mb-an+ab$; d) $ab+2a-4b-8$; e) $xy-3x+y-3$; f) $ac+3c+4a+12$.

228. a) a^2+6a+8; b) $20+x-x^2$; c) b^2+b-6; d) a^2-a-12; e) $-2+3x-x^2$; f) $-4+5b-b^2$; g) $15x^2+7x-4$; h) $6a^2-a-2$; i) $10b^2+29b+10$; j) $10x^2-20xy+10y^2$; k) $8a^2-6ab-9b^2$; l) $20x^2-41xy+20y^2$.

229. a) $(a+3)^2 = a^2+6a+9$; b) $(m-6)^2 = m^2-12m+36$; c) $(x+3)(x-3) = x^2-9$.

230. a) $(x+2)^2 = x^2+2\cdot x\cdot 2+2^2$; b) $(2+3x)^2 = 2^2+2\cdot 2\cdot 3x+(3x)^2$; c) $(4m+5)^2 = 16m^2+2\cdot 4m\cdot 5+25$; d) $(x-3)^2 = x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2$; e) $(5-3a)^2 = 5^2-2\cdot 5\cdot 3a+(3a)^2$; f) $(7-5y)^2 = 49-2\cdot 7\cdot 5y+25y^2$; g) $(m+n)(m-n) = m^2-n^2$; h) $(2x+4)(2x-4) = (2x)^2-16$; i) $(5+3a)(5-3a) = 25-9a^2$.

231. a) $x^2+2xy+y^2$; b) $m^2-2mn+n^2$; c) $9+6a+a^2$; d) $b^2-10b+25$; e) $9x^2+12x+4$; f) $16-16y+4y^2$; g) $25a^2+10ab+b^2$; h) $4x^2-24xy+36y^2$.

232. a) x^2-y^2; b) y^2-4; c) a^2-25; d) $4m^2-9$; e) $25x^2-y^2$; f) $9a^2-16b^2$; g) $9b^2-a^2$; h) $16-25a^2$; i) $25-36n^2$.

233. a) $3(a+b)$; b) $7(x-y)$; c) $-2(m+n)$; d) $4a(b+c)$; e) $5y(x-z)$; f) $-3m(n+p)$; g) $a(a+15)$; h) $x(3-x)$; i) $-m(4+m)$; j) $a(13a+1)$; k) $10x(2x-1)$; l) $-7m(1+5m)$.

234. a) $3a(b-4c)$; b) $4a(a+3)$; c) $9a(2a^2-3)$; d) $5c(3a+5b)$; e) $-4x(y+2t)$; f) $-3b(3a+2c)$; g) $5y(1-3y)$; h) $-3a(a+1)$.

235. a) $(c+d)^2$; b) $(x-y)^2$; c) $(m+5)^2$; d) $(a-8)^2$; e) $(m+2n)^2$; f) $(p-3t)^2$; g) $(3a+4b)^2$; h) $(2c-5d)^2$.

236. a) $(a+2)(a-2)$; b) $(a+3)(a-3)$; c) $(a+1)(a-1)$; d) $(5+x)(5-x)$; e) $(11+x)(11-x)$; f) $(12+x)(12-x)$; g) $(0{,}6+y)(0{,}6-y)$; h) $(0{,}7+y)(0{,}7-y)$; i) $(y+0{,}8)(y-0{,}8)$.

237. a) $(3a+2)(3a-2)$; b) $(2x+5)(2x-5)$; c) $(3+4y)(3-4y)$; d) $(2a+5b)(2a-5b)$; e) $(7x+3y)(7x-3y)$; f) $(6m+10n)(6m-10n)$.

4. LYGTYS

309. a) 0; 3; b) -1; 2; c) 0; 1; d) 0; -3; e) -2; 2; f) 0.

310. a) 4; b) -1; c) -2; d) 24; e) 20; f) -9; g) 9; h) 3; i) -2.

311. a) 5; b) 6; c) -4; d) 3; e) 0,7; f) -5; g) 1; h) -15; i) 2.

312. a) 4; b) -8; c) 3; d) 0; e) 1; f) -1; g) -1; h) $\frac{3}{2}$; i) $\frac{5}{2}$.

313. a) 80 ir 16; b) 22 503 ir 7501.

314. a) 800 g; b) 1200 g.

315. 15 km.

316. 10 berniukų.

317. a) 2; 1; b) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; c) 0; 4; d) 0; $-\frac{2}{3}$; e) 0; 3; f) 0; -2; g) 0; 1; h) 0; 3.

318. a) 0; -3; b) $-\frac{1}{6}$; 4.

319. a) 0; 4; b) 0; 14; c) 0; -3; d) 0; 2; e) 0; 3; f) 0; -4; g) 0; $\frac{2}{7}$; h) 0; $2\frac{1}{3}$; i) 0; $-\frac{3}{4}$; j) 0; 0,7; k) 0; 3,1; l) 0; $-5{,}2$.

320. a) -7; 7; b) -9; 9; c) -16; 16; d) -2; 2; e) -3; 3; f) -4; 4; g) -2; 2; h) -5; 5; i) -3; 3; j) -7; 7; k) -6; 6; l) -9; 9.

321. a) 3 cm ir 9 cm; b) 10 dm ir 15 dm; c) 12 m ir 54 m.

322. a) 12,5 cm, 4,5 cm; 7,5 cm; b) 50 m, 72 m; 60 m.

5. STATUSIS IR LYGIAŠONIS TRIKAMPIAI

386. a) 10 cm; b) 17 dm; c) 20 m.

387. a) 12 cm; b) 9 dm; c) 24 m.

388. a) 37 cm; b) 28 dm; c) 84 mm.

389. 20 m.

390. a) Ne; b) taip; c) taip; d) taip.

391. 24 cm.

392. 5 cm, 10 cm.

393. 30°, 60°, 90°.

394. $\angle CAD = 34°$, $\angle ACD = 17°$, $\angle ADC = 129°$.

396. a) 10,8 dm; b) 4,32 dm^2.

397. a) 8 cm; b) 50 cm.

398. $AB = 5$ cm, $BD = 3$ cm.

Matematika tau+

8 KLASĖ

2 dalis

TEV

TURINYS

Praėjus beveik penkiolikai metų nuo pirmojo TEV vadovėlio pasirodymo, pristatome jau trečiąją savo matematikos vadovėlių seriją. Atnaujinus Pagrindinio ugdymo bendrąsias programas, teko peržiūrėti tiek vadovėlių turinį, tiek jų formą. Kartu pasistengėme į naująją seriją „Matematika Tau +“ perkelti ir atnaujintų programų dvasią.

Galbūt matematinės beletristikos mėgėjai mūsų vadovėliuose pasiges spalvingų piešinukų, pamokymų, kaip susikrauti kupriną, dvasingų pokalbių „aplink“ matematiką. Tačiau juose ras daug ***tikrosios matematikos****: įdomios ir patraukiančios, užkrečiančios ir viliojančios, įvairių poreikių ir skirtingos motyvacijos vaikams. Ir* ***realių taikymų****, ryšių su aplinkiniu pasauliu bei kitais mokomaisiais dalykais.*

Prieš skyriaus turinio puslapį yra įvadas, kurio tikslas – patraukliai supažindinti su tema, nagrinėjama šiame skyriuje.

Stipresniems mokiniams skirti skyreliai

Pateikiama skyriaus teorijos santrauka ir pavyzdžiai.

Uždavinių atverstiniai žinioms pagilinti ir įtvirtinti. Paskutiniai uždaviniai, pažymėti ženkleliu, skirti smalsesniems.

Baigiamieji skyreliai skirti:

- **Pasitikrinti, kaip pavyko suprasti ir įsiminti skyriuje nagrinėtus dalykus.**
- **Pasikartoti ankstesnę medžiagą ir pasirengti nagrinėti kitą skyrių.**

Po atverstinio „Pasitikriname“ grįžtama prie įvadiniame puslapyje nagrinėto klausimo.

6 NELYGYBĖS

Svarstyklės ir nelygybės

Svarstyklės ir nelygybės



Mes kuriame *vadovėlius, orientuotus į ateitį, skirtus šiuolaikiškiems vaikams ir kūrybingiems mokytojams. Kiekvienas TEV vadovėlių komplektas nuo šiol turės bent vieną kompiuterinę mokymo priemonę, kiekvieno vadovėlio kompiuterinę versiją bus galima rasti internete.*

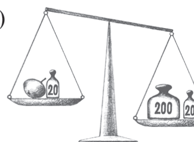
Mes siekiame*, kad mokiniai ne tik skaitytų vadovėlio tekstą, bet ir dirbtų su vadovėliu, pasitelkę kompiuterines mokymo priemones, naudotųsi interneto ištekliais, bendrautų su mokytojais, taikant informacinių technologijų pasiekimus ugdymo procese.*

Mes norime*, kad mokytojai ne tik aktyviai naudotų prie vadovėlio priderintas papildomas mokymo priemones, bet ir patys tobulintų vadovėlio turinį, diferencijuotų mokymą, integruotų matematiką su kitais dalykais, naudodami mobilias interaktyvias kompiuterines (MIKO) knygas, kurios įeina į kiekvienos klasės vadovėlių komplektą.*

Įvado pabaigoje pateikiamos teminės užduotys ir trumpa skyriaus anotacija

Užduotis.
1) Obuolio masę pažymėję x g, pavaizduotą situaciją užrašykite nelygybe.

a) 

b) 

2) Parašykite du skaičius, kurie būtų tos nelygybės sprendiniai.

Šiame skyriuje:
- prisiminsite, kaip palyginti, kuris iš dviejų duotųjų skaičių yra didesnis (mažesnis);
- ką vadiname nelygybe ir nelygybės sprendiniu;
- sužinosite nelygybių savybes;
- susipažinsite su skaičių intervalais;
- išmoksite spręsti nesudėtingas nelygybes.

Pagrindinių skyrelių atverstiniai, skirti visiems mokiniams:

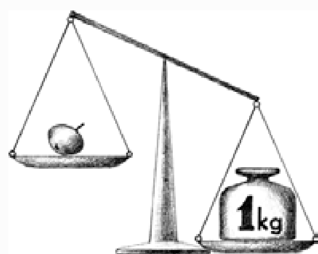
- **Kairiajame puslapyje yra teorinė medžiaga. Ji pateikiama klausimais ir užduotimis, kurias atlikti padeda šauktukas ir klaustukas. Kas yra svarbiausia – surašyta lentoje.**
- **Dešiniajame puslapyje yra tik su tuo skyreliu susiję uždaviniai.**

Mūsų tikslas buvo parengti vadovėlių komplektą – pagalbininką mokytojui, draugišką bet kuriam mokiniui. Kaip tai pavyko – sužinosime po kelerių metų, tačiau atsiliepimų, pastabų, kritikos laukiame visada. Mūsų vadovėlių komplektai yra „gyvi“, atsinaujinantys, nuolat tobulinami, todėl visa tai, kas padėtų pagerinti mūsų kūrinį, atsiras kituose leidimuose.

Ačiū Jums iš anksto!

Svarstyklės ir nelygybės

Ar prisimenate svirtines svarstykles? Jei jos yra pusiausviros, tai reiškia, kad ant abiejų lėkštelių esantys daiktai sveria vienodai. O jei kuris nors iš dviejų daiktų sunkesnis? Tada lėkštelė su sunkesniu daiktu yra žemiau už lėkštelę su lengvesniu daiktu.



Obuolys sveria mažiau kaip 1 kg.

Jei obuolio masę pažymėsime x kg, tai pavaizduotą situaciją galėsime užrašyti taip:
$x < 1$.



Užduotis.

1) Obuolio masę pažymėję x g, pavaizduotą situaciją užrašykite nelygybe.

a)



b)



c)



d)

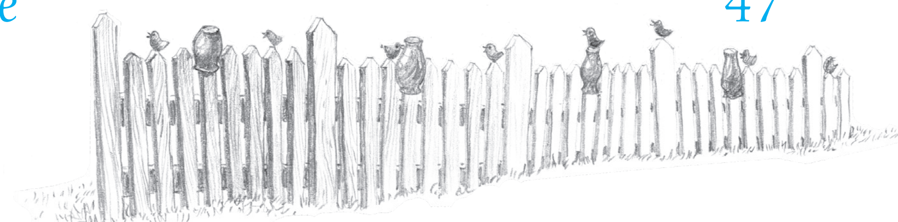


2) Parašykite du skaičius, kurie būtų tos nelygybės sprendiniai.

***Šiame skyriuje*:**

- prisiminsite, kaip palyginti, kuris iš dviejų duotųjų skaičių yra didesnis (mažesnis);
- ką vadiname nelygybe ir nelygybės sprendiniu;
- sužinosite nelygybių savybes;
- susipažinsite su skaičių intervalais;
- išmoksite spręsti nesudėtingas nelygybes.

6 NELYGYBĖS



SKAIČIŲ PALYGINIMAS

1 užduotis.

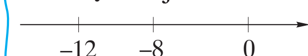
Palyginkite sveikuosius skaičius ir parašykite ženklą >, < arba =.

a) 3033 ir 3303; b) 53 ir -53; c) -18 ir -4.

Palyginkime skaičius -8 ir -12.

Aš radau skaičių -8 ir -12 mòdulius:
$|-8| = 8$, $|-12| = 12$.
Iš dviejų neigiamųjų skaičių didesnis tas skaičius, kurio modulis mažesnis.
Kadangi $8 < 12$, tai $-8 > -12$.

O aš skaičius -8 ir -12 atidėjau skaičių tiesėje:



Didesnis tas skaičius, kuris skaičių tiesėje yra dešiniau. Vadinasi, $-8 > -12$.

2 užduotis.

Palyginkite dešimtaines trupmenas ir parašykite ženklą >, < arba =.

a) 1,23 ir 1,29; b) 2,732 ir $-2{,}751$; c) $-3{,}15$ ir $-2{,}05$.

Palyginkime dešimtaines trupmenas 2,71 ir 2,6999.

Abiejų skaičių sveikosios dalys lygios, todėl lyginame dešimtųjų skyrių skaitmenis.
Kadangi $7 > 6$, tai $2{,}71 > 2{,}6999$.

3 užduotis.

Palyginkite paprastąsias trupmenas ir parašykite ženklą >, < arba =.

a) $\frac{1}{20}$ ir $\frac{7}{20}$; b) $\frac{3}{5}$ ir $\frac{2}{3}$; c) $\frac{1}{2}$ ir $-\frac{3}{4}$; d) $-\frac{5}{9}$ ir $-\frac{1}{9}$.

Palyginkime paprastąsias trupmenas $\frac{7}{9}$ ir $\frac{6}{7}$.

Pirmiausia trupmenas subendravardiklinkime:

$$\frac{7}{9}^{\backslash 7} = \frac{49}{63}, \quad \frac{6}{7}^{\backslash 9} = \frac{54}{63}.$$

Iš dviejų trupmenų su vienodais vardikliais didesnė yra ta, kurios skaitiklis didesnis.
$\frac{49}{63} < \frac{54}{63}$, nes $49 < 54$. Vadinasi, $\frac{7}{9} < \frac{6}{7}$.

1. Palyginkite skaičius ir parašykite ženklą >, < arba =.

a) 0 ir 2; b) -2 ir 0;
c) 0 ir 2,4; d) $-2{,}4$ ir 0;
e) $\frac{1}{2}$ ir 0; f) 0 ir $-\frac{1}{2}$.

Kiekvienas teigiamasis skaičius yra didesnis už 0. Kiekvienas neigiamasis skaičius yra mažesnis už 0.

2. 1) Palyginkite neigiamuosius skaičius ir parašykite ženklą >, < arba =.

a) -2 ir -8; b) -9 ir $-8{,}3$; c) $-2{,}8$ ir $-2{,}9$;
d) -4 ir $-3{,}9$; e) $-4{,}9$ ir $-4{,}1$; f) -3 ir $-3{,}01$.

2) Kurio skaičiaus modulis yra didesnis?

3) Pabaikite sakinį:
Iš dviejų neigiamųjų skaičių didesnis yra tas, kurio...

3. Kuri paprastoji trupmena didesnė:

a) $\frac{3}{5}$ ar $\frac{6}{7}$? b) $\frac{7}{9}$ ar $\frac{1}{8}$? c) $\frac{5}{8}$ ar $\frac{3}{4}$?
d) $-\frac{1}{5}$ ar $-\frac{2}{9}$? e) $-\frac{4}{7}$ ar $-\frac{3}{8}$? f) $-\frac{7}{8}$ ar $-\frac{5}{6}$?

4. Surašykite skaičius didėjimo tvarka.

a) 4; 3,9; 4,02; 4,21; 3,99; 4,021;
b) 1; $-2{,}1$; 1,2; 1,22; $-1{,}2$; 2,22;
c) 2; $-3{,}1$; 2,2; 2,(2); $-2{,}(2)$; 3,2.

$6{,}(2) = 6{,}222\ldots$
↑
periodas

5. Surašykite skaičius mažėjimo tvarka.

a) 3; 2; 0; 1,2; 1,8; 3,1; 2,9;
b) 4; -2; $-4{,}1$; $-2{,}1$; 0; 0,1; 0,4;
c) 5,(9); 5,9; $-5{,}01$; $-5{,}31$; 4,(9); $-4{,}(9)$.

6. Palyginkite skaičius ir parašykite ženklą >, < arba =.

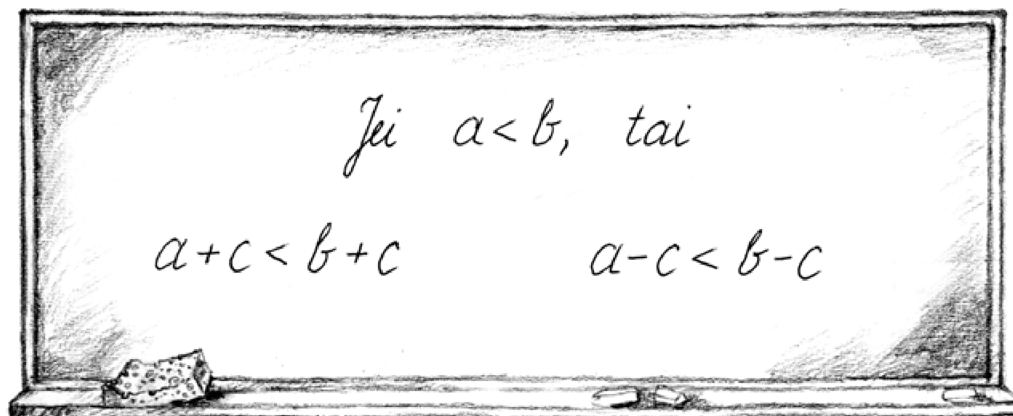
a) 2,4 ir $\frac{2}{5}$; b) $-3{,}6$ ir $3\frac{3}{5}$; c) $-4\frac{1}{2}$ ir $-5{,}5$;
d) 4,8 ir $4\frac{4}{5}$; e) $-2{,}375$ ir $-1\frac{3}{8}$; f) $-\frac{1}{8}$ ir $-0{,}125$.

Palyginkime skaičius $-4{,}6$ ir $-4\frac{3}{5}$.

Aš dešimtainę trupmeną $-4{,}6$ paverčiau paprastąja:
$-4{,}6 = -4\frac{6}{10} = -4\frac{3}{5}$.
Vadinasi, $-4{,}6 = -4\frac{3}{5}$.

O aš paprastąją trupmeną $-4\frac{3}{5}$ paverčiau dešimtaine:
$-4\frac{3}{5} = -\frac{23}{5} = -23 : 5 = -4{,}6$.
Vadinasi, $-4{,}6 = -4\frac{3}{5}$.

PRIE NELYGYBĖS ABIEJŲ PUSIŲ PRIDEDAME (IŠ ABIEJŲ PUSIŲ ATIMAME) PO TĄ PATĮ SKAIČIŲ



Paimkime akivaizdžiai teisingą nelygybę, pavyzdžiui,

$6 < 8.$

1 užduotis. Patikrinkite, ar nelygybė $6 < 8$ išliks teisinga, prie abiejų jos pusių pridėjus po tą patį skaičių:
a) 2; b) 5; c) -2; d) -10.
Kiekvienu atveju užrašykite gautąją nelygybę.

Imkime teisingą nelygybę
$4 < 10$

Prie abiejų nelygybės pusių pridėkime po 5:
$4 < 10 \mid +5,$
$4 + 5 = 9, \quad 10 + 5 = 15,$
$9 < 15$ — nelygybės ženklas *nepasikeitė*.

Iš abiejų nelygybės pusių atimkime po 5:
$4 < 10 \mid -5,$
$4 - 5 = -1, \quad 10 - 5 = 5,$
$-1 < 5$ — nelygybės ženklas *nepasikeitė*.

Prie teisingos nelygybės abiejų pusių pridedant (iš abiejų pusių atimant) po tą patį skaičių, gaunama teisinga nelygybė.

2 užduotis. Patikrinkite, ar nelygybė $6 < 8$ išliks teisinga, iš abiejų jos pusių atėmus po tą patį skaičių:
a) 2; b) 5; c) -2; d) -10.
Kiekvienu atveju užrašykite gautąją nelygybę.

7. Parašykite nelygybę, kurią gausite:
a) prie abiejų nelygybės $4 < 7$ pusių pridėję skaičių
$4;\quad -4;\quad 7;\quad -7;\quad \frac{1}{4};\quad -4{,}2;$
b) prie abiejų nelygybės $18 > -7$ pusių pridėję skaičių
$8;\quad 7;\quad -7;\quad -18;\quad \frac{1}{8};\quad 0{,}2;$
c) prie abiejų nelygybės $-5 < 1$ pusių pridėję skaičių
$4;\quad 1;\quad -5;\quad \frac{1}{5};\quad -\frac{1}{4};\quad 0{,}3;$
d) prie abiejų nelygybės $-2 > -6$ pusių pridėję skaičių
$4;\quad -2;\quad 6;\quad -6;\quad \frac{1}{6};\quad -6{,}2.$

8. Parašykite nelygybę, kurią gausite:
a) iš abiejų nelygybės $2 < 6$ pusių atėmę skaičių
$2;\quad 6;\quad -2;\quad -6;\quad \frac{1}{6};\quad 1{,}2;$
b) iš abiejų nelygybės $8 > -17$ pusių atėmę skaičių
$2;\quad 8;\quad -8;\quad -17;\quad \frac{1}{7};\quad -8{,}2;$
c) iš abiejų nelygybės $-1 < 5$ pusių atėmę skaičių
$4;\quad 5;\quad -1;\quad -5;\quad \frac{1}{5};\quad -1{,}2;$
d) iš abiejų nelygybės $-6 > -10$ pusių atėmę skaičių
$6;\quad 10;\quad -6;\quad -10;\quad \frac{1}{6};\quad -1{,}6.$

9. Žinoma, kad $x \leqslant y$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:
a) prie abiejų šios nelygybės pusių pridėję skaičių $3;\quad -7;\quad -\frac{1}{7};\quad 0{,}4;$
b) iš abiejų šios nelygybės pusių atėmę skaičių $10;\quad -1;\quad \frac{1}{10};\quad -4{,}1.$

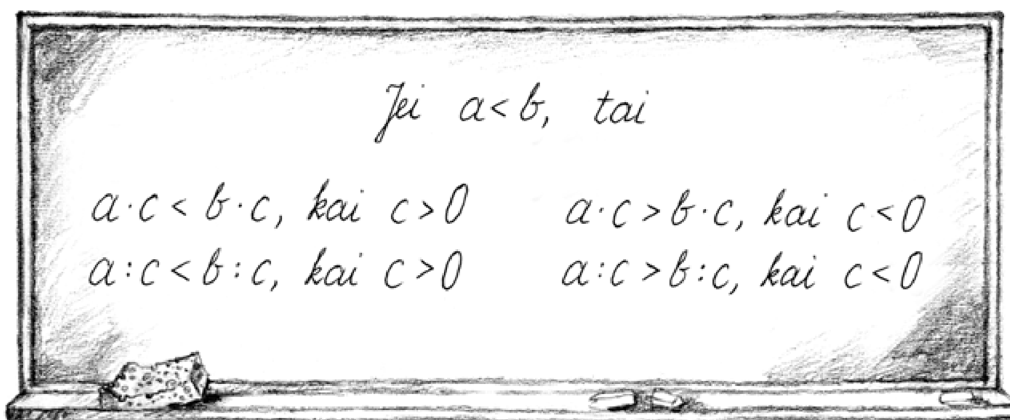
Jei $a < b$, tai $a - 3 < b - 3$.

Jei $m > n$, tai $m + 5 > n + 5$.

10. Žinoma, kad $a > b$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:
a) prie abiejų šios nelygybės pusių pridėję skaičių $7;\quad -1;\quad \frac{1}{4};\quad -0{,}5;$
b) iš abiejų šios nelygybės pusių atėmę skaičių $-3;\quad -2\frac{1}{2};\quad \frac{1}{5};\quad -4{,}2.$

11. Žinoma, kad $a < 2b$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:
a) prie abiejų šios nelygybės pusių pridėję skaičių $1;\quad 1{,}6;\quad -6;\quad -1\frac{1}{2};$
b) iš abiejų šios nelygybės pusių atėmę skaičių $2;\quad -4;\quad 4\frac{1}{5};\quad 5{,}7.$

NELYGYBĖS ABI PUSES DAUGINAME (DALIJAME) IŠ TO PATIES SKAIČIAUS



1 užduotis. Patikrinkite, ar nelygybė $6 < 8$ išliks teisinga, abi jos puses padauginus (padalijus) iš to paties *teigiamojo* skaičiaus 2; 4.

Imkime teisingą nelygybę $4 < 10$

Abi nelygybės puses padauginkime iš 2:
$4 < 10 \mid \cdot 2$,
$4 \cdot 2 = 8, \quad 10 \cdot 2 = 20$,
$8 < 20$ — nelygybės ženklas *nepasikeitė*.

Abi nelygybės puses padalykime iš 2:
$4 < 10 \mid : 2$,
$4 : 2 = 2, \quad 10 : 2 = 5$,
$2 < 5$ — nelygybės ženklas *nepasikeitė*.

Teisingos nelygybės abi puses dauginant (dalijant) iš to paties ***teigiamojo*** skaičiaus, gaunama teisinga nelygybė.

2 užduotis. Patikrinkite, ar nelygybė $6 < 8$ išliks teisinga, abi jos puses padauginus (padalijus) iš to paties *neigiamojo* skaičiaus -2; -4.

Imkime teisingą nelygybę $4 < 10$

Abi nelygybės puses padauginkime iš -2:
$4 < 10 \mid \cdot (-2)$,
$4 \cdot (-2) = -8, \quad 10 \cdot (-2) = -20$,
$-8 > -20$ — nelygybės ženklas *pasikeitė*.

Abi nelygybės puses padalykime iš -2:
$4 < 10 \mid : (-2)$,
$4 : (-2) = -2, \quad 10 : (-2) = -5$,
$-2 > -5$ — nelygybės ženklas *pasikeitė*.

Teisingos nelygybės abi puses daugínant (dalijant) iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***keičiamas priešingu***.

12. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) abi nelygybės $1 < 4$ puses padauginę iš 2; 8; $\frac{1}{2}$; 0,2;
b) abi nelygybės $-12 < 4$ puses padauginę iš 3; -2; $\frac{1}{2}$; $-0{,}5$;
c) abi nelygybės $-5 > -10$ puses padauginę iš 2; -5; $-\frac{1}{5}$; 0,2;
d) abi nelygybės $-6 < -2$ puses padauginę iš 6; -3; $\frac{1}{2}$; $-0{,}1$.

13. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) abi nelygybės $4 < 12$ puses padaliję iš 2; 4; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$;
b) abi nelygybės $-18 < 3$ puses padaliję iš 3; -18; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$;
c) abi nelygybės $-4 > -8$ puses padaliję iš 2; -4; -8; $\frac{1}{4}$;
d) abi nelygybės $-10 < -5$ puses padaliję iš 10; -5; $\frac{1}{5}$; $-\frac{1}{10}$.

14. Žinoma, kad $x > y$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) abi šios nelygybės puses padauginę iš 5; $\frac{1}{5}$; -5; $-\frac{1}{5}$;
b) abi šios nelygybės puses padalijė iš 3; $\frac{1}{3}$; -3; $-\frac{1}{3}$.

15. Žinoma, kad $a < b$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) abi šios nelygybės puses padauginę iš 1; 2; -2; $-\frac{1}{2}$;
b) abi šios nelygybės puses padalijė iš 1; -8; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{8}$.

16. Teisingoje nelygybėje po abiem skritulėliais slepiasi vienas ir tas pats skaičius. Koks jis — teigiamas ar neigiamas?

a) $2 \cdot \bigcirc < 5 \cdot \bigcirc$; b) $8 \cdot \bigcirc < 4 \cdot \bigcirc$; c) $-4 \cdot \bigcirc < 7 \cdot \bigcirc$;
d) $3 \cdot \bigcirc < -2 \cdot \bigcirc$; e) $-4 \cdot \bigcirc < -2 \cdot \bigcirc$; f) $-3 \cdot \bigcirc < -7 \cdot \bigcirc$.

17. Kokį skaičių — teigiamą ar neigiamą — reikia parašyti vietoj skritulėlių, kad duotoji nelygybė būtų teisinga?

a) $\frac{\bigcirc}{4} < \frac{\bigcirc}{2}$; b) $\frac{-7}{\bigcirc} > \frac{-9}{\bigcirc}$; c) $\frac{-\bigcirc}{100} > \frac{-\bigcirc}{10}$;
d) $\frac{\bigcirc}{7} > \frac{\bigcirc}{6}$; e) $\frac{\bigcirc}{100} < \frac{\bigcirc}{10}$; f) $\frac{5}{\bigcirc} < \frac{1}{\bigcirc}$.

18. Skaičius m skaičių tiesėje yra dešiniau negu skaičius n. Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) $4m \square 4n$; b) $\frac{1}{5}m \square \frac{1}{5}n$;
c) $-4m \square -4n$; d) $-\frac{1}{5}m \square -\frac{1}{5}n$;
e) $1{,}2m \square 1{,}2n$; f) $1\frac{1}{2}m \square 1\frac{1}{2}n$;
g) $-0{,}2m \square -0{,}2n$; h) $-4\frac{1}{7}m \square -4\frac{1}{7}n$.

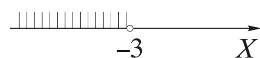
n m
Didesnis skaičius skaičių tiesėje yra dešiniau už ma-žesnį skaičių.

17 SKAIČIŲ INTERVALAI

Užduotis.

a) 1) Pažymėkite skaičių tiesės dalį, kurioje yra skaičiai, mažesni už -4.
2) Tuos skaičius užrašykite nelygybe bei intervalu ir perskaitykite.

Skaičiai, mažesni už -3, skaičių tiesėje yra į kairę nuo -3.

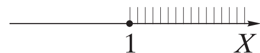


Rašome nelygybe: $x < -3$.
Skaitome: iks mažiau už minus tris.

Rašome intervalu: $(-\infty; -3)$.
Skaitome: intervalas nuo minus begalybės iki minus trijų.

b) 1) Pažymėkite skaičių tiesės dalį, kurioje yra skaičiai, didesni arba lygūs 2 (ne mažesni už 2).
2) Tuos skaičius užrašykite nelygybe bei intervalu ir perskaitykite.

Skaičiai, didesni arba lygūs 1, skaičių tiesėje yra į dešinę nuo 1 bei pats 1.



Rašome nelygybe: $x \geqslant 1$.
Skaitome: iks daugiau arba lygu vienam (*arba*: iks ne mažiau už vienetą).

Rašome intervalu: $[1; +\infty)$.
Skaitome: intervalas nuo vieneto iki plius begalybės, įskaitant vienetą.

c) 1) Pažymėkite skaičių tiesės dalį, kurioje yra skaičiai, didesni už -4, bet mažesni arba lygūs 2.
2) Tuos skaičius užrašykite nelygybe bei intervalu ir perskaitykite.

Skaičiai, didesni už -3, bet mažesni arba lygūs 1, skaičių tiesėje yra tarp -3 ir 1 bei pats 1.



Rašome dvigubąja nelygybe: $-3 < x \leqslant 1$.
Skaitome: iks daugiau už minus tris ir mažiau arba lygu vienam.

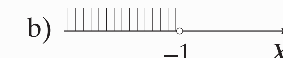
Rašome intervalu: $(-3; 1]$.
Skaitome: intervalas nuo minus trijų iki vieneto, įskaitant vienetą.

Atkreipkite dėmesį, kad taškus, kurie nepriklauso intervalui, žymime tuščiaviduriu rutuliuku, o priklausančius — juodu (užpildytu).

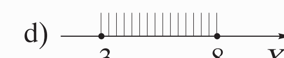
19. Perskaitykite nelygybę.
a) $x < -1$; b) $x \leqslant -1$; c) $x > 2$; d) $x \geqslant 2$;
e) $-3 < x < 2$; f) $0 \leqslant x < 2$; g) $-5 < x \leqslant 0$; h) $-2 \leqslant x \leqslant 2$.

20. Užrašykite nelygybe skaičius, atitinkančius užbrūkšniuotą skaičių tiesės dalį.

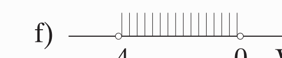
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

21. Pavaizduokite skaičių tiesėje duotąjį intervalą.
a) $[5; +\infty)$; b) $(-3; +\infty)$; c) $(-\infty; 1]$; d) $(-\infty; -2)$;
e) $(3; 5)$; f) $(-4; 1]$; g) $[-2; 3)$; h) $[-3; 0]$.

22. Užrašykite duotąją nelygybę intervalu.
a) $x < -8$; b) $x \geqslant 4$; c) $x > 0$; d) $x \leqslant -1$;
e) $-8 < x < -3$; f) $-2 \leqslant x < 4$; g) $0 < x \leqslant 5$; h) $-7 \leqslant x \leqslant 4$.

23. Skaičių tiesėje pavaizduokite skaičius, tenkinančius duotąją nelygybę.
a) $x < -2$; b) $x \leqslant 0$; c) $x \geqslant 0$; d) $x > -3$;
e) $-4 < x < -1$; f) $-8 \leqslant x < 0$; g) $-3 < x \leqslant 2$; h) $1 \leqslant x \leqslant 4$.

24. a) Ar priklauso intervalui $(-\infty; -6)$ skaičius:
-6? -4? -8? $-5{,}9$? $-6{,}1$? 6? 1?
b) Ar priklauso intervalui $[-6; +\infty)$ skaičius:
-6? $-6{,}1$? $-6{,}01$? $-5{,}9$? -4? 0? 6?

$-2 \in (-6; 1)$
$2 \notin (-6; 1)$
$\in$ — priklauso
$\notin$ — nepriklauso

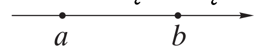
25. Surašykite visus *sveikuosius* skaičius, priklausančius duotajam intervalui.
a) $(-5; 2)$; b) $[-4; 3]$; c) $[0; 6)$; d) $(-5; 8]$;
e) $\left[0; 1\frac{1}{2}\right]$; f) $\left(-4\frac{2}{3}; 4\frac{2}{3}\right)$; g) $\left[-5; -4\frac{3}{5}\right)$; h) $\left(-1; 3\frac{1}{2}\right]$.

26. Raskite sumą visų *natūraliųjų* skaičių, priklausančių duotajam intervalui.
a) $(-\infty; 4)$; b) $(-\infty; 5]$; c) $\left(-\infty; 4\frac{5}{7}\right]$; d) $(-\infty; 3)$.

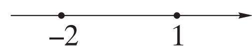
Intervalui $(-\infty; 4]$ priklauso šie natūralieji skaičiai:
1, 2, 3 ir 4.
Jų suma lygi $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

APIBENDRINAME

Didesnį skaičių atitinkantis skaičių tiesės taškas yra dešiniau už mažesnį skaičių atitinkantį tašką.



$a < b, \quad b > a$



$-2 < 1, \quad 1 > -2$

Kiekvienas neigiamasis skaičius yra mažesnis už kiekvieną teigiamąjį skaičių ir nulį.

$-2 < 1, \quad -2 < 0$

Kiekvienas teigiamasis skaičius yra didesnis už kiekvieną neigiamąjį skaičių ir nulį.

$1 > -2, \quad 1 > 0$

Iš dviejų neigiamųjų skaičių didesnis yra tas skaičius, kurio modulis mažesnis.

$-2 > -4, \quad |-2| < |-4|$

Iš dviejų teigiamųjų skaičių didesnis yra tas skaičius, kurio modulis didesnis.

$4 > 2, \quad |4| > |2|$

Nelygybių savybės.

- Prie teisingos nelygybės abiejų pusių pridedant (iš abiejų pusių atimant) po tą patį skaičių, gaunama teisinga nelygybė.
  Jei $a > b$, tai
  $a + c > b + c, \quad a - c > b - c.$

  $6 > 4 \,|\, +2, \qquad 6 > 4 \,|\, -2,$
  $6 + 2 > 4 + 2; \qquad 6 - 2 > 4 - 2$

- Teisingos nelygybės abi puses dauginant (dalijant) iš to paties ***teigiamojo*** skaičiaus, gaunama teisinga nelygybė.
  Jei $a > b$, o $c > 0$, tai
  $a \cdot c > b \cdot c, \quad a : c > b : c.$

  $6 > 4 \,|\, \cdot 2, \qquad 6 > 4 \,|\, : 2,$
  $6 \cdot 2 > 4 \cdot 2; \qquad 6 : 2 > 4 : 2$

- Teisingos nelygybės abi puses dauginant (dalijant) iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas *keičiamas priešingu*.
  Jei $a > b$, o $c < 0$, tai
  $a \cdot c < b \cdot c,$

  $6 > 4 \,|\, \cdot (-2),$
  $6 \cdot (-2) < 4 \cdot (-2);$

  $a : c < b : c.$

  $6 > 4 \,|\, : (-2),$
  $6 : (-2) < 4 : (-2)$

Nelygybė	Vaizduojame	Intervalas	Skaitome
$x > 5$	5	$(5; +\infty)$	Intervalas nuo 5 iki $+\infty$
$x \geqslant 5$	5	$[5; +\infty)$	Intervalas nuo 5 iki $+\infty$, įskaitant 5
$x < 5$	5	$(-\infty; 5)$	Intervalas nuo $-\infty$ iki 5
$x \leqslant 5$	5	$(-\infty; 5]$	Intervalas nuo $-\infty$ iki 5, įskaitant 5
$-2 < x < 1$	–2 1	$(-2; 1)$	Intervalas nuo -2 iki 1
$-2 \leqslant x < 1$	–2 1	$[-2; 1)$	Intervalas nuo -2 iki 1, įskaitant -2
$-2 < x \leqslant 1$	–2 1	$(-2; 1]$	Intervalas nuo -2 iki 1, įskaitant 1
$-2 \leqslant x \leqslant 1$	–2 1	$[-2; 1]$	Intervalas nuo -2 iki 1, įskaitant ir -2, ir 1
$-\infty < x < +\infty$		$(-\infty; +\infty)$	Intervalas nuo $-\infty$ iki $+\infty$

Teigiamas, neigiamas ar lygus nuliui?

Matematikos knygelėje Julius rado pavyzdį, kaip galima palyginti du skaičius, apskaičiuojant tų skaičių skirtumą.

SĄLYGA. Palyginkime skaičius ir parašykime ženklą >, < arba =.
a) 8 ir –3; b) –6 ir –1; c) 4 ir 4.

a) Skaičius *a* didesnis už skaičių *b*, jei skirtumas *a* – *b* yra teigiamas, t. y. jei *a* – *b* > 0, tai *a* > *b*. → 8 > –3, nes 8 – (–3) = 11, 11 > 0

b) Skaičius *a* mažesnis už skaičių *b*, jei skirtumas *a* – *b* yra neigiamas, t. y. jei *a* – *b* < 0, tai *a* < *b*. → –6 < –1, nes –6 – (–1) = –5, –5 < 0

c) Skaičius *a* lygus skaičiui *b*, jei skirtumas *a* – *b* lygus nuliui, t. y. jei *a* – *b* = 0, tai *a* = *b*. → 4 = 4, nes 4 – 4 = 0

1) Remdamiesi pavyzdžiais, nustatykite, koks ženklas (>, <, =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio: a) $25 \,\square\, -25$; b) $-2\frac{3}{5} \,\square\, -2\frac{1}{2}$; c) $-5{,}8 \,\square\, -5{,}8$.

2) Palyginkite skaičius m ir n ir parašykite ženklą >, < arba =, kai:
a) $m - n = -0{,}04$; b) $m - n = 0$; c) $m - n = 4{,}2$.

SPRENDŽIAME

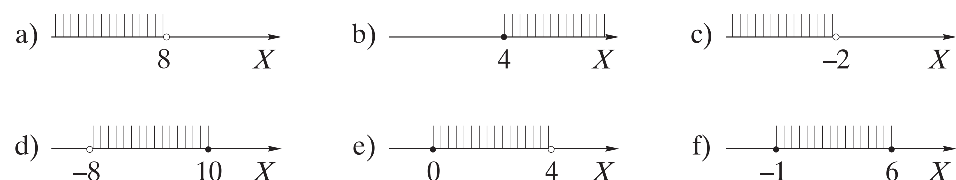
27. Palyginkite skaičius ir parašykite ženklą $>$, $<$ arba $=$.

a) -10 ir -11; b) -32 ir $-28\frac{1}{2}$; c) $-3{,}5$ ir $-3\frac{1}{2}$;

d) $-2{,}15$ ir $-2\frac{3}{8}$; e) $-5\frac{2}{5}$ ir $-5{,}04$; f) $-7,(3)$ ir $-7{,}3$;

g) $-8\frac{1}{9}$ ir $-8,(1)$; h) $-6{,}12$ ir $-6\frac{3}{25}$; i) $-9,(2)$ ir $-9{,}222...$

28. Užbrūkšniuotą skaičių tiesės dalį užrašykite nelygybe ir intervalu.



29. Pavaizduokite skaičių tiesėje duotąjį intervalą.

a) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; b) $[0; +\infty)$; c) $(-\infty; 0{,}2]$; d) $(-\infty; -4)$;

e) $[-5; -2]$; f) $[-0{,}1; 0{,}1)$; g) $\left(5; 5\frac{3}{5}\right]$; h) $(-\infty; +\infty)$.

30. Užrašykite intervalu nelygybę:

a) $x \leqslant 1$; b) $x > -8$; c) $x \geqslant 0$;

d) $0 \leqslant x < 3$; e) $4{,}5 < x \leqslant 5$; f) $-3\frac{1}{2} < x < 3{,}5$.

31. Skaičių tiesėje pavaizduokite skaičius, tenkinančius nelygybę:

a) $x > -3$; b) $x < -8$; c) $x \geqslant -5$;

d) $10 < x < 11$; e) $-2 < x \leqslant 1$; f) $-3\frac{1}{2} \leqslant x < 0{,}5$.

32. Užrašykite tris teigiamuosius ir tris neigiamuosius skaičius, priklausančius intervalui:

a) $(-\infty; 3]$; b) $[-1; +\infty)$; c) $(-\infty; 1)$; d) $(-2; +\infty)$;

e) $(-6; 5)$; f) $[-3; 3]$; g) $[-3; 3)$; h) $(-1; 1]$.

33. Surašykite visus sveikuosius teigiamuosius skaičius, priklausančius intervalui:

a) $(-\infty; 8)$; b) $(-\infty; 4]$; c) $\left(-\infty; 4\frac{7}{8}\right)$; d) $(-\infty; 8{,}5]$.

34. Užrašykite mažiausią sveikąjį skaičių, priklausantį intervalui:

a) $(4; +\infty)$; b) $[3; +\infty)$; c) $\left(1\frac{1}{5}; +\infty\right)$; d) $[0; +\infty)$.

35. a) Ar priklauso intervalui $(-6; 4{,}5)$ skaičius:
-6? -5? $4{,}5$? 4? 0? $-4{,}2$? $4,(5)$? $-6{,}1$? $-5{,}9$?

b) Ar priklauso intervalui $[-4{,}5; 6)$ skaičius:
$-4{,}5$? -5? -4? 0? $1{,}2$? 6? 7? $6,(1)$? $-4,(5)$?

36. Žinoma, kad $1 < x < 4$. Įvertinkite duotojo reiškinio reikšmę.

a) $x + 2$; b) $x - 3$; c) $x + 1{,}2$; d) $x - 6{,}7$; e) $x + \frac{1}{2}$; f) $x - 1\frac{1}{2}$.

Įvertinkime reiškinio $x - 8$ reikšmę, kai $-1 < x < 2$.

Įvertinti reiškinio reikšmę — reiškia nustatyti, tarp kurių skaičių yra to reiškinio reikšmės.

$-1 < x < 2 \;|\; -8$

$-1 - 8 < x - 8 < 2 - 8$

$-9 < x - 8 < -6$

Reiškinio $x - 8$ reikšmės, kai $-1 < x < 2$, yra didesnės už -9, bet mažesnės už -6.

37. Žinoma, kad $1 < y < 5$.
Įvertinkite reikšmę reiškinio:

a) $3y$; b) $-2y$;

c) $\frac{1}{2}y$; d) $-\frac{1}{3}y$;

e) $\frac{y}{3}$; f) $-\frac{y}{5}$.

Atsakymą parašykite dvigubaja nelygybe.

Įvertinkime reiškinio $-2x$ reikšmę, kai $-2 < x < 6$.

$-2 < x < 6 \;|\; \cdot(-2)$,

$-2\cdot(-2) > -2x > 6\cdot(-2)$,

$4 > -2x > -12$.

Parašome gautąją nelygybę įprastu būdu: $-12 < -2x < 4$.

38. Kvadrato kraštinės ilgis yra a cm. Įvertinkite jo perimetrą, kai:

a) $2 < a < 3$; b) $4{,}2 \leqslant a \leqslant 4{,}3$; c) $5\frac{1}{2} < a \leqslant 5\frac{7}{8}$.

Atsakymą parašykite intervalu ir pavaizduokite skaičių tiesėje.

39. Kvadrato perimetras lygus P cm. Įvertinkite kvadrato kraštinės ilgį, kai:

a) $20 < P < 24$; b) $12{,}8 \leqslant P < 13$; c) $4\frac{4}{5} < P \leqslant 5\frac{1}{3}$.

40. Duotoji nelygybė yra teisinga. Koks yra skaičius c — teigiamas ar neigiamas?

a) $3c > 7c$; b) $8c < 12c$; c) $-2c < 9c$;

d) $-17c > -c$; e) $-c < -7$; f) $-c > 8$.

41. Žinoma, kad $x > y$. Palyginkite duotuosius reiškinius ir parašykite ženklą $>$ arba $<$.

a) $4{,}5x$ ir $4{,}5y$; b) $-2x$ ir $-2y$;

c) $\frac{2}{5}x$ ir $\frac{2}{5}y$; d) $4x + 12$ ir $4y + 12$;

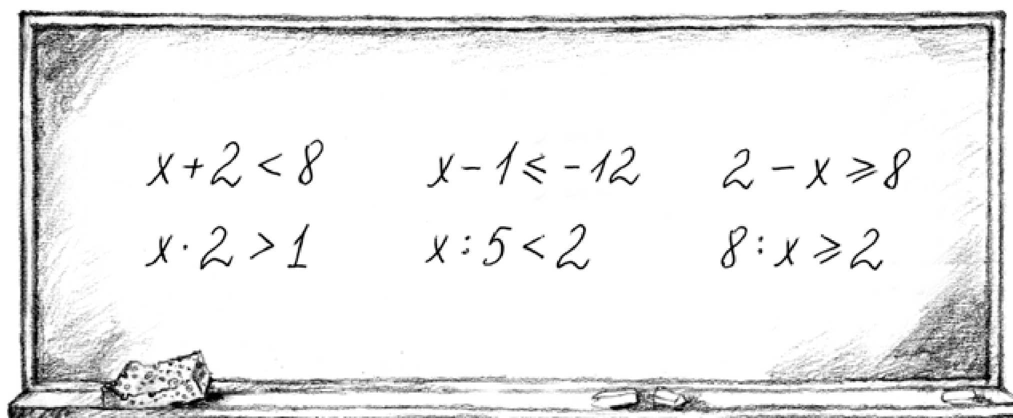
e) $0{,}01x - 0{,}4$ ir $0{,}01y - 0{,}4$; f) $1 - x$ ir $1 - y$.



42. 1) Palyginkite reiškinių $3a(a + 6)$ ir $(3a + 6)(a + 4)$ reikšmes, kai:
$a = -5$; $a = 0$; $a = 40$.

2) Įsitikinkite, kad su bet kuria a reikšme reiškinio $3a(a + 6)$ reikšmė mažesnė už reiškinio $(3a + 6)(a + 4)$ reikšmę.

NELYGYBĖS SPRENDINYS



Užduotis.

1) Perskaitykite kiekvieną lentoje užrašytą nelygybę.



Nelygybė: $3 - x < 4$
Skaitome: trys minus iks mažiau už keturis

2) Kiekvienai lentoje užrašytai nelygybei nurodykite bent vieną x reikšmę, su kuria ta nelygybė būtų teisinga.



Kai $x = 1$, tai nelygybė $3 - x < 4$ yra teisinga:
$3 - 1 < 4$.

3) Vietoj x rašydami skaičių 4, nustatykite, ar jis yra kiekvienos lentoje užrašytos nelygybės sprendinys.

Nelygybės *sprendiniu* vadinama nežinomojo reikšmė, kuri paverčia nelygybę teisinga skaitine nelygybe.

Skaičius -2 *nėra* nelygybės $3 - x < 4$ sprendinys, nes
$3 - (-2) \overset{?}{<} 4$,
$5 < 4$ — nelygybė *neteisinga*.

Skaičius 2 *yra* nelygybės $3 - x < 4$ sprendinys, nes
$3 - 2 \overset{?}{<} 4$,
$1 < 4$ — nelygybė *teisinga*.

4) Sugalvokite ir užrašykite nelygybę, kurios sprendiniai būtų visi trys skaičiai.
a) 4; 0; -7; b) 7; 12; 13,5; c) $-2\frac{1}{2}$; 0; 7,5.

43. Įsitikinkite, kad skaičius -3 *yra* duotosios nelygybės sprendinys.
a) $x - 3 < -2$; b) $x + 2 < 3$; c) $1 - x > -1$;
d) $\frac{1}{3}x - 3 < 3$; e) $\frac{1}{3}x + 3 \leqslant 3$; f) $3 - \frac{1}{3}x > -3$;
g) $4{,}2 - x > 4{,}2$; h) $7{,}3 + x \geqslant -1$; i) $2{,}6 - x > 0{,}4$.

44. Įsitikinkite, kad skaičius -3 *nėra* duotosios nelygybės sprendinys.
a) $x - 2 > 1$; b) $x + 5 > 2$; c) $1 - x \leqslant -2$;
d) $2x - 3 > 1$; e) $3 - 4x \leqslant -1$; f) $2x + 7 < -1$;
g) $\frac{1}{3}x + 3 \geqslant 3$; h) $2 - \frac{1}{3}x < -2$; i) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6} \geqslant \frac{1}{6}$.

45. Kurie iš skaičių -2; -1; 0; 1; 2 yra duotosios nelygybės sprendiniai?
a) $\frac{1}{2}x - 4 < 0{,}5$; b) $4 - 2x < \frac{1}{2}$; c) $3x + \frac{2}{3} \geqslant -\frac{2}{3}$;
d) $-0{,}2x + 5 \leqslant 5$; e) $2x + 4{,}5 > -0{,}5$; f) $2{,}5x - 2 > 0{,}5$;
g) $4\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} > 0{,}5$; h) $1\frac{1}{2}x - 0{,}5 \leqslant -0{,}5$; i) $-7{,}5 + 2{,}8x < -0{,}5$.

46. 1) Sakinį užrašykite nelygybe.
a) Reiškinio $5 - 3x$ reikšmės mažesnės už 8.
b) Reiškinio $21 - 3x$ reikšmės yra neigiamos.
c) Reiškinio $2x - 1$ reikšmės yra mažesnės už reiškinio $-1 - 1{,}2x$ reikšmes.
d) Reiškinio $1{,}5x - 11$ reikšmės yra didesnės už reiškinio $0{,}5x + 2$ reikšmes.

2) Kurie iš skaičių -2; -1; 0; 2 ir 8 yra jūsų užrašytos nelygybės sprendiniai?

47. Sugalvokite ir užrašykite po dvi nelygybes, kurių sprendiniai būtų skaičiai:
a) 0; $\frac{1}{2}$; 15,3; b) -12; $-1\frac{1}{2}$; 0; c) 7; 8,2; $19\frac{1}{3}$.

48. 1) Ar skaičius 3,99 yra nelygybės $x < 4$ sprendinys?
2) Nurodykite kurį nors skaičių, didesnį už 3,99, tenkinantį šią nelygybę.

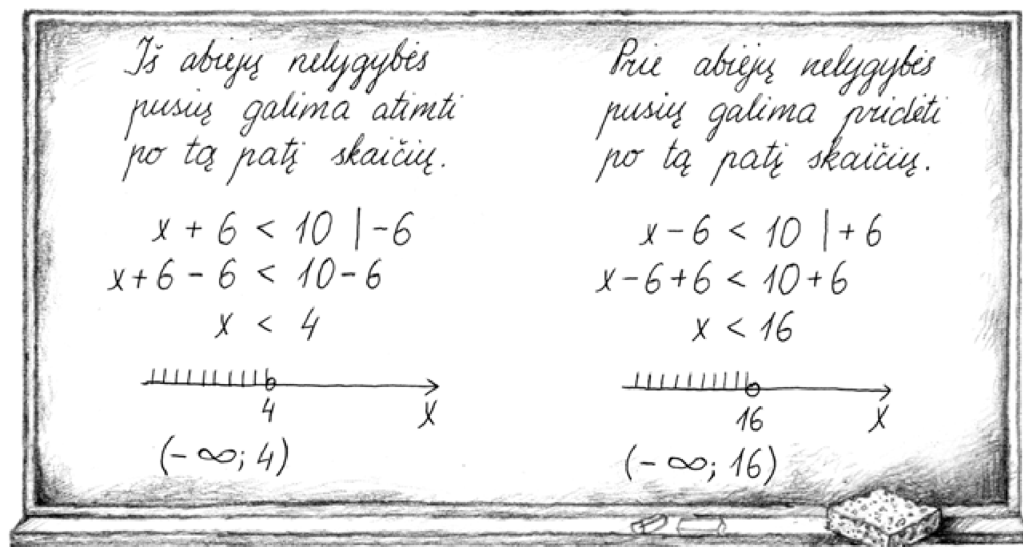
49. 1) Ar skaičius 4,01 yra nelygybės $x > 4$ sprendinys?
2) Nurodykite kurį nors skaičių, mažesnį už 4,01, tenkinantį šią nelygybę.

50. 1) Nurodykite tris y reikšmes, kurios būtų nelygybės $5y + 1 \geqslant 11$ sprendiniai.
2) Užrašykite tas reikšmes didėjimo tvarka.

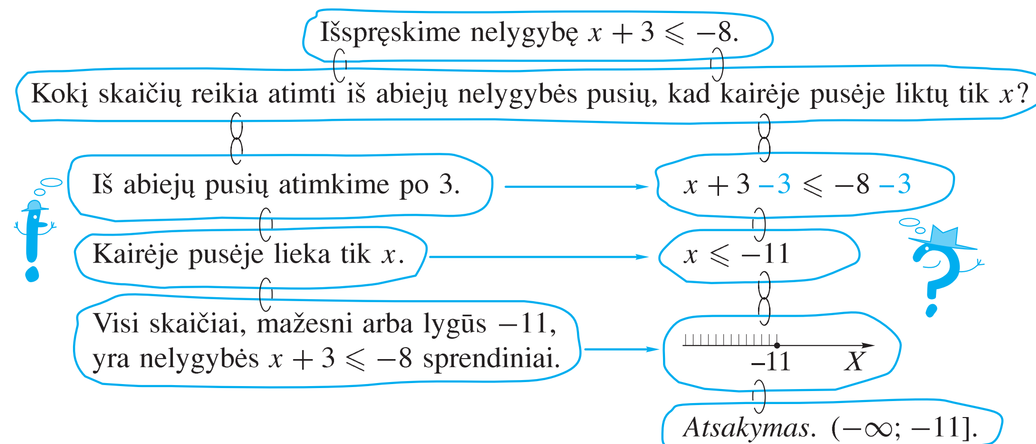
51. 1) Nurodykite tris z reikšmes, kurios būtų nelygybės $3z - 2 \leqslant 6$ sprendiniai.
2) Užrašykite tas reikšmes mažėjimo tvarka.

NELYGYBĖS $x \pm a \gtreqless b$

Ženkliukas $\gtreqless$ reiškia, kad vietoj jo gali būti bet kuris iš ženklų $>$, $<$, $\geqslant$, $\leqslant$.
Ženkliukas $\pm$ reiškia, kad vietoj jo gali būti bet kuris iš ženklų $+$, $-$.

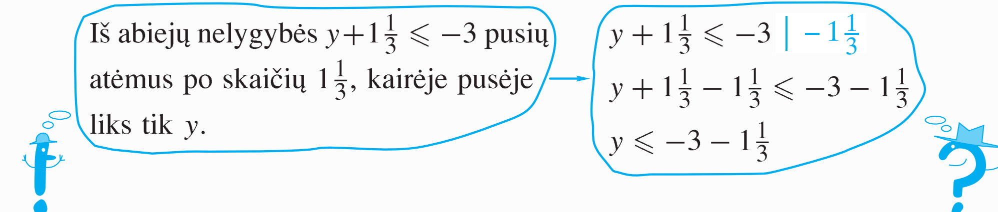


1 užduotis. Išspręskite nelygybę, iš abiejų jos pusių *atimdami* po tą patį skaičių. Sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $x+5<20$; b) $x+7>10$; c) $x+2\geqslant 0$; d) $x+1\leqslant -2$.

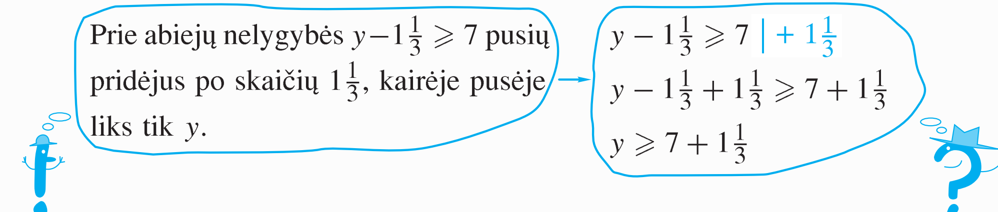


2 užduotis. Išspręskite nelygybę, prie abiejų jos pusių *pridėdami* po tą patį skaičių. Sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu. a) $x-2>4$; b) $x-1<-3$; c) $x-4\geqslant 1$; d) $x-5\leqslant -2$.

52. Kokį skaičių reikėtų atimti iš abiejų pusių, sprendžiant nelygybę:
a) $x+3<14$? b) $x+3\leqslant -14$? c) $y+\frac{3}{4}>0$? d) $y+1{,}5\geqslant 1$?



53. Kokį skaičių reikėtų pridėti prie abiejų pusių, sprendžiant nelygybę:
a) $x-3>4$? b) $x-3\geqslant -4$? c) $y-\frac{1}{2}<0$? d) $y-1{,}4\leqslant 1$?



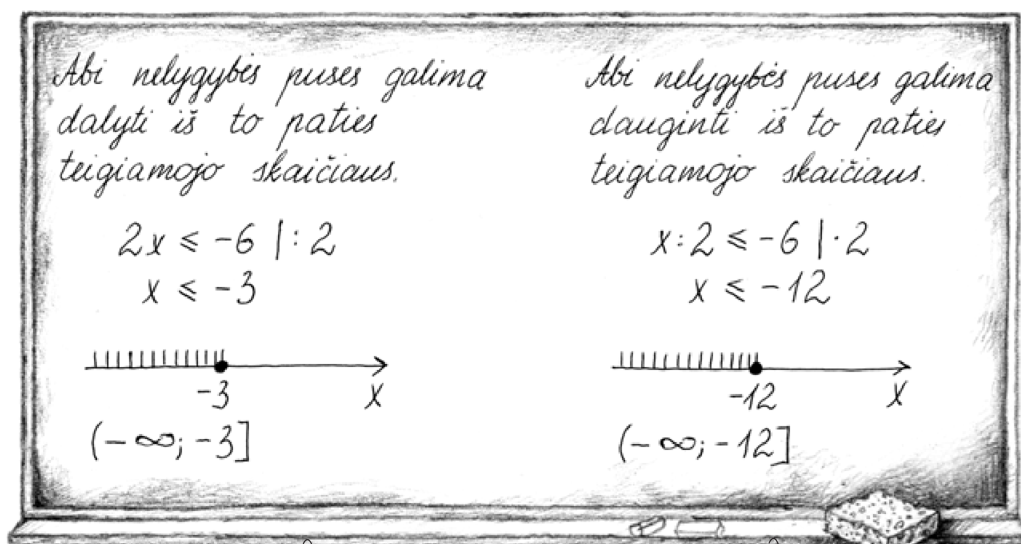
54. Išspręskite nelygybę, iš abiejų jos pusių *atimdami* po tą patį skaičių. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $x+7<10$; b) $y+7>-10$; c) $z+1\leqslant -2$;
d) $x+\frac{3}{4}\geqslant -7$; e) $y+4\frac{1}{2}<-12\frac{1}{2}$; f) $z+\frac{1}{2}\geqslant -\frac{1}{2}$;
g) $x+4{,}1<0{,}1$; h) $y+3{,}4\geqslant -0{,}4$; i) $z+2\frac{1}{4}>\frac{1}{4}$.

55. Išspręskite nelygybę, prie abiejų jos pusių *pridėdami* po tą patį skaičių. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $x-12<0$; b) $y-4\geqslant 4$; c) $z-7\leqslant -8$;
d) $x-\frac{1}{2}<4$; e) $y-1\frac{3}{5}>1\frac{1}{5}$; f) $z-8\frac{3}{7}\geqslant -8\frac{5}{7}$;
g) $x-4{,}2\geqslant 8$; h) $y-5{,}1<-6{,}9$; i) $z-14{,}02<-0{,}02$.



56. Išspręskite nelygybę.
a) $x+4\leqslant 5$; b) $x-12<-5$; c) $4+x\geqslant -7$;
d) $y-7\frac{1}{2}>-7$; e) $y+\frac{1}{2}\leqslant -1\frac{1}{2}$; f) $3\frac{1}{5}+y>-\frac{2}{5}$;
g) $z-4{,}5\leqslant -0{,}2$; h) $z+4{,}1\geqslant -0{,}9$; i) $3{,}5+z<-3{,}5$.

NELYGYBĖS $ax \geqslant b$, $x : a \geqslant b$, KAI $a > 0$



Abi nelygybės puses daugindant (dalijant) iš to paties **teigiamojo** skaičiaus, nelygybės ženklas ***nesikeičia***.

1 užduotis. Išspręskite nelygybę, abi jos puses dalydami iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.
a) $2x < 4$; b) $2x \geqslant -4$; c) $5x \leqslant 20$; d) $3x > -12$.

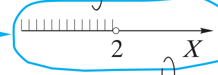
Išspręskime nelygybę $5x < 10$.

Iš kokio skaičiaus reikia padalyti abi nelygybės puses, kad kairėje pusėje liktų tik x?

Abi nelygybės puses padalykime iš 5. → $5x < 10 \mid : 5$

Abi nelygybės puses dalijant iš ***teigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***nesikeičia***. → $x < 2$

Visi skaičiai, mažesni už 2, yra nelygybės $5x < 10$ sprendiniai. →



Atsakymas. $(-\infty; 2)$.

2 užduotis. Išspręskite nelygybę, abi jos puses daugindami iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.
a) $x : 2 > 6$; b) $x : 3 \leqslant -6$; c) $x : 2 \geqslant 1$; d) $x : 4 < -8$.

57. Išspręskite nelygybę, abi jos puses *dalydami* iš to paties *teigiamojo* skaičiaus. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $2x < 14$; b) $6x > 24$; c) $8x \geqslant -16$;
d) $10y < 22$; e) $7y > -28{,}7$; f) $5y \leqslant -125{,}5$;
g) $2z > \frac{1}{2}$; h) $3z < \frac{4}{3}$; i) $5z \geqslant -\frac{10}{7}$.

58. Išspręskite nelygybę, abi jos puses *daugindami* iš to paties *teigiamojo* skaičiaus. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $x : 3 < 12$; b) $x : 2 \geqslant 4$; c) $x : 5 < 5$; d) $x : 6 \geqslant 2$;
e) $y : 5 > -5$; f) $y : 2 \leqslant -2$; g) $y : 4 > -2$; h) $y : 8 \leqslant -1$;
i) $z : 2 \leqslant \frac{1}{2}$; j) $z : 3 \geqslant -\frac{2}{3}$; k) $z : 7 < \frac{2}{49}$; l) $z : 9 > -\frac{1}{90}$.

59. Išspręskite nelygybę dviem būdais.
a) $\frac{1}{3}y < -6$; b) $\frac{1}{4}y \geqslant 8$;
c) $y \cdot \frac{5}{6} > 5$; d) $y \cdot \frac{5}{7} \leqslant -5$;
e) $\frac{3}{4}y \geqslant -1$; f) $\frac{2}{9}y < 9$;
g) $y \cdot \frac{2}{7} < -7$; h) $y \cdot \frac{2}{5} \geqslant 5$.

I būdas
$\frac{3}{5}x < 5 \mid : \frac{3}{5}$
$x < 5 : \frac{3}{5}$
$x < 5 \cdot \frac{5}{3}$
$x < \frac{25}{3}$

II būdas
$\frac{3}{5}x < 5 \mid \cdot \frac{5}{3}$
$x < 5 \cdot \frac{5}{3}$
$x < \frac{25}{3}$

60. Išspręskite nelygybę.
a) $\frac{x}{5} < 20$; b) $\frac{x}{10} > -2$; c) $\frac{x}{7} < -5$;
d) $\frac{y}{4} \geqslant -2{,}2$; e) $\frac{y}{3} \leqslant 4{,}3$; f) $\frac{y}{3} \geqslant -5{,}7$.

$\frac{x}{2} = x : 2 = \frac{1}{2}x$

61. Išspręskite nelygybę.
a) $15 < 3x$; b) $-14 > 2x$; c) $-25 \leqslant 2y$; d) $15 \geqslant 4y$.

Išspręskime nelygybę $8 \leqslant 3x$.

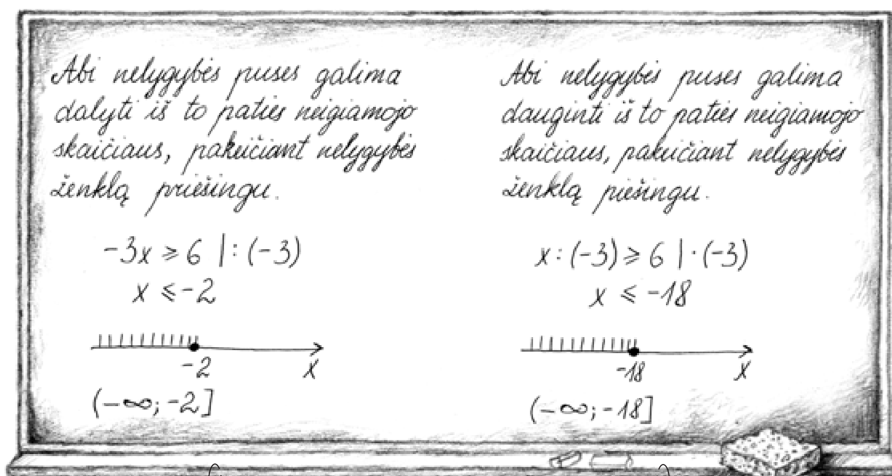
Aš sprendžiau taip:
$8 \leqslant 3x \mid : 3$
$\frac{8}{3} \leqslant x$ (skaičių tiesė: $2\frac{2}{3}$, X)
$[2\frac{2}{3}; +\infty)$

Jei $a < b$, tai $b > a$

O aš nelygybę „apsukau“:
$3x \geqslant 8 \mid : 3$
$x \geqslant \frac{8}{3}$ (skaičių tiesė: $2\frac{2}{3}$, X)
$[2\frac{2}{3}; +\infty)$

19 **62.** Išspręskite nelygybę.
a) $x : 0{,}2 < 1$; b) $x \cdot 0{,}4 \geqslant 2$; c) $x : 0{,}5 \leqslant -5$;
d) $0{,}4 \cdot y > -1$; e) $y : 1{,}2 < -2$; f) $y \cdot 2{,}4 \geqslant 7{,}2$.

NELYGYBĖS $ax \geqslant b$, $x : a \geqslant b$, KAI $a < 0$



Abi nelygybės puses dauginant (dalijant) iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***keičiasi*** priešingu.

1 užduotis. Išspręskite nelygybę, abi jos puses dalydami iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.
a) $-2x < 4$; b) $-2x \geqslant -4$; c) $-5x \leqslant 20$; d) $-3x > -12$.

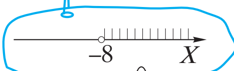
Išspręskime nelygybę $-2x < 16$.

Iš kokio skaičiaus reikia padalyti abi nelygybės puses, kad kairėje pusėje liktų tik x?

Abi nelygybės puses padalykime iš -2. → $-2x < 16 \mid : (-2)$

Abi nelygybės puses dalijant iš ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***keičiasi*** priešingu:
$> \to <$, $< \to >$, $\geqslant \to \leqslant$, $\leqslant \to \geqslant$ → $x > -8$

Visi skaičiai, didesni už -8, yra nelygybės $-2x < 16$ sprendiniai. →



Atsakymas. $(-8; +\infty)$.

2 užduotis. Išspręskite nelygybę, abi jos puses daugindami iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.
a) $x : (-2) > 6$; b) $x : (-3) \leqslant -6$; c) $x : (-2) \geqslant 1$; d) $x : (-4) < -8$.

63. Išspręskite nelygybę, abi jos puses *dalydami* iš to paties *neigiamojo* skaičiaus. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $-2x < 14$; b) $-3x \geqslant 24$; c) $-6x \leqslant -6$; d) $-8x > -16$;
e) $-5y < \frac{1}{10}$; f) $-3y \leqslant \frac{1}{9}$; g) $-10y > -\frac{1}{5}$; h) $-7y \leqslant -\frac{1}{2}$.

64. Išspręskite nelygybę, abi jos puses *daugindami* iš to paties *neigiamojo* skaičiaus. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $y : (-3) < 12$; b) $y : (-2) \geqslant -4$; c) $y : (-5) < 5$;
d) $y : (-6) \geqslant \frac{1}{6}$; e) $y : (-4) \leqslant -\frac{1}{2}$; f) $y : (-2) > -\frac{2}{5}$;
g) $y : (-3) \leqslant 0{,}4$; h) $y : (-4) > 1{,}2$; i) $y : (-6) \geqslant -0{,}2$.

65. Išspręskite nelygybę dviem būdais.
a) $-\frac{1}{5}x < 10$; b) $y \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \geqslant 8$;
c) $-\frac{5}{7}x > 5$; d) $y \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \leqslant -3$;
e) $-\frac{3}{5}x \geqslant -1$; f) $y \cdot \left(-\frac{7}{11}\right) < 1$;
g) $-\frac{2}{3}x < -3$; h) $y \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \geqslant 5$.

I būdas
$-\frac{3}{8}x < 9 \mid : \left(-\frac{3}{8}\right)$
$x > 9 : \left(-\frac{3}{8}\right)$
$x > 9 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)$
$x > -24$

II būdas
$-\frac{3}{8}x < 9 \mid \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)$
$x > 9 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)$
$x > -24$

66. Išspręskite nelygybę.
a) $\frac{x}{-5} < 20$; b) $\frac{y}{-8} > -2$; c) $\frac{z}{-12} < -3$;
d) $\frac{x}{-4} \geqslant -2{,}2$; e) $\frac{y}{-6} \leqslant 0{,}5$; f) $\frac{z}{-3} \geqslant 0{,}2$.

$\frac{a}{-2} = a : (-2) = -\frac{1}{2}a$

67. Išspręskite nelygybę.
a) $12 < -3x$; b) $-15 > -x$; c) $25 \leqslant -5x$; d) $16 \geqslant -2x$.

Išspręskime nelygybę $7 \geqslant -2x$.

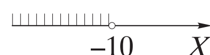
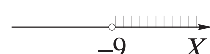
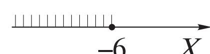
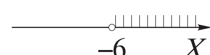
Aš sprendžiau taip:
$7 \geqslant -2x \mid : (-2)$
$-3{,}5 \leqslant x$ ($-3{,}5$ X)
$[-3{,}5; +\infty)$

Jei $a > b$, tai $b < a$

O aš nelygybę „apsukau“:
$-2x \leqslant 7 \mid : (-2)$
$x \geqslant -3{,}5$ ($-3{,}5$ X)
$[-3{,}5; +\infty)$

20 **68.** Išspręskite nelygybę.
a) $x : (-0{,}5) < 2$; b) $x \cdot (-1{,}1) \geqslant 66$; c) $x : (-0{,}2) \leqslant -1$;
d) $-0{,}4 \cdot y > -2$; e) $y : (-1{,}2) < -5$; f) $y \cdot (-5{,}5) \geqslant 55$.

APIBENDRINAME

Nelygybės *sprendiniu* vadinama nežinomojo reikšmė, kuri paverčia nelygybę teisinga skaitine nelygybe.	Skaičius 12 *yra* nelygybės $7 - x < 2$ sprendinys, nes $7 - 12 = -5$, $-5 < 2$ yra teisinga nelygybė. Skaičius -1 *nėra* nelygybės $7 - x < 2$ sprendinys, nes $7 - (-1) = 8$, $8 < 2$ yra neteisinga nelygybė.
Iš abiejų nelygybės pusių galima atimti po tą patį skaičių.	$x + 8 < -2 \mid -8$, $x < -2 - 8$, $x < -10$, $x \in (-\infty; -10)$ 
Prie abiejų nelygybės pusių galima pridėti po tą patį skaičių.	$x - 8 \geqslant -2 \mid +8$, $x \geqslant -2 + 8$, $x \geqslant 6$, $x \in [6; +\infty)$ 
Abi nelygybės puses dalijant iš to paties *teigiamojo* skaičiaus, nelygybės ženklas *nesikeičia*.	$3x > -27 \mid :3$, $x > -9$, $x \in (-9; +\infty)$ 
Abi nelygybės puses dauginant iš to paties *teigiamojo* skaičiaus, nelygybės ženklas *nesikeičia*.	$x : 3 \leqslant -2 \mid \cdot 3$, $x \leqslant -6$, $x \in (-\infty; -6]$ 
Abi nelygybės puses dalijant iš to paties *neigiamojo* skaičiaus, nelygybės ženklas *keičiasi* priešingu: $> \to <$, $< \to >$, $\geqslant \to \leqslant$, $\leqslant \to \geqslant$.	$-2x < 12 \mid :(-2)$, $x > -6$, $x \in (-6; +\infty)$ 
Abi nelygybės puses dauginant iš to paties *neigiamojo* skaičiaus, nelygybės ženklas *keičiasi* priešingu: $> \to <$, $< \to >$, $\geqslant \to \leqslant$, $\leqslant \to \geqslant$.	$x : (-2) \geqslant 4 \mid \cdot(-2)$, $x \leqslant -8$, $x \in (-\infty; -8]$ 

Didžiausias ir mažiausias

1) Apskaičiuokite reiškinių **A**, **B**, **C**, **D** ir **E** reikšmes.

A $\frac{1}{2}x^2 + 2x$, kai x — didžiausias sveikasis nelygybės $2x < -1$ sprendinys

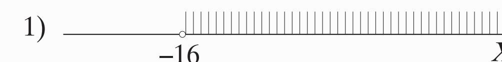
B $2x - \frac{1}{4}x^2$, kai x — mažiausias sveikasis skaičius, tenkinantis nelygybę $-3x \leqslant -10$

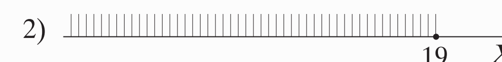
C $-4\left(3 - \frac{1}{3}x\right)$, kai x — didžiausias sveikasis nelygybės $x - 1 < -3\frac{1}{2}$ sprendinys

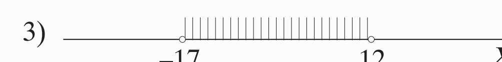
D $\frac{1}{6}x^2 - x$, kai x — mažiausias sveikasis skaičius, tenkinantis nelygybę $x : 2{,}1 \geqslant -3$

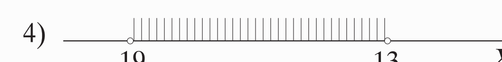
E $\left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2$, kai x — mažiausias sveikasis nelygybės $x : (-2) < -\frac{1}{2}$ sprendinys.

2) Iš skaičių tiesėje pavaizduotų intervalų (1–6) išrinkite tuos, į kuriuos patenka *visų* reiškinių (**A**, **B**, **C**, **D** ir **E**) reikšmės.

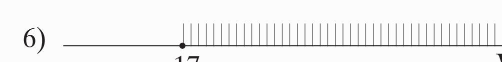
1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

3) Sugalvokite ir užrašykite nelygybes, kurių sprendiniai būtų reiškinių **A**, **B**, **C**, **D** ir **E** reikšmės.

SPRENDŽIAME

69. Nespręsdami nelygybės, nustatykite, ar skaičius −2 *yra* duotosios nelygybės sprendinys.

a) $x - 2 < 4$; b) $x - 3 \geqslant 4$; c) $2 - x < 5$;
d) $x + 0{,}2 \geqslant -4$; e) $7{,}2 - x < 0{,}8$; f) $3 - x \leqslant 7{,}5$;
g) $\frac{1}{2}x + 4 > 2$; h) $2 - \frac{1}{2}x < 19$; i) $\frac{1}{5}x - 10 < -10$.

70. Išspręskite nelygybę, iš abiejų jos pusių atimdami po tą patį skaičių. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $x + 12 < -2$; b) $x + 12 \geqslant -2$; c) $x + 12 < 12$;
d) $y + 7\frac{2}{3} \geqslant -7\frac{2}{3}$; e) $y + 7\frac{2}{3} \leqslant -7\frac{2}{3}$; f) $y + 7\frac{2}{3} > 7\frac{2}{3}$;
g) $z + 5{,}2 \leqslant 5{,}2$; h) $z + 5{,}2 > -5{,}2$; i) $z + 5{,}2 \leqslant -5{,}2$.

71. Išspręskite nelygybę, prie abiejų jos pusių pridėdami po tą patį skaičių. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $x - 14 > -2$; b) $x - 14 < -2$; c) $x - 14 \leqslant -14$;
d) $y - 4{,}8 \leqslant 0{,}2$; e) $y - 4{,}8 \geqslant -0{,}2$; f) $y - 4{,}8 < -4{,}8$;
g) $z - 1\frac{1}{2} > 4\frac{1}{2}$; h) $z - 1\frac{1}{2} > -1\frac{1}{2}$; i) $z - 1\frac{1}{2} \geqslant -\frac{1}{2}$.

72. Su kuriomis x reikšmėmis:

a) dvinaris $x - 1{,}2$ įgyja teigiamas reikšmes?
b) dvinaris $x + 1{,}3$ įgyja neigiamas reikšmes?
c) reiškinio $x - 4\frac{1}{3}$ reikšmės yra ne didesnės už $8\frac{2}{3}$?
d) reiškinio $x + 5\frac{1}{3}$ reikšmės yra ne mažesnės už $\frac{1}{3}$?

73. Išspręskite nelygybę. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $2x < \frac{1}{2}$; b) $3y > 1\frac{1}{9}$; c) $5z \leqslant -\frac{5}{4}$;
d) $\frac{1}{3}x \geqslant \frac{9}{2}$; e) $\frac{2}{5}y \leqslant \frac{25}{4}$; f) $\frac{7}{2}z > -7$;
g) $2\frac{1}{2}x \leqslant -5$; h) $0{,}4y \geqslant -25$; i) $3{,}2z \leqslant -64$.

74. Išspręskite nelygybę.

a) $x : 3 < -4$; b) $y : 2 < \frac{1}{2}$; c) $z : 4 \geqslant 3{,}5$;
d) $\frac{x}{5} \leqslant 12$; e) $\frac{y}{3} \geqslant 2{,}1$; f) $\frac{z}{5} \leqslant -1{,}2$;
g) $\frac{x}{10} \geqslant -\frac{1}{2}$; h) $\frac{y}{5} < -1{,}2$; i) $\frac{z}{2} > -0{,}4$.

75. a) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinys $\frac{1}{2}x$ įgyja teigiamas reikšmes?
b) Su kuriomis y reikšmėmis reiškinys $\frac{y}{8}$ įgyja neigiamas reikšmes?
c) Su kuriomis a reikšmėmis reiškinys $a : 0{,}2$ yra neneigiamas?
d) Su kuriomis m reikšmėmis reiškinys $m : 1\frac{1}{2}$ yra neteigiamas?

76. Išspręskite nelygybę.

a) $-3x < 7$; b) $-2x \geqslant 15$; c) $-5x < -7$;
d) $-\frac{1}{2}x \leqslant \frac{2}{5}$; e) $-\frac{2}{3}x < -\frac{7}{3}$; f) $-\frac{4}{5}x \geqslant -1\frac{1}{5}$;
g) $-0{,}2x > -1{,}2$; h) $-0{,}6x > -60$; i) $-7{,}2x \leqslant 36$.

77. Išspręskite nelygybę, o sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $y : (-4) < -1$; b) $y : (-5) > -1$; c) $y : (-5) < \frac{1}{5}$;
d) $y : (-0{,}2) \geqslant 1$; e) $y : (-1{,}2) \leqslant 1{,}2$; f) $y : (-4{,}2) < 0$;
g) $y : (-1{,}2) < \frac{1}{3}$; h) $y : (-0{,}2) \geqslant \frac{1}{2}$; i) $y : (-3{,}1) > -\frac{1}{2}$.

78. Išspręskite nelygybę, o sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $12 \leqslant 2x$; b) $-14 \geqslant 4x$; c) $-27 < 2x$;
d) $12 < -3z$; e) $-8 \geqslant -4z$; f) $-10 < -2z$;
g) $0{,}6 > 3x$; h) $3{,}5 < 5x$; i) $-4{,}2 \geqslant 0{,}2x$;
j) $0{,}4 \geqslant -0{,}2z$; k) $-4{,}4 > -0{,}4z$; l) $-6{,}5 \leqslant -0{,}2z$;
m) $4\frac{1}{2} \geqslant \frac{1}{2}x$; n) $-3{,}2 < \frac{2}{3}x$; o) $-0{,}2 \geqslant \frac{4}{5}x$;
p) $1\frac{1}{2} < -\frac{1}{2}z$; r) $\frac{2}{5} < -\frac{2}{3}z$; s) $-4\frac{1}{2} \geqslant -\frac{2}{3}z$.

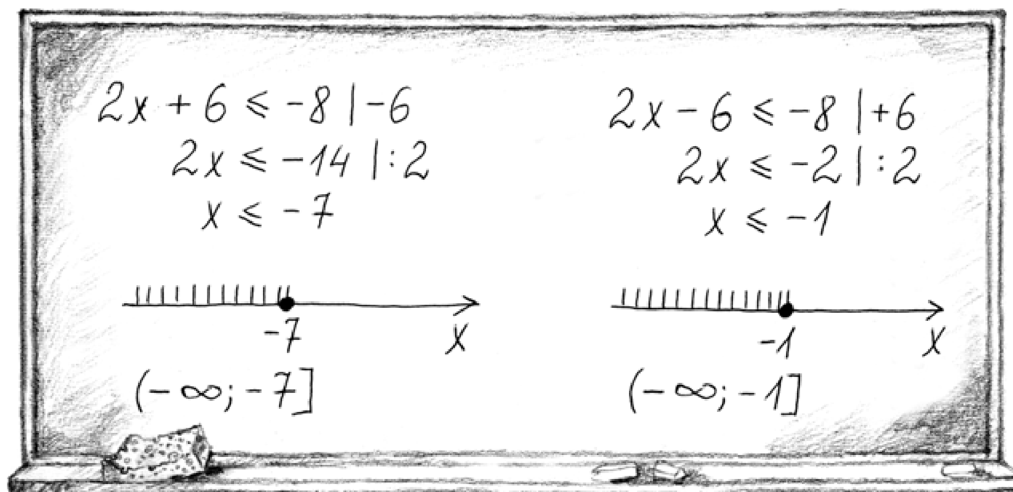
79. a) Raskite *mažiausią* sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $-\frac{1}{3}x < 3$.
b) Raskite *didžiausią* sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $-\frac{2}{3}y \geqslant 9$.
c) Raskite *didžiausią* sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $1\frac{1}{2}y \leqslant -5$.
d) Raskite *mažiausią* sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $-4\frac{2}{3}z \leqslant -\frac{1}{3}$.



80. Duota nelygybė $\frac{y}{-2} \geqslant -4\frac{3}{5}$. Raskite:

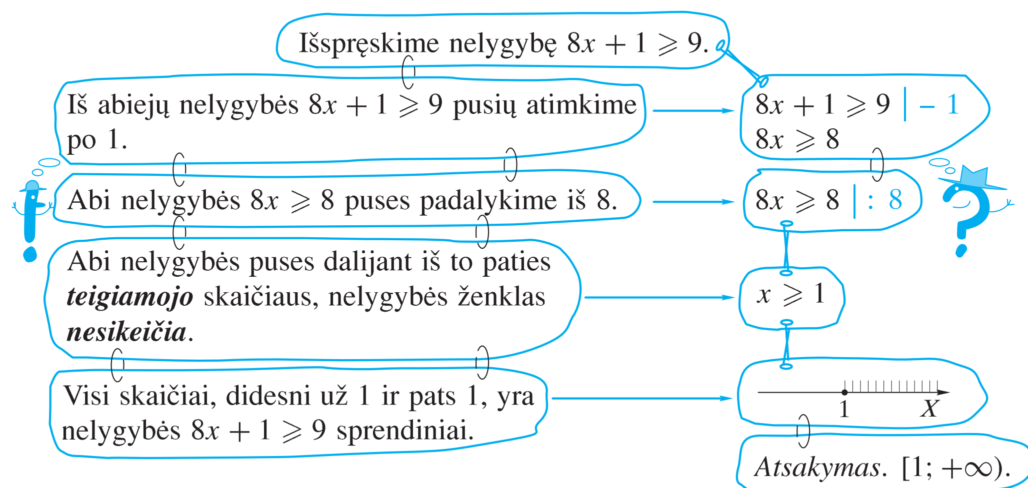
a) didžiausią teigiamąjį skaičių, tenkinantį nelygybę;
b) didžiausią neigiamąjį sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę;
c) sveikųjų teigiamųjų skaičių, tenkinančių nelygybę, aritmetinį vidurkį;
d) mažiausią natūralųjį skaičių, tenkinantį nelygybę.

NELYGYBĖS $ax \pm b \gtrless c$, KAI $a > 0$



1 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padaliję iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.

a) $3x + 6 > 12$; b) $3x + 4 \geqslant 7$; c) $x \cdot 3 + 1 < -5$; d) $x \cdot 3 + 8 \leqslant -4$.



2 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padaliję iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.

a) $3x - 1 < 2$; b) $3x - 2 > 7$; c) $3x - 4 \leqslant -7$; d) $3x - 7 \geqslant -13$.

81. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $12x + 1 < 37$; b) $12x + 1 > -35$; c) $12x + 1 \geqslant 1$;
d) $4y + 2 < 6$; e) $7y + 3 \geqslant -4$; f) $5y + 12 < -3$;
g) $4 + 3z \leqslant -5$; h) $2 + 5z \geqslant -8$; i) $12 + 3z > -3$.

82. Išspręskite nelygybę.

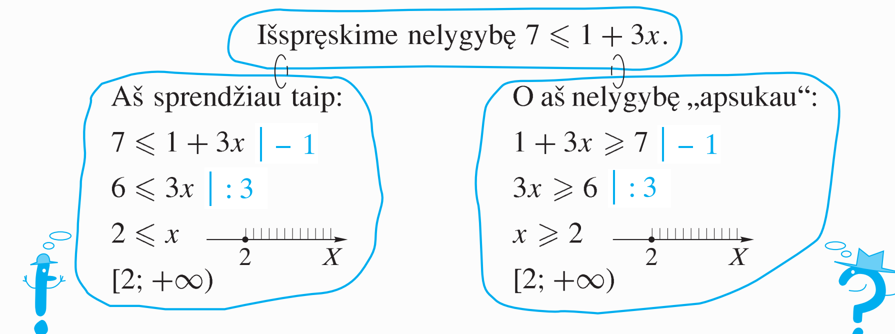
a) $2x - 5 \geqslant 1$; b) $2x - 1 \leqslant 5$; c) $2x - 5 > -1$;
d) $7y - 2 < -9$; e) $12y - 8 > 4$; f) $8y - 1 > -17$;
g) $-4 + 3z < -7$; h) $-5 + 2z > -9$; i) $-2 + 8z \leqslant 6$.

21 **83.** Raskite nelygybės sprendinius.

a) $1{,}2y + 6 < 0$; b) $0{,}5y + 6 \leqslant -39$; c) $2{,}5y + 5 > 30$;
d) $0{,}4y - 28 \geqslant 0$; e) $2{,}1y - 1 > -1$; f) $3{,}5y - 5 \leqslant -40$;
g) $\frac{1}{5}y - 4 < 4$; h) $\frac{1}{3}y + 15 \geqslant 3$; i) $\frac{1}{7}y - 20 > -29$.

84. Raskite nelygybės sprendinius jums patogiu būdu.

a) $7 < 4x + 3$; b) $-5 > 1 + 3x$; c) $14 \leqslant 4x - 10$;
d) $\frac{1}{7} \geqslant 2y - \frac{1}{7}$; e) $-\frac{1}{8} < \frac{1}{8}y + 2$; f) $\frac{2}{3} > \frac{4}{3}y - 1$;
g) $0{,}1 \leqslant 4z + 0{,}5$; h) $-1{,}4 > -2{,}6 + 2z$; i) $-0{,}5 \geqslant 3z + 0{,}5$.



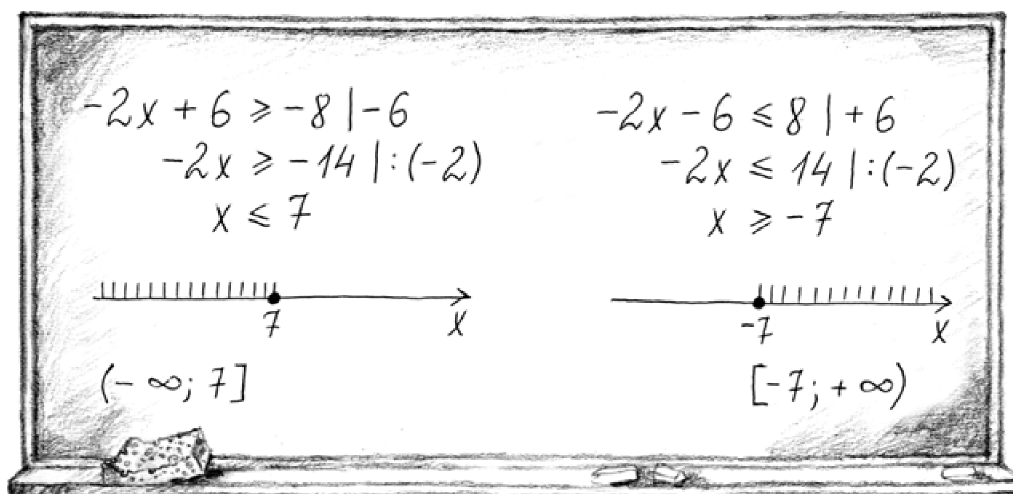
85. Su kuriomis x reikšmėmis dvinaris:

a) $3x - 1$ įgyja teigiamas reikšmes?
b) $3x + 24$ įgyja neigiamas reikšmes?
c) $3x + 5$ įgyja reikšmes, didesnes už 80?
d) $7x - 8$ įgyja reikšmes, ne didesnes už 6?

86. Raskite:

a) didžiausią sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $2y - 1{,}4 < 5$;
b) mažiausią sveikąjį skaičių, tenkinantį nelygybę $2y - 17{,}6 \geqslant 30$.

NELYGYBĖS $ax \pm b \geqslant c$, KAI $a < 0$



1 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padaliję iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.

a) $-2x+1<5$; b) $-2x+3>7$; c) $-2x+1 \geqslant -5$; d) $-2x+3 \leqslant -5$.

Išspręskime nelygybę $-3x+2<-7$.

Iš abiejų nelygybės $-3x+2<-7$ pusių atimkime po 2. → $-3x+2<-7$ | -2; $-3x<-9$

Abi nelygybės $-3x<-9$ puses padalykime iš -3. → $-3x<-9$ | $:(-3)$

Abi nelygybės puses dalijant iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***keičiasi*** priešingu. → $x>3$

Visi skaičiai, didesni už 3, yra nelygybės $-3x+2<-7$ sprendiniai. → 3 X

Atsakymas. $(3; +\infty)$.

2 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padaliję iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.

a) $-3y-1<2$; b) $-3y-4>5$; c) $-3y-1 \leqslant -4$; d) $-3y-6 \geqslant -3$.

87. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $-3x+1<4$; b) $-4x+6 \geqslant -2$; c) $-5x+12<2$;
d) $-2x+7<-3$; e) $-2x+7 \leqslant 5$; f) $-x+8 \geqslant -8$;
g) $-12x+1>37$; h) $-12x+1<-35$; i) $-25x+1 \geqslant 101$.

88. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $-3y-1<-1$; b) $-3y-9 \leqslant 0$; c) $-2y-1 \geqslant -11$;
d) $-2y-5 \leqslant -1$; e) $-4y-3>-7$; f) $-y-12<-2$;
g) $-2-3y \geqslant 1$; h) $-4-2y \leqslant -2$; i) $-3-2y>-1$.

22 **89.** Raskite nelygybės sprendinius.

a) $-0{,}3y-9<0$; b) $-0{,}5y+6 \geqslant -9$; c) $-3{,}5y+5 \leqslant -30$;
d) $-0{,}2y+4 \geqslant -1$; e) $-1{,}5y-1<-4$; f) $-0{,}6y+0{,}4 \leqslant 1$;
g) $-\frac{1}{5}z-5 \geqslant 1$; h) $-\frac{1}{3}z+6<-1$; i) $-\frac{1}{9}z+2>-5$;
j) $-\frac{1}{3}z+3>-3$; k) $-\frac{1}{3}z-3 \geqslant -3$; l) $-\frac{1}{2}z+2<3$.

90. Raskite nelygybės sprendinius jums patogiu būdu.

a) $5 \leqslant -4x+1$; b) $6 \geqslant 3-3x$; c) $-6<-4x+10$;
d) $0{,}1>-y+0{,}5$; e) $-0{,}8 \leqslant -0{,}2y+1$; f) $-6 \geqslant -0{,}5y-1$;
g) $\frac{2}{3}<-z+\frac{1}{3}$; h) $-\frac{1}{2} \geqslant -\frac{1}{2}z+1$; i) $-\frac{3}{8}<2-\frac{1}{8}z$.

Išspręskime nelygybę $10 \leqslant -3x+1$.

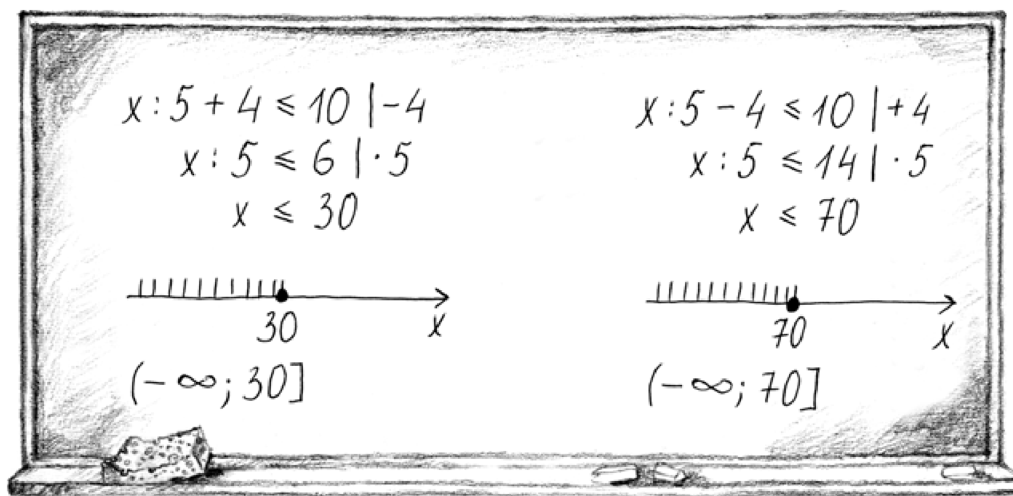
Aš sprendžiau taip:
$10 \leqslant -3x+1$ | -1
$9 \leqslant -3x$ | $:(-3)$
$-3 \geqslant x$ (−3 X)
$(-\infty; -3]$

O aš nelygybę „apsukau“:
$-3x+1 \geqslant 10$ | -1
$-3x \geqslant 9$ | $:(-3)$
$x \leqslant -3$ (−3 X)
$(-\infty; -3]$

91. Su kuriomis y reikšmėmis dvinaris:

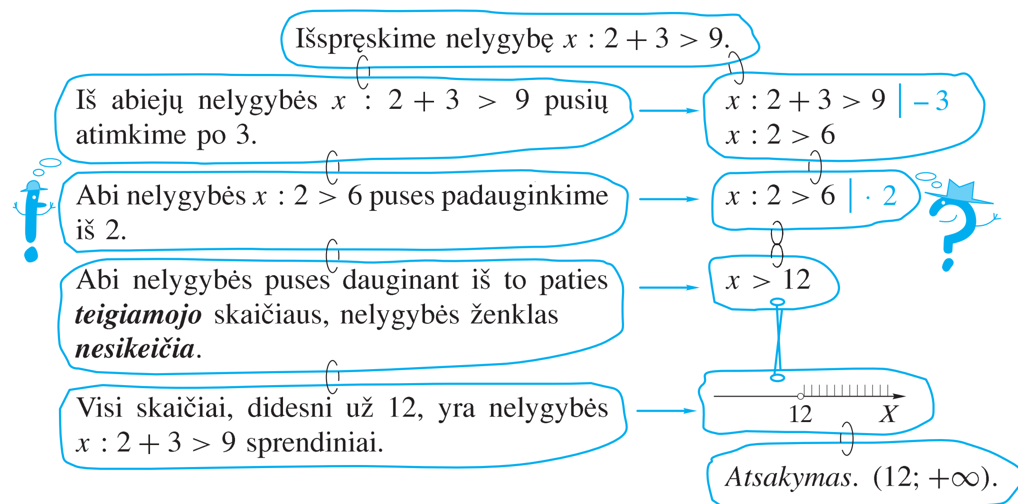
a) $-2y+1$ įgyja neigiamas reikšmes?
b) $-3y-18$ įgyja teigiamas reikšmes?
c) $4-\frac{1}{2}y$ įgyja reikšmes, didesnes už -8?
d) $-12-1{,}3y$ įgyja reikšmes, ne mažesnes už 1?

NELYGYBĖS $x : a \pm b \gtrless c$, KAI $a > 0$



1 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padauginę iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.

a) $x : 2 + 1 < 7$; b) $x : 2 + 4 \geqslant 6$; c) $x : 2 + 3 > -1$; d) $x : 2 + 5 \leqslant -3$.



2 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padauginę iš to paties *teigiamojo* skaičiaus.

a) $x : 2 - 1 < 4$; b) $x : 2 - 3 \geqslant 1$; c) $x : 2 - 4 > -2$; d) $x : 2 - 1 \leqslant -6$.

92. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

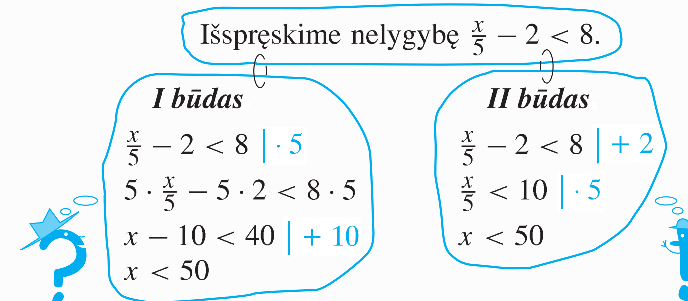
a) $x : 3 + 3 < 6$; b) $x : 3 - 3 \geqslant 6$; c) $x : 3 + 3 \leqslant -6$;
d) $x : 2 + 2 > 6$; e) $x : 2 - 2 \leqslant -6$; f) $x : 2 + 2 \geqslant 1$;
g) $x : 4 - 1 \leqslant 7$; h) $x : 4 + 1 > -7$; i) $x : 4 - 4 < 4$.

93. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $x : 0{,}5 + 4 > 10$; b) $x : 0{,}1 - 3 < -2$; c) $x : 0{,}2 + 1 \leqslant -1$;
d) $y : 1{,}5 - 2 \geqslant 3$; e) $y : 0{,}2 + 4 \geqslant -1$; f) $y : 2{,}5 - 2 < -2$;
g) $z : 2{,}5 + 1 > 9$; h) $z : 1{,}3 - 3 \leqslant 0$; i) $z : 0{,}5 + 2 \geqslant -6$.

94. Išspręskite nelygybę.

a) $\frac{x}{2} + 4 < 10$; b) $\frac{x}{5} - 3 > 2$; c) $\frac{x}{3} + 6 \leqslant -2$;
d) $\frac{y}{5} + 10 \geqslant 1$; e) $\frac{y}{4} + 1 < -4$; f) $\frac{y}{8} - 2 \geqslant 3$;
g) $\frac{z}{3} - 1 \leqslant 3$; h) $\frac{z}{6} + 4 \geqslant 2$; i) $\frac{z}{7} - 7 > 0$.

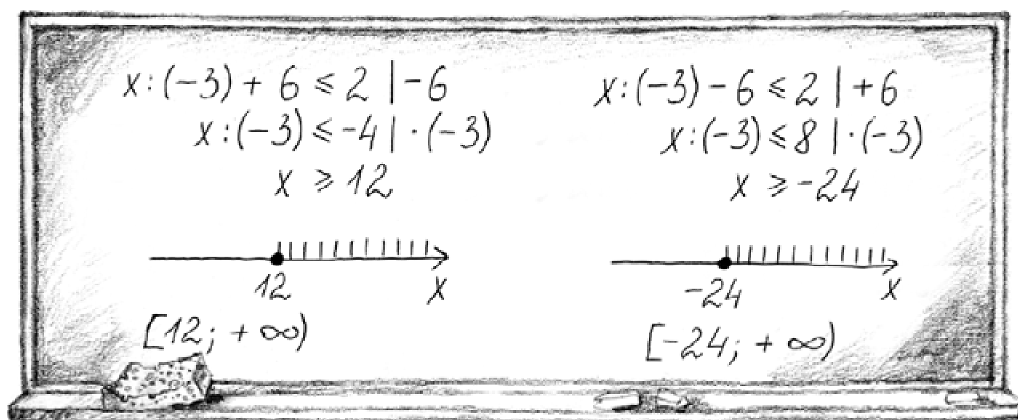


95. Sakinį užrašykite nelygybe ir ją išspręskite.

a) Skaičių x padaliję iš 5 ir iš gauto rezultato atėmę 4, gausime reiškinį, mažesnį už 1.
b) Skaičių y padaliję iš 3 ir gautą rezultatą padidinę 6 vienetais, gausime reiškinį, didesnį už -3.
c) Skaičių a padaliję iš 8 ir iš gauto rezultato atėmę -8, gausime reiškinį, ne didesnį už -1.
d) Skaičių b padaliję iš 3 ir gautą rezultatą padidinę vienetu, gausime reiškinį, ne mažesnį už -2.

96. a) Su kuriomis y reikšmėmis dvinario $\frac{y}{2} - 1$ reikšmės yra *neneigiamos*?
b) Su kuriomis x reikšmėmis dvinario $\frac{x}{3} + 3$ reikšmės yra *neteigiamos*?
c) Su kuriomis y reikšmėmis dvinario $\frac{y}{5} - 7$ reikšmės yra *neigiamos*?
d) Su kuriomis x reikšmėmis dvinario $\frac{x}{6} + 4$ reikšmės yra *teigiamos*?

NELYGYBĖS $x : a \pm b \gtrless c$, KAI $a < 0$



1 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padauginę iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.

a) $x : (-2) + 1 < 4$; b) $x : (-2) + 1 > 7$;
c) $x : (-2) + 4 \leqslant -1$; d) $x : (-2) + 6 \geqslant -3$.

Išspręskime nelygybę $x : (-3) + 4 > 2$.

Iš abiejų nelygybės $x : (-3) + 4 > 2$ pusių atimkime po 4. → $x : (-3) + 4 > 2 \mid -4$; $x : (-3) > -2$

Abi nelygybės $x : (-3) > -2$ puses padauginkime iš -3. → $x : (-3) > -2 \mid \cdot (-3)$

Abi nelygybės puses daugindami iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus, nelygybės ženklas ***keičiasi*** priešingu. → $x < 6$

Visi skaičiai, mažesni už 6, yra nelygybės $x : (-3) + 4 > 2$ sprendiniai. → (skaičių tiesė: 6, X)

Atsakymas. $(-\infty; 6)$.

2 užduotis. Išspręskite nelygybę, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios nelygybės abi puses padauginę iš to paties *neigiamojo* skaičiaus.

a) $y : (-3) - 1 > 2$; b) $y : (-3) - 2 < 3$;
c) $y : (-3) - 5 \geqslant -1$; d) $y : (-3) - 2 \leqslant -4$.

97. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $x : (-3) - 3 < 6$; b) $x : (-3) + 3 \geqslant -6$; c) $x : (-3) - 3 \leqslant -6$;
d) $x : (-2) + 4 > 8$; e) $x : (-2) + 8 < -1$; f) $x : (-2) - 1 \geqslant 4$;
g) $x : (-4) - 1 \geqslant -2$; h) $x : (-4) + 4 \leqslant -4$; i) $x : (-4) - 1 > -1$.

98. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $x : (-0{,}5) + 1 > 5$; b) $x : (-0{,}2) - 1 > -4$;
c) $y : (-1{,}2) + 4 < -1$; d) $y : (-0{,}5) - 8 \geqslant 4$;
e) $z : (-2{,}5) + 5 \geqslant -1$; f) $z : (-1{,}3) - 3 \leqslant -1$;
g) $t : (-1{,}5) + 4{,}1 \geqslant 0{,}1$; h) $t : (-1{,}2) - 0{,}8 < 0{,}2$.

99. Išspręskite nelygybę.

a) $\frac{x}{-3} + 4 > 10$; b) $\frac{x}{-2} - 1 < 2$; c) $\frac{x}{-5} - 4 \geqslant -2$;
d) $\frac{y}{-5} - 2 < 1$; e) $\frac{y}{-8} + 3 \geqslant -2$; f) $\frac{y}{-6} + 6 \leqslant 1$;
g) $\frac{z}{-2} - 4 \geqslant -10$; h) $\frac{z}{-7} + 3 < 7$; i) $\frac{z}{-4} - 5 > -4$.

Išspręskime nelygybę $\frac{x}{-3} + 2 > -1$.

I būdas

$\frac{x}{-3} + 2 > -1 \mid \cdot (-3)$
$\frac{x}{-3} \cdot (-3) + 2 \cdot (-3) < -1 \cdot (-3)$
$x - 6 < 3 \mid +6$
$x < 9$

II būdas

$\frac{x}{-3} + 2 > -1 \mid -2$
$\frac{x}{-3} > -3 \mid \cdot (-3)$
$x < 9$

$\frac{x}{-5} = -\frac{x}{5} = -\frac{1}{5}x$

100. Su kuriomis a reikšmėmis reiškinys:

a) $a : (-4) - 1$ įgyja teigiamas reikšmes?
b) $a : (-7) - 2$ įgyja neigiamas reikšmes?
c) $a : (-3) + 11$ įgyja reikšmes, didesnes už 10?
d) $a : (-1{,}8) + 1$ įgyja reikšmes, mažesnes už -1?

101. a) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $\frac{x}{-4} + 2$ reikšmės yra *teigiamos*?
b) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $\frac{x}{-2} - 2$ reikšmės yra *neigiamos*?
c) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $\frac{x}{-2} + 1$ reikšmės yra *neneigiamos*?
d) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $\frac{x}{-3} - 1$ reikšmės yra *neteigiamos*?

APIBENDRINAME

Nelygybės $ax \pm b \gtrless c$, $x : a \pm b \gtrless c$ sprendžiamos taip pat kaip ir lygtys $ax \pm b = c$, $x : a \pm b = c$. Tik reikia nepamiršti pakeisti nelygybės ženklą priešingu, kai abi jos puses dauginame ar dalijame iš to paties ***neigiamojo*** skaičiaus.

1) $ax + b > c$, $ax > c - b$, $x > (c - b) : a$, kai $a > 0$; $x < (c - b) : a$, kai $a < 0$.	$2x + 1 < 7$, $2x < 7 - 1$, $2x < 6 \mid : 2$, $x < 3$ (3, X) $-2x + 1 < 7$, $-2x < 7 - 1$, $-2x < 6 \mid : (-2)$, $x > -3$ (−3, X)
2) $ax - b > c$, $ax > c + b$, $x > (c + b) : a$, kai $a > 0$; $x < (c + b) : a$, kai $a < 0$.	$2x - 1 \leqslant 7$, $2x \leqslant 7 + 1$, $2x \leqslant 8 \mid : 2$, $x \leqslant 4$ (4, X) $-2x - 1 \leqslant 7$, $-2x \leqslant 7 + 1$, $-2x \leqslant 8 \mid : (-2)$, $x \geqslant -4$ (−4, X)
3) $x : a + b > c$, $x : a > c - b$, $x > (c - b) \cdot a$, kai $a > 0$; $x < (c - b) \cdot a$, kai $a < 0$.	$x : 2 + 3 > -1$, $x : 2 > -1 - 3$, $x : 2 > -4 \mid \cdot 2$, $x > -8$ (−8, X) $x : (-2) + 3 > -1$, $x : (-2) > -1 - 3$, $x : (-2) > -4 \mid \cdot (-2)$, $x < 8$ (8, X)
4) $x : a - b > c$, $x : a > c + b$, $x > (c + b) \cdot a$, kai $a > 0$; $x < (c + b) \cdot a$, kai $a < 0$.	$x : 2 - 3 \geqslant -1$, $x : 2 \geqslant -1 + 3$, $x : 2 \geqslant 2 \mid \cdot 2$, $x \geqslant 4$ (4, X) $x : (-2) - 3 \geqslant -1$, $x : (-2) \geqslant -1 + 3$, $x : (-2) \geqslant 2 \mid \cdot (-2)$, $x \leqslant -4$ (−4, X)

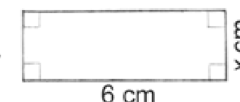
Kaip sudaryti nelygybę?

Matematikos knygelėje Julius rado, kaip galima išspręsti uždavinį, sudarant nelygybę.

SĄLYGA. Stačiakampio kraštinės ilgis yra 6 cm. Koks turi būti jo kitos kraštinės ilgis, kad stačiakampio perimetras būtų mažesnis už 16 cm?

SPRENDIMAS.

1) Nežinomos stačiakampio kraštinės ilgį pažymėkime x. Tada stačiakampio perimetras lygus $2(x + 6)$. →



2) Pagal sąlygą sudarome nelygybę. → $2(x + 6) < 16$

3) Išsprendžiame nelygybę: abi puses padalijame iš 2; iš abiejų pusių atimame 6. → $2(x + 6) < 16 \mid : 2$; $x + 6 < 8 \mid - 6$; $x < 2$

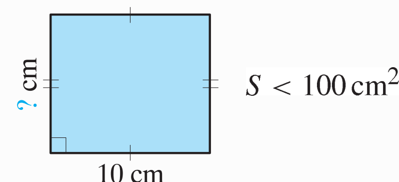
4) Nelygybės $2(x + 6) < 16$ sprendiniai yra visi skaičiai, mažesni už 2. → $x \in (-\infty; 2)$

5) Uždavinio sąlygą tenkina tik *teigiamieji* skaičiai, t. y. skaičiai didesni už 0.

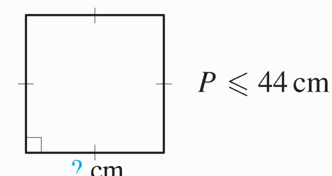
ATSAKYMAS. Stačiakampio kraštinės ilgis yra mažesnis nei 2 cm.

Remdamiesi pavyzdžiu, išspręskite tokius uždavinius.

1) Stačiakampio vienos kraštinės ilgis yra 10 cm. Koks turi būti jo kitos kraštinės ilgis, kad stačiakampio plotas būtų mažesnis už 100 cm²?



2) Koks turi būti kvadrato kraštinės ilgis, kad jo perimetras būtų ne didesnis už 44 cm?



3) Koks turi būti lygiakraščio trikampio kraštinės ilgis, kad jo perimetras būtų ne didesnis už 45 cm?

SPRENDŽIAME

102. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $2x+4<-24$; b) $3x+4\geqslant-8$; c) $5x+1<4$;
d) $0{,}2y+1<3$; e) $1{,}2y+30\leqslant18$; f) $7{,}5y+2>-73$;
g) $\frac{1}{2}z+3<-5{,}2$; h) $\frac{2}{3}z+4\geqslant-2{,}4$; i) $\frac{3}{4}z+1>5{,}5$.

103. Išspręskite nelygybę.

a) $11x-2<9$; b) $5x-17\leqslant10$; c) $12x-2>-1$;
d) $7y-2{,}4>0{,}4$; e) $0{,}6y-2\geqslant7$; f) $2{,}1y-4<-25$;
g) $\frac{2}{3}z-4<5$; h) $\frac{12}{13}z-1\geqslant-4$; i) $1\frac{4}{5}z-3>-6$.

104. Raskite nelygybės sprendinius.

a) $-6x+1<-5$; b) $-2x+4\geqslant-4$; c) $-7x+3<7$;
d) $-3y+2>-4{,}3$; e) $-y+17\leqslant11{,}2$; f) $-12x+2>-1{,}6$;
g) $-\frac{1}{4}z+\frac{1}{2}<4$; h) $-\frac{1}{2}z+\frac{1}{4}\leqslant2$; i) $-1\frac{1}{3}z+1<\frac{1}{3}$.

105. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $-7x-1>-8$; b) $-8x-4\leqslant4$; c) $-12x-1>23$;
d) $-2-1{,}2y>4$; e) $-3-3{,}5y\geqslant-6{,}5$; f) $-1-5{,}2y<-6{,}2$;
g) $-\frac{2}{5}-\frac{4}{5}z<1$; h) $-1\frac{1}{3}-\frac{2}{3}z\leqslant\frac{1}{3}$; i) $-4\frac{1}{5}z-2>-4$.

106. Su kuriomis a reikšmėmis:

a) reiškinio $2a-\frac{1}{3}$ reikšmės yra teigiamos?
b) reiškinio $\frac{4}{5}-3a$ reikšmės yra neigiamos?
c) reiškinys $4{,}2a-3$ įgyja reikšmes, didesnes už 1,2?
d) reiškinys $-3{,}2a+4$ įgyja reikšmes, mažesnes už $-2{,}4$?

107. Raskite didžiausią sveikąjį duotosios nelygybės sprendinį.

a) $2-6x>1$; b) $\frac{1}{5}x+1\leqslant-4$; c) $4-\frac{2}{3}x>1$;
d) $4-\frac{3}{5}y>3$; e) $1\frac{1}{2}y-3\leqslant1$; f) $-\frac{4}{5}y+1>-1$;
g) $3x-1<1{,}4$; h) $-y+7{,}7\geqslant1$; i) $6{,}2y-6\leqslant-6$.

108. Su kuriomis natūraliosiomis a reikšmėmis skirtumas:

a) $\frac{1}{2}a-2$ yra neigiamas? b) $\frac{2}{3}a-1{,}7$ yra neteigiamas?

109. Raskite duotosios nelygybės natūraliųjų sprendinių aritmetinį vidurkį.

a) $\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}\leqslant4$; b) $3-\frac{2}{3}y\geqslant\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}y-1\leqslant\frac{1}{3}$;
d) $0{,}75+0{,}25x<2$; e) $0{,}6-0{,}2x>-1$; f) $0{,}5x-0{,}5<1$;
g) $\frac{1}{2}+1{,}2x\leqslant4{,}1$; h) $1{,}5+\frac{1}{3}x<4\frac{1}{2}$; i) $4\frac{1}{2}-y>0{,}5$.

110. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.

a) $x:2+1<3$; b) $x:4-3\geqslant1$; c) $x:7+3\geqslant-4$;
d) $y:\frac{1}{4}-2<6$; e) $y:\frac{2}{3}+2\leqslant-2$; f) $y:\frac{2}{3}-4<-2$;
g) $z:0{,}4+1>2$; h) $z:1{,}2-1>-2$; i) $z:2{,}1+2\leqslant6$.

111. Išspręskite nelygybę, o jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.

a) $x:(-2)-1>2$; b) $x:(-3)+2\leqslant-1$; c) $x:(-4)-3>1$;
d) $y:\left(-\frac{1}{2}\right)+2<2$; e) $y:\left(-\frac{2}{3}\right)-1\geqslant5$; f) $y:\left(-\frac{4}{5}\right)+4<2$;
g) $z:(-0{,}2)-1>2$; h) $z:(-1{,}5)+2\leqslant-4$; i) $z:(-0{,}4)-3>1$.

112. Išspręskite nelygybę.

a) $\frac{x}{-2}-3<1$; b) $\frac{x}{-3}+4\geqslant1$; c) $\frac{x}{-5}-1\leqslant-2$;
d) $\frac{y}{-3}+1>-2$; e) $\frac{y}{-4}-1\leqslant3$; f) $\frac{y}{-6}+3\geqslant-1$;
g) $\frac{z}{-2}+7<-1$; h) $\frac{z}{-4}+7\leqslant-2$; i) $\frac{z}{-3}+5\geqslant6$.

113. Sakinį užrašykite nelygybe ir ją išspręskite.

a) Skaičių a padaliję iš 8 ir iš gauto rezultato atėmę 2, gausime reiškinį, kurio reikšmės yra ne didesnės už 4.
b) Skaičių z padaliję iš -2 ir prie gauto rezultato pridėję 4, gausime reiškinį, kurio reikšmės yra ne mažesnės už -3.
c) Skaičių m padaliję iš 2,5 ir prie gauto rezultato pridėję 1, gausime reiškinį, kurio reikšmės yra ne didesnės už -2.
d) Skaičių n padaliję iš $-0{,}5$ ir iš gauto rezultato atėmę 2, gausime reiškinį, kurio reikšmės yra ne mažesnės už 1.



114. Trys broliai — Andrius, Gytis ir Zigmas — suvalgė 17 pyragaičių. Andrius suvalgė pyragaičių daugiau ir už Gytį, ir už Zigmą. Kiek daugiausia pyragaičių galėjo suvalgyti Andrius?



115. Turistas motorine valtimi išplaukė upe pasroviui ir turėjo grįžti į stovyklą. Upės tėkmės greitis yra 2 kilometrai per valandą, o valties greitis stovinčiame vandenyje yra 18 kilometrų per valandą. Kaip toli gali nuplaukti turistas, kad kelionėje užtruktų ne ilgiau kaip 3 valandas?

PASITIKRINAME

116. Palyginkite skaičius ir parašykite ženklą $>$, $<$ arba $=$.
a) 2202 ir 2022; b) -87 ir 87; c) -23 ir -32;
d) 3,18 ir 3,81; e) 2,34 ir $-0{,}234$; f) $-5{,}1$ ir $-0{,}51$;
g) $\frac{3}{10}$ ir $\frac{7}{10}$; h) $-\frac{1}{2}$ ir $\frac{3}{4}$; i) $-\frac{1}{7}$ ir $-\frac{6}{7}$.

117. Surašykite skaičius
-2; 8; $-2{,}1$; 0; 7,9; 8,1; $-8{,}1$; 9,1; 9
didėjimo tvarka.

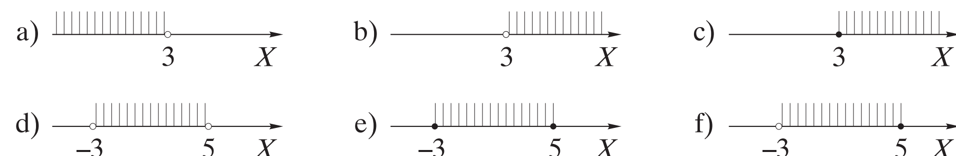
118. Parašykite teisingą nelygybę, kurią gausite, prie nelygybės $12 > -4$ abiejų pusių pridėję po:
a) 4; b) -3; c) $3\frac{1}{5}$; d) $-3{,}4$.

119. Parašykite teisingą nelygybę, kurią gausite, iš nelygybės $-5 < 7$ abiejų pusių atėmę po:
a) 3; b) -3; c) $1\frac{1}{2}$; d) $-3{,}5$.

120. Parašykite teisingą nelygybę, kurią gausite, abi nelygybės $-6 < 12$ puses padauginę iš:
a) 2; b) -3; c) $\frac{1}{3}$; d) $-3{,}5$.

121. Parašykite teisingą nelygybę, kurią gausite, abi nelygybės $-3 > -15$ puses padaliję iš:
a) 3; b) -3; c) $\frac{1}{3}$; d) $-0{,}3$.

122. Užrašykite intervalą, atitinkantį užbrūkšniuotą skaičių tiesės dalį.



123. Pavaizduokite skaičių tiesėje intervalą.
a) $(-\infty; 2)$; b) $(2; +\infty)$; c) $[-2; +\infty)$; d) $(-\infty; -2]$;
e) $[0; 3)$; f) $(0; 3]$; g) $(-7; 7)$; h) $[7; 8]$.

124. Užrašykite duotąją nelygybę intervalu.
a) $x > 3$; b) $x \geqslant -2$; c) $x < 0$; d) $x \leqslant 0$;
e) $-1 < x < 4$; f) $3 \leqslant x < 5$; g) $-7 < x \leqslant 1$; h) $0 \leqslant x \leqslant 2$.

125. Išvardykite visus natūraliuosius skaičius, kurie yra sprendiniai nelygybės:
a) $x < 2$; b) $x \leqslant 2{,}1$; c) $x \leqslant 7{,}5$; d) $x \leqslant 1{,}5$;
e) $-3 \leqslant x \leqslant 3$; f) $-2 < x \leqslant 4$; g) $-3 < x \leqslant 3$; h) $1 \leqslant x < 2$.

126. Nelygybės sprendinius užrašykite intervalu.
a) $x + 4 < -1$; b) $y + 3 < -3$; c) $z + 15 \geqslant -2$;
d) $x + \frac{1}{2} > 1\frac{1}{2}$; e) $y + 4\frac{2}{3} > \frac{2}{3}$; f) $z + 8\frac{1}{2} \leqslant -\frac{1}{2}$;
g) $x + 4{,}2 < 0{,}2$; h) $y + 3{,}8 < -1{,}2$; i) $z + 12{,}3 \geqslant 1$.

127. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje.
a) $x - 3 > -2$; b) $y - 1 < 7$; c) $z - 4 \geqslant -3$;
d) $x - 1\frac{1}{2} < 4\frac{1}{2}$; e) $y - 3\frac{2}{3} > -1\frac{2}{3}$; f) $z - 7\frac{1}{5} \leqslant \frac{4}{5}$;
g) $x - 4{,}8 > 0{,}2$; h) $y - 7{,}2 < 0{,}8$; i) $z - 2{,}1 \geqslant -4{,}1$.

128. Išspręskite nelygybę, abi jos puses dalydami iš to paties skaičiaus.
a) $2x < 8$; b) $3y > -15$; c) $4z \leqslant -8$; d) $6t \geqslant 3$;
e) $-2x > 6$; f) $-3y < 9$; g) $-4z \geqslant -12$; h) $-6t \leqslant -2$.

129. Išspręskite nelygybę, abi jos puses daugindami iš to paties skaičiaus.
a) $x : 3 < 2$; b) $y : 2 > -4$; c) $z : 4 \leqslant 5$; d) $t : 6 \geqslant -3$;
e) $x : (-2) > 5$; f) $y : (-3) < -1$; g) $z : (-4) \geqslant 3$; h) $t : (-6) \leqslant -4$.

130. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje ir užrašykite intervalu.
a) $\frac{1}{5}x < 2$; b) $\frac{1}{3}x > -4$; c) $\frac{2}{3}x \leqslant 2$; d) $\frac{3}{4}x \geqslant -3$;
e) $-\frac{1}{2}y > 3$; f) $-\frac{1}{4}y < -3$; g) $-\frac{2}{5}y \geqslant 2$; h) $-\frac{2}{3}y \leqslant -4$.

131. Išspręskite nelygybę, jos sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
a) $2x + 2 < 6$; b) $2x - 3 \geqslant 1$; c) $2x + 3 \leqslant -1$;
d) $\frac{1}{2}x + 3 > 1$; e) $\frac{1}{3}x - 4 \leqslant 2$; f) $\frac{1}{4}x - 4 > 2$;
g) $0{,}2x + 4 > -0{,}2$; h) $4{,}5x - 1 \geqslant 3{,}5$; i) $3{,}2x - 3 \geqslant -3$.

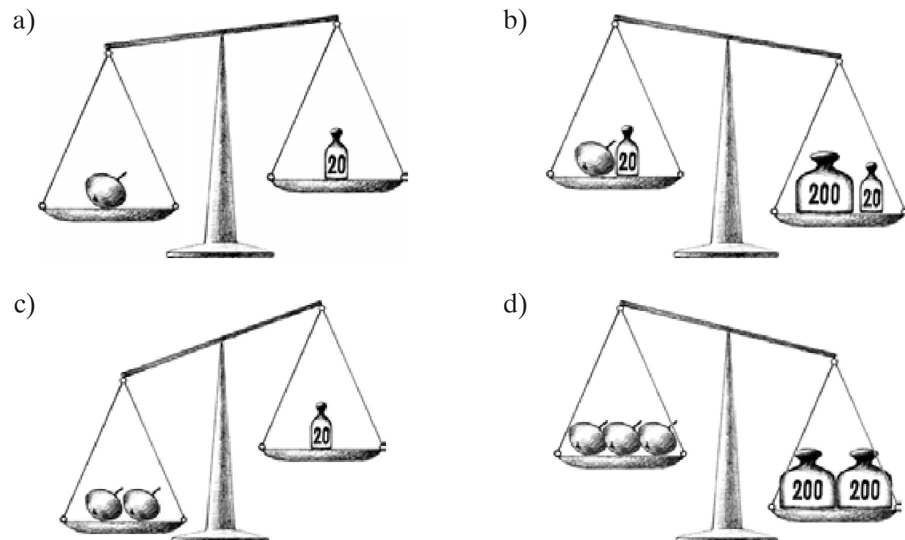
132. Išspręskite nelygybę.
a) $-2x - 3 < 1$; b) $-4x + 3 \geqslant -9$; c) $-2x - 1 < 1$;
d) $-\frac{1}{5}x + 4 < -1$; e) $-\frac{1}{3}x - 4 < 1$; f) $-\frac{1}{3}x + 3 \geqslant -1$;
g) $-2x - 1 \geqslant 1{,}2$; h) $-3x + 2 \geqslant -1{,}9$; i) $-5x - 3 \leqslant 1{,}5$.

133. Raskite nelygybės sprendinius.
a) $x : 4 + 2 > 1$; b) $x : 3 - 4 < 2$; c) $x : 2 - 1 \geqslant 6$;
d) $x : (-4) + 3 \leqslant 1$; e) $x : (-3) + 5 > -2$; f) $x : (-2) - 3 < 4$;
g) $x : 0{,}5 + 1 \geqslant 5$; h) $x : 0{,}2 - 2 < -7$; i) $x : (-0{,}1) + 4 \leqslant 1$.

Svarstyklės ir nelygybės

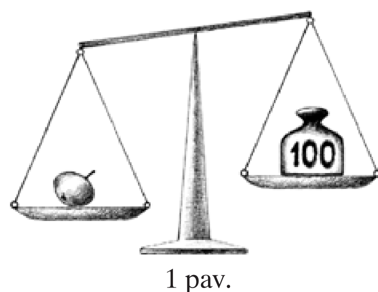
Prisiminkime skyriaus pardžioje nagrinėtą užduotį.

1 užduotis.
1) Obuolio masę pažymėję x g, pavaizduotą situaciją užrašykite nelygybe.

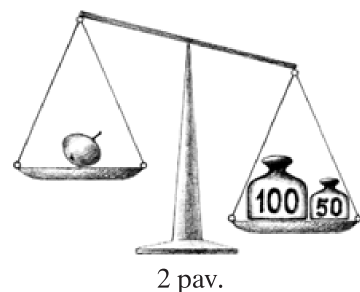


2) Išspręskite tą nelygybę. Nelygybės sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu.
3) Užrašykite mažiausią natūralųjį skaičių, tenkinantį nelygybę a); nelygybę c).
4) Užrašykite didžiausią natūralųjį skaičių, tenkinantį nelygybę b); nelygybę d).

2 užduotis. Danutė ant kairiosios svarstyklių lėkštelės padėjo obuolį, o ant dešiniosios lėkštelės padėjo 100 g svarelį — obuolys nusvėrė svarelį (žr. 1 pav.). Tada ji ant dešiniosios lėkštelės dar padėjo 50 g svarelį — dabar jau svareliai nusvėrė obuolį (žr. 2 pav.).



1 pav.

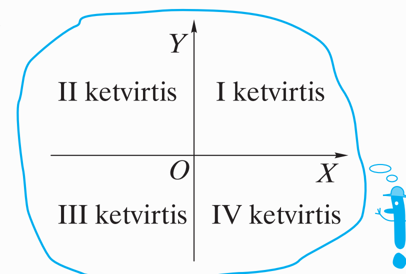


2 pav.

Nustatykite, kiek gramų gali sverti obuolys. Atsakymą užrašykite intervalu.

KARTOJAME

134. 1) Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus:
$A(1; -2)$, $B(-3; 2)$, $C(-2; 3)$, $D(6; 4)$, $E(0; -5)$, $F(2; 0)$, $G(-4; -4)$, $H(-5; 0)$, $I(0; 6)$.
2) Parašykite, kurie iš šių taškų yra:
a) I ketvirtyje; b) II ketvirtyje;
c) III ketvirtyje; d) IV ketvirtyje;
e) OX ašyje; f) OY ašyje.



135. 1) Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus:
(0; 8), (3; 0), (12; 0), (5; −5), (8; −14), (0; −8), (−8; −14), (−5; −5), (−12; 0), (−3; 0).
2) Nuosekliai sujungę šiuos taškus, nupieškite žvaigždę.

136. 1) Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus $A(-4; -4)$, $B(-4; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; -4)$.
2) Sujunkite atkarpomis taškus A ir B, B ir C, C ir D, D ir A. Kokią figūrą gavote?
3) Laikydami koordinačių ašių vienetines atkarpas lygias po 1 cm, apskaičiuokite tos figūros perimetrą ir plotą.

137. Paveikslėlyje pavaizduota, kaip kito vienos paros oro temperatūra.



Atsakykite į klausimus.
1) Kokia oro temperatūra buvo aukščiausia ir kada?
2) Kokia oro temperatūra buvo žemiausia ir kada?
3) Kokia oro temperatūra buvo 1 h? 12 h? 23 h?
4) Kada oro temperatūra buvo 0 °C? 3 °C? −3 °C?
5) Kada oro temperatūra buvo neigiama? teigiama?
6) Kada oro temperatūra kilo? krito? buvo pastovi?

Daugiau pirksi, daugiau mokėsi ...

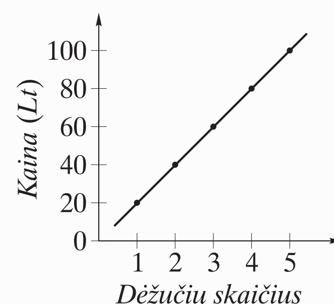
Gyvenime dažnai susiduriame su tarpusavyje susijusiais dydžiais. Pavyzdžiui, automobilio sunaudotas degalų kiekis priklauso nuo nuvažiuoto atstumo, nuvažiuotas atstumas — nuo važiavimo laiko, važiavimo laikas — nuo važiavimo greičio.
Dviejų dydžių tarpusavio priklausomybę galima nusakyti žodžiais, užrašyti formule, pavaizduoti lentele ar grafiku.

Užduotis. Viena dėžutė dažų kainuoja 20 Lt.

1) Kiek litų reikės mokėti už tokias:
   a) 2 dėžutes? b) 3 dėžutes? c) 4 dėžutės? 5 dėžutes?
2) Persibraižykite ir užpildykite lentelę.

Dėžučių skaičius	1	2	3	4	5
Kaina (Lt)					

3) Lentelės duomenis pavaizduokime koordinačių plokštumoje taškais ir per juos nubrėžkime tiesę. Iš grafiko nustatykite, kiek dėžučių dažų pirkta, jei už jas sumokėta 20 Lt; 80 Lt.



Perkamų dėžučių skaičius ir pirkinio kaina yra tiesiogiai proporcingi dydžiai.

O ką reiškia „tiesiogiai proporcingi dydžiai“?

Tai sužinosite perskaitę ir išmokę skyrių „Tarpusavyje susiję dydžiai“.

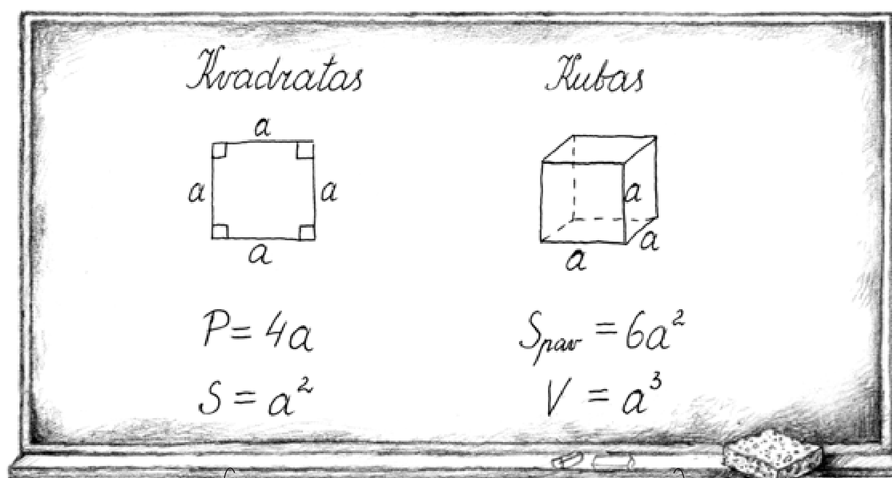
Šiame skyriuje:

- išmoksite dviejų dydžių priklausomybę užrašyti formule, pavaizduoti lentele ir grafiku;
- pagilinsite darbo, važiavimo ir plaukimo uždavinių sprendimo įgūdžius;
- sužinosite, kokie dydžiai vadinami tiesiogiai proporcingais, o kokie — atvirkščiai proporcingais;
- išmoksite spręsti tekstinius uždavinius, susijusius su proporcingais dydžiais, kai yra žinomas tų dydžių santykis.

7 TARPUSAVYJE SUSIJĘ DYDŽIAI



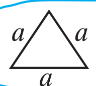
FORMULĖS



P — perimetras; S — plotas; S_{pav} — paviršiaus plotas; V — tūris

1 užduotis.

1) Perskaitykite lentoje surašytas formules.
2) Pasakykite, ką žymi į formulę įeinančios raidės ir ką galima apskaičiuoti remiantis tomis formulėmis.



Lygiakraščio trikampio, kurio kraštinė lygi a, perimetrą P galima apskaičiuoti remiantis formule $P = 3a$.

Sakoma, kad lygiakraščio trikampio perimetras P priklauso nuo jo kraštinės ilgio a.

a vadinamas *nepriklausomuoju kintamuoju*, P — *priklausomuoju kintamuoju*.

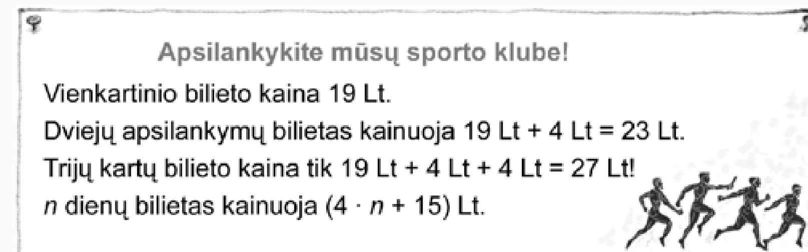
3) Pasakykite kiekvienos lentoje užrašytos formulės nepriklausomąjį kintamąjį ir priklausomąjį kintamąjį.

2 užduotis.

1) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti kvadrato kraštinės ilgį a, kai žinomas jo: a) perimetras P; b) plotas S.
2) Pasakykite tos formulės nepriklausomąjį kintamąjį ir priklausomąjį kintamąjį.

Kubo briaunos ilgį a, kai žinomas jo tūris V, galima apskaičiuoti remiantis formule $a = \sqrt[3]{V}$.

138. Prie sporto klubo kabo skelbimas.



Apskaičiuokite, kiek litų reikės sumokėti perkant:
a) 5 dienų bilietą; b) 20 dienų bilietą; c) 26 dienų bilietą.

139. 1) Formule užrašykite, kam lygus stačiakampio plotas S, kai jo ilgis yra 4 m. (Plotį pažymėkite raide a.)
2) Apskaičiuokite stačiakampio plotą, kai jo plotis lygus:
a) 5,2 m; b) 6 dm; c) 150 cm; d) 2 m 25 cm; e) 1 m 1 dm 1 cm.

140. 1) Formule užrašykite, kam lygus stačiakampio perimetras P, kai jo plotis yra 25 cm. (Ilgį pažymėkite raide b.)
2) Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą, kai jo ilgis lygus:
a) 45 cm; b) 0,25 m; c) 650 mm; d) 3 dm 9 cm; e) $3\frac{1}{3}$ dm.

141. Justina dviračiu važiuoja 150 metrų per minutę greičiu.
1) Kiek metrų nuvažiuos Justina per:
a) 2 min? b) 10 min? c) 1 h? d) 0,3 h? e) $25\frac{1}{2}$ min?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Justinos nuvažiuotą atstumą s (metrais) per laiką t (minutėmis).

142. 1) Kokiu greičiu važiavo Mantas, jei 120 kilometrų nuvažiavo per:
a) 4 h? b) 6 h? c) 180 min? d) 2,4 h? e) $1\frac{1}{3}$ h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Manto važiavimo greitį v (kilometrais per valandą), jei jis važiavo t valandų.

143. Vaida parašė programėlę, kuri į kompiuterį įvestą skaičių padaugina iš 2 ir iš gauto rezultato atima 4.
1) Kokį skaičių gausime, į kompiuterį įvedę:
5? −5? 0? 3,6? $\frac{2}{3}$? $-1\frac{1}{2}$?
2) Koks skaičius buvo įvestas į kompiuterį, jei, įvykdžius Vaidos programėlę, buvo gauta:
10? −10? 0? 3,6? $\frac{1}{2}$? $-1\frac{1}{3}$?
3) Įvedamą į kompiuterį skaičių pažymėkime raide x. Vaidos programėlės rezultatą pažymėkime raide y. Parašykite formulę, kuria remiantis sudaryta ta programėlė.
4) Užrašykite, kuris kintamasis yra nepriklausomas, o kuris — priklausomas.

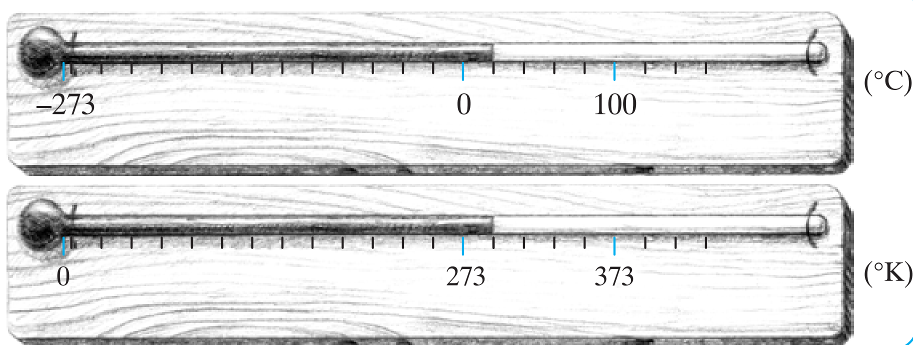
LENTELĖS

Temperatūrą mes matuojame Celsijaus laipsniais. Mums įprasti termometrai turi Celsijaus skalę, kurioje 0 žymi ledo tirpimo temperatūrą, o 100 — vandens virimo temperatūrą.
Yra ir kitų temperatūros skalių. Pavyzdžiui, Kelvino skalėje ledo tirpimo temperatūrą atitinka skaičius 273, o 373 atitinka vandens virimo temperatūrą. Nulis Kelvino skalėje žymi žemiausią įmanomą temperatūrą.

Užduotis.
1) Pabaikite pildyti lentelę.

Temperatūra Celsijaus laipsniais (°C)		−20		0	20	36,6	100
Temperatūra Kelvino laipsniais (°K)	0		260	273	293		373

Kai lauke yra 20 °C, tai termometras su Kelvino skale rodo 293°K. Kelvino skalėje neigiamųjų skaičių nėra.



2) Užrašykite formulę, kuria remiantis galima būtų apskaičiuoti temperatūrą K Kelvino laipsniais, kai žinoma temperatūra C Celsijaus laipsniais.

Kai žinoma temperatūra K Kelvino laipsniais, tai temperatūrą C Celsijaus laipsniais galima apskaičiuoti remiantis formule $C = K - 273$.

144. Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę, sudaromą pagal formulę:

a) $s = 15t$

t (laikas) =	2 min	10 min	20 min	0,5 h	$\frac{3}{4}$ h
s (kelias) =	30 m				

b) $v = \frac{420}{t}$

t (laikas) =	10 h	6 h	7 h	14 h	0,3 h	$3\frac{1}{2}$ h
v (greitis) =	42 km/h					

145. Pagal formulę $K = 0{,}8n$ (čia K — kaina litais, n — sąsiuvinių skaičius) galima apskaičiuoti perkamų sąsiuvinių kainą. Naudodamiesi šia formule, užpildykite lentelę.

$n =$	1	5	10		30	
$K =$	0,8			16		120

146. Remdamiesi formule $a = \frac{48}{b}$, užpildykite lentelę.

$b =$	0,1	0,6	1	2	2,4			
$a =$						6	3	4,8

147. Visus natūraliuosius lyginius skaičius L galima surašyti remiantis formule $L = 2n$, o nelyginius skaičius N — formule $N = 2n - 1$ (formulėse $n = 1, 2, 3, \ldots$). Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

$n =$	1	7		19				
$2n =$			22		40			100
$2n - 1 =$						41	45	

148. Jonas užrašė formulę, kuria remiantis galima apskaičiuoti y reikšmę, kai žinoma x reikšmė. Tada, paėmęs keletą x reikšmių, apskaičiavo atitinkamas y reikšmes. Gautus rezultatus jis surašė lentelėje.

a)

$x =$	10	15	20	22
$y =$	5	10	15	17

b)

$x =$	3	4	5	12
$y =$	5	6	7	14

c)

$x =$	1	2	1,5	$\frac{3}{5}$	$1\frac{2}{5}$
$y =$	5	10	7,5	3	7

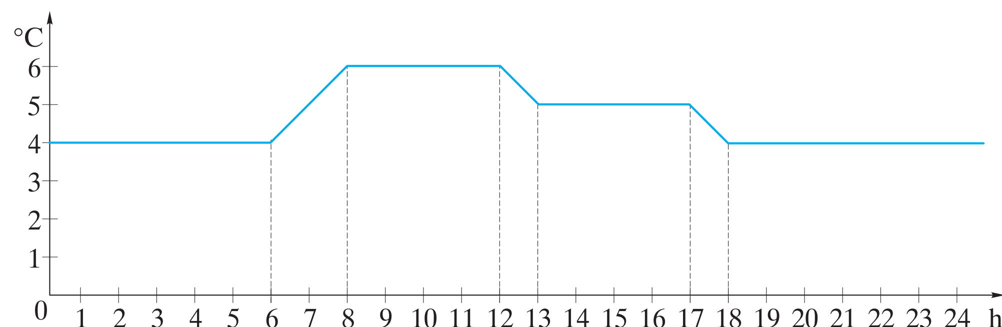
d)

$x =$	1	2	3	4	5
$y =$	1	4	9	16	25

Kokią formulę užrašė Jonas?

GRAFIKAI

1 užduotis. Laboratorijoje visą parą buvo matuojama varlės kūno temperatūra. Paveikslėlyje pavaizduotas temperatūros kitimo grafikas.



1) Kokia buvo temperatūra 4 h? 7 h? 12 h? 23 h?
2) Kada temperatūra buvo lygi 5 °C?
3) Kada temperatūra kilo? krito? buvo pastovi?

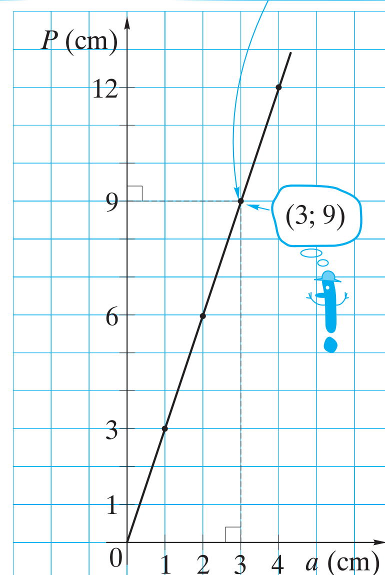
2 užduotis. Pavaizduokite grafiku kvadrato perimetro P priklausomybę nuo jo kraštinės ilgio a.

Pavaizduokime grafiku lygiakraščio trikampio perimetro P priklausomybę nuo jo kraštinės ilgio a.

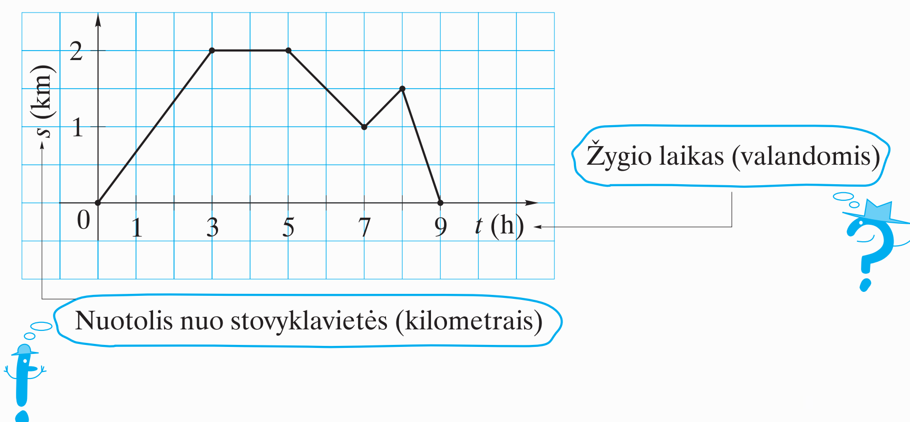
Paimkime keletą trikampio kraštinės ilgio a reikšmių ir sudarykime jas atitinkančių perimetro P reikšmių lentelę.

$a =$	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm
$P = 3a =$	3 cm	6 cm	9 cm	12 cm

- Nubraižykime koordinačių plokštumos I ketvirtį.
- OX ašį laikykime kraštinės ilgio a (nepriklausomojo kintamojo) reikšmių ašimi.
- OY ašį laikykime perimetro P (priklausomojo kintamojo) reikšmių ašimi.
- Ašyse pasirenkame vienetinių atkarpų ilgius (geriau vienodus).
- Atidedame taškus (a; P), atitinkančius lentelėje surašytas reikšmes. Matome, kad pažymėtieji taškai išsidėstę vienoje tiesėje.



149. Pradėję žygį stovyklavietėje, turistai po kurio laiko į ją sugrįžo. Grafike pavaizduota, kaip žygio metu keitėsi turistų nuotolis nuo stovyklavietės.



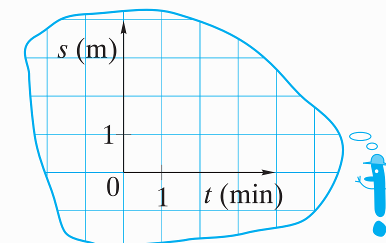
1) Kiek valandų truko turistų žygis?
2) Kaip toli nuo stovyklavietės buvo turistai pasibaigus trečiajai žygio valandai? aštuntajai žygio valandai?
3) Kiek daugiausiai nuo stovyklavietės buvo nutolę turistai?
4) Kuriomis žygio valandomis turistai tolo nuo stovyklavietės? artėjo prie stovyklavietės?

150. Kas minutę matuojant inde šildomo vandens temperatūrą, sudaryta tokia lentelė:

X (min) =	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y (°C) =	10	25	40	55	67	78	85	93	97	100	100

1) Nubraižykite vandens temperatūros priklausomybės nuo laiko grafiką. Tegu X ašyje 1 cm atitinka 1 min, o Y ašyje 1 cm atitinka 10 °C.
2) Remdamiesi grafiku, nustatykite (bent apytiksliai):
   a) kokia buvo vandens temperatūra po 3 min; 5,5 min; 8 min; 9,5 min;
   b) po kiek minučių nuo šildymo pradžios vandens temperatūra buvo 30 °C; 78 °C; 90 °C; 100 °C.

151. Sraigė per vieną minutę nušliaužia 0,5 m. Pavaizduokite sraigės nušliaužto kelio s (metrais) priklausomybės nuo laiko t (minutėmis) grafiką per pirmąsias 10 minučių.



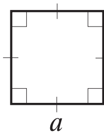
APIBENDRINAME

Dviejų dydžių tarpusavio priklausomybę galima:

- nusakyti *žodžiais*;

Kvadrato perimetras yra keturgubai didesnis už jo kraštinės ilgį.

- užrašyti *formule*; remiantis formule, galima apskaičiuoti vieno dydžio reikšmę, kai žinoma kito dydžio reikšmė;



$P = 4a$ — formulė,
a — nepriklausomasis kintamasis,
P — priklausomasis kintamasis.

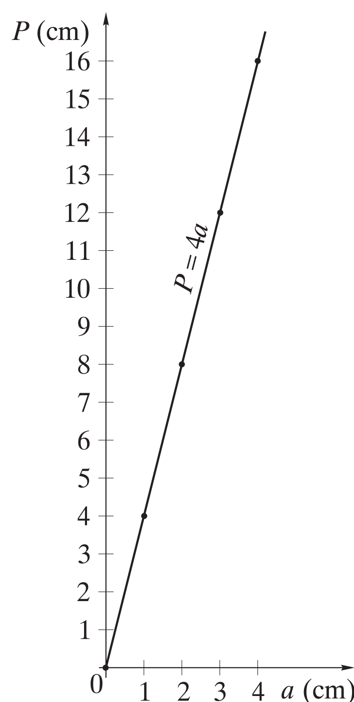
Kai $a = 1$ (cm), tai
$P = 4 \cdot 1 = 4$ (cm);

kai $a = 3$ (cm), tai
$P = 4 \cdot 3 = 12$ (cm).

- pavaizduoti *lentele*;

$a =$	0	1	2	3	4
$P =$	0	4	8	12	16

- pavaizduoti *grafiku*.



23 Dionyzo pelnas

Dionyzas nutarė įkurti dirbtuves, kuriose būtų gaminami mediniai suolai. Perskaitęs ir išnagrinėjęs knygą „Gamybos ekonomika“, pagal ten pateiktą pelno formulę $P = 100x - x^2$ (P — pelnas litais, x — darbuotojų skaičius) jis apskaičiavo, kokį pelną P galėtų gauti, įdarbinęs daugiau žmonių. Kai kurias atitinkamas x ir P reikšmes jis surašė į lentelę.

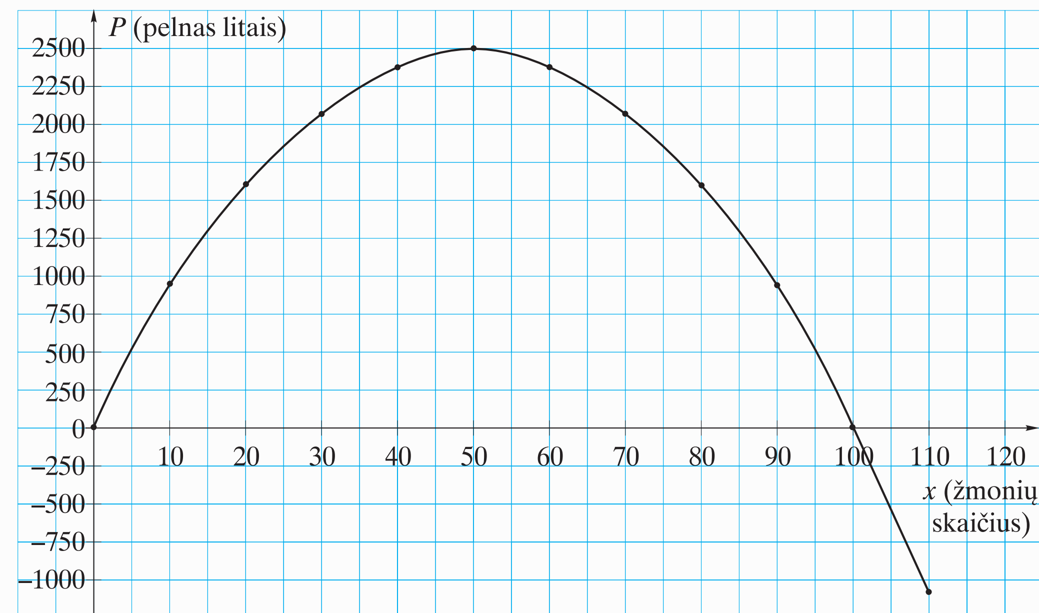
x (žmonių skaičius) =	0	10	30	50	70	90	100	110
P (pelnas litais) =	0	900	2100	2500	2100	900	0	-1100



Kai $x = 30$, tai $P = 100 \cdot 30 - 30^2 = 3000 - 900 = 2100$;
kai $x = 110$, tai $P = 100 \cdot 110 - 110^2 = 11\,000 - 12\,100 = -1100$.

Pasirodo, įdarbinus per daug žmonių, pelnas sumažėja!

Lentelės duomenis Dionyzas pavaizdavo koordinačių plokštumos taškais ir, juos sujungęs kreive, gavo tokį grafiką.



1) Remdamiesi formule, apskaičiuokite, koks būtų Dionyzo pelnas, jei dirbtuvėse dirbtų 20 žmonių; 60 žmonių; 80 žmonių.
2) Iš grafiko raskite:
   a) kokį didžiausią pelną galėtų gauti Dionyzas;
   b) kiek žmonių turėtų dirbti jo dirbtuvėse, kad pelnas būtų didžiausias;
   c) kiek maždaug žmonių turėtų įdarbinti Dionyzas, kad pelnas būtų 1250 Lt.
3) Kiek litų nuostolio turėtų Dionyzas, jei įdarbintų 105 žmones?

SPRENDŽIAME

152. Visus natūraliuosius skaičius N, kuriuos padalijus iš 3 gaunama liekana 2, galima surašyti pagal formulę $N = 3n + 2$ (formulėje $n = 1, 2, 3, \ldots$). Remdamiesi šia formule, raskite skaičių N, kai n lygu:
a) 5; b) 28; c) 92; d) 101; e) 2045.

153. 1) Užrašykite formulę dviejų skaičių a ir b aritmetiniam vidurkiui M rasti ir apskaičiuokite jų aritmetinį vidurkį, kai:
a) $a = 20$, $b = -16$;
b) $a = -120$, $b = 48$;
c) $a = -4{,}8$, $b = -3{,}2$.

Skaičių $a_1, a_2, \ldots, a_n$ aritmetinis vidurkis apskaičiuojamas taip:
$M = \frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$, t. y. visų skaičių suma dalijama iš tų skaičių skaičiaus.

2) Užrašykite formulę trijų skaičių a, b, c aritmetiniam vidurkiui M rasti. Sugalvokite tokius skaičius a, b ir c, kad jų aritmetinis vidurkis būtų lygus:
a) 1; b) 3; c) 13,5.

154. Skaičius K yra gaunamas, prie skaičiaus k pridėjus jo kvadratą. Užrašykite formulę skaičiui K rasti ir baikite pildyti lentelę.

$k =$	-1	-4	0	7	-11	0,5	$\frac{2}{3}$	$2\frac{6}{7}$
$K =$								

155. Remdamiesi lentele, nustatykite formulę skaičiui R rasti, kai žinoma r reikšmė.

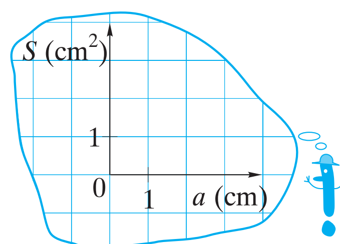
a)

$r =$	0	1	2	3	4	5
$R =$	3	5	7	9	11	13

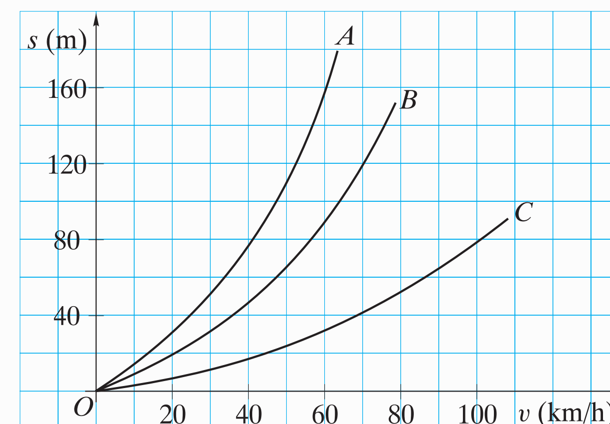
b)

$r =$	0	1	2	3	4	5
$R =$	1	2	5	10	17	26

156. Koordinačių plokštumoje nubraižykite kvadrato ploto S (cm^2) priklausomybės nuo kraštinės ilgio a (cm) grafiką, kai jo kraštinės ilgis yra tarp 1 cm ir 4 cm. Remdamiesi grafiku, raskite (apytiksliai):
a) kvadrato plotą, kai jo kraštinės ilgis centimetrais yra 0,8; 2,2; 3,1;
b) kvadrato kraštinės ilgį, kai jo plotas kvadratiniais centimetrais yra 2; 6; 12.



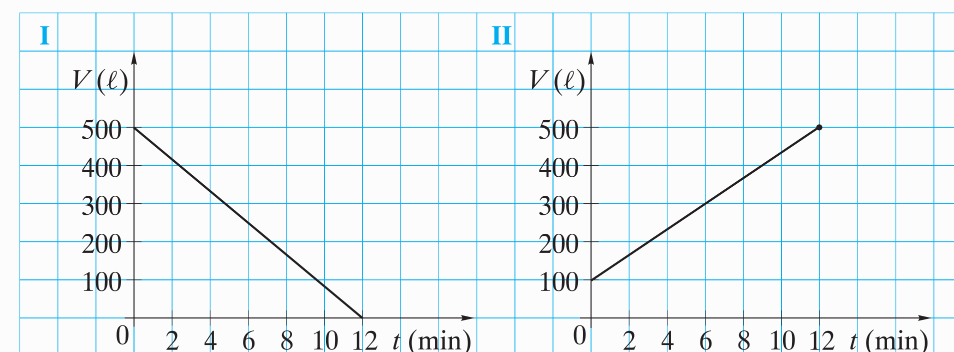
157. Grafikai vaizduoja automobilio stabdymo kelio s (metrais) priklausomybę nuo važiavimo greičio v (kilometrais per valandą) važiuojant apledėjusiu (kreivė OA), šlapiu (kreivė OB) ir sausu (kreivė OC) asfaltu.



a) Koks automobilio stabdymo kelias kiekvienu atveju, jei automobilis važiuoja 40 km/h greičiu? 50 km/h greičiu? 60 km/h greičiu?
b) Kokiu greičiu turi važiuoti automobilis apledėjusiu, šlapiu ir sausu asfaltu, kad stabdymo kelias neviršytų 40 m? 60 m? 80 m?



158. Sanatorijoje „Sveikas“ yra du vienodi baseinai. Vienas iš tų baseinų buvo sklidinas vandens, o kitame buvo šiek tiek vandens. Lygiai 12^{00} buvo pradėta išleidinėti vandenį iš sklidino baseino ir prileidinėti vandenį į apytuštį baseiną. Grafikuose pavaizduota, kaip tuose baseinuose keitėsi vandens tūris V (litrais) priklausomai nuo laiko t (minutėmis).



1) Nustatykite, kuris grafikas kurį procesą vaizduoja.
2) Remdamiesi grafikais, raskite:
a) kiek litrų vandens buvo kiekviename baseine iš pradžių;
b) kiek litrų vandens buvo kiekviename baseine po 4 min; 8 min; 9 min;
c) po kelių minučių kiekviename baseine buvo 200 ℓ; 300 ℓ; 450 ℓ vandens.



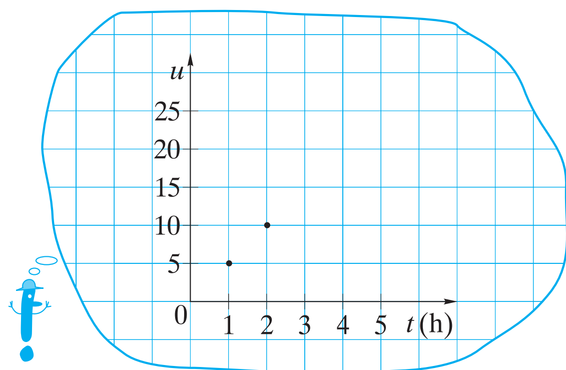
DIRBAME

1 užduotis. Ona sprendžia uždavinius. Per vieną valandą ji išsprendžia 5 uždavinius.
1) Kiek uždavinių Ona išspręs per 1 h? 2 h? 3 h?
2) Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę.

Sprendimo laikas $t =$	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h
Išspręstų uždavinių skaičius $u =$	5	10			

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Onos išspręstų uždavinių skaičių u per laiką t (valandomis).

4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip Onos išspręstų uždavinių skaičius u priklauso nuo sprendimo laiko t (valandomis).



2 užduotis. Jonas turi išspręsti 60 uždavinių.
1) Kiek uždavinių turės išspręsti Jonas per 1 valandą, jei visus uždavinius jis nori išspręsti per 1 h? 2 h? 3 h?
2) Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę.

Sprendimo laikas $t =$	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h
Per 1 h išspręstų uždavinių skaičius $u =$	60	30			

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, kiek uždavinių turės išspręsti Jonas per valandą, jei uždavinius jis spręs t valandų.
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip Jono per 1 valandą išspręstų uždavinių skaičius u priklauso nuo sprendimo laiko t (valandomis).

159. Audėja per 1 dieną išaudžia 4 m ilgio juostą.
1) Kokio ilgio juostą išaus audėja per 1 dieną? 3 dienas? 5 dienas?
2) Nusibraižykite ir užbaikite pildyti lentelę.

Dienų skaičius $m =$	1	3	5	7	9
Išaustos juostos ilgis $l =$					

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti išaustos juostos ilgį l (metrais), kai audėja dirbo m dienų.
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip išaustos juostos ilgis l priklauso nuo darbo dienų skaičiaus m.

160. Reikia kasamąja mašina iškasti 240 m ilgio griovį.
1) Per kiek laiko bus iškastas šis griovys, jei kasamoji mašina per valandą iškasa griovį, kurio ilgis yra 3 m? 6 m? 12 m? 15 m? 18 m?
2) Nusibraižykite ir užbaikite pildyti lentelę.

Per valandą iškasto griovio ilgis $k =$	3 m	6 m	12 m	15 m	18 m
Kasimo laikas $t =$					

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, per kiek laiko t (valandomis) bus galima iškasti 240 m ilgio griovį, kai per valandą iškasamas k metrų ilgio griovys.
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip griovio kasimo laikas priklauso nuo per vieną valandą iškasamo griovio ilgio.

161. Šventei reikia pagaminti 840 atvirukų.
Apskaičiuokite, per kiek laiko šiuos atvirukus pagamintų:
1) Monika, jei ji per valandą pagamina 10 atvirukų;
2) Birutė, jei ji per valandą pagamina 14 atvirukų;
3) abi mergaitės — Monika ir Birutė, dirbdamos kartu.

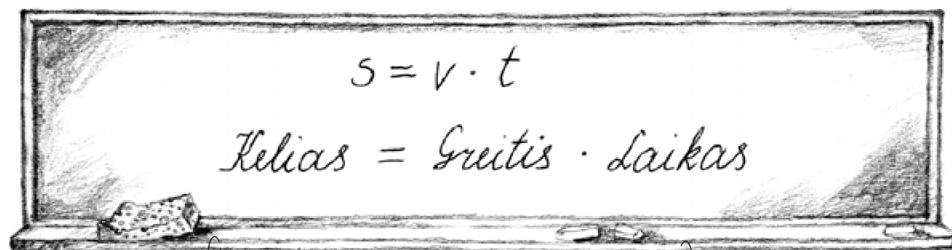
162. Traktorininkas visą lauką suaria per 12 dienų. Kurią lauko dalį jis suaria per vieną dieną? per 2 dienas? per 3 dienas? per n dienų?

163. Dažytojas visą sieną nudažo per 28 valandas. Kurią sienos dalį jis nudažo per valandą? per 4 valandas? per t valandų?

164. Per valandą ištapetuojama $\frac{1}{5}$ kambario sienų ploto. Per kiek valandų bus ištapetuotos visos kambario sienos?

165. Vytas per 1 valandą pagamina 8 detales. Jonas per 1 valandą pagamina 6 detales.
1) Kiek detalių pagamina Vytas per t valandų?
2) Kiek detalių pagamina Jonas per t valandų?
3) Kiek detalių pagamina Vytas ir Jonas kartu per t valandų?
4) Kiek detalių daugiau pagamina Vytas negu Jonas per t valandų?

VAŽIUOJAME



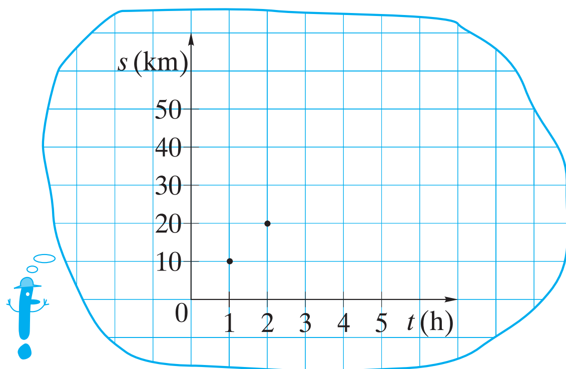
Nuvažiuotas atstumas lygus važiavimo greičio ir laiko sandaugai.

1 užduotis. Jonas dviračiu važiuoja 10 kilometrų per valandą (km/h) greičiu.

1) Kiek kilometrų nuvažiuos Jonas per 1 h? 2 h? 3 h?
2) Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę.

Važiavimo laikas $t =$	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h
Nuvažiuotas atstumas $s =$	10 km	20 km			

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Jono nuvažiuotą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip Jono nuvažiuotas atstumas s (km) priklauso nuo važiavimo laiko t (h).



2 užduotis. Jonas nuvažiavo 120 kilometrų.

$v = s : t$

1) Kokiu greičiu važiavo Jonas, jei jis važiavo 1 h? 2 h? 3 h?
2) Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę.

Važiavimo laikas $t =$	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h
Važiavimo greitis $v =$	120 km/h	60 km/h			

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, kokiu greičiu v (kilometrais per valandą) važiavo Jonas, jei jis važiavo t valandų.

166. Modestas važiuoja motoroleriu 25 km/h greičiu.

1) Kokį atstumą nuvažiuos Modestas per 1 h? 2 h? 3 h? 4 h?
2) Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

Važiavimo laikas $t =$	1 h	2 h	3 h	4 h
Nuvažiuotas atstumas $s =$				

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Modesto nuvažiuotą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip Modesto nuvažiuotas atstumas s (km) priklauso nuo važiavimo laiko t (h).

167. Lėktuvas nuskrido 600 kilometrų.

1) Kokiu greičiu skrido lėktuvas, jei šį atstumą įveikė per 2 h? 3 h? 4 h? 5 h?
2) Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

Skridimo laikas $t =$	2 h	3 h	4 h	5 h
Skridimo greitis $v =$				

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, kokiu greičiu (km/h) skrido lėktuvas, jei jis skrido t valandų.

168. Automobilis nuvažiavo 360 kilometrų.

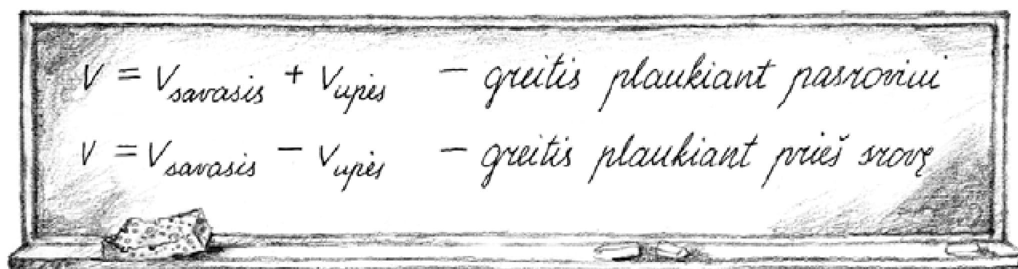
1) Kiek laiko jis važiavo, jei jo važiavimo greitis lygus 60 km/h? 90 km/h? 120 km/h? 180 km/h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti važiavimo laiką t (h) priklausomai nuo greičio v (km/h).

169. Iš dviejų miestų A ir B vienas priešais kitą išvažiavo du motociklininkai. Jie susitiko po 3 valandų.

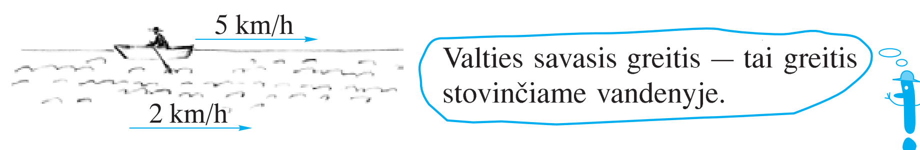


1) Kiek kilometrų iki susitikimo nuvažiavo pirmasis motociklininkas, jei jis važiavo 42 km/h greičiu?
2) Kiek kilometrų iki susitikimo nuvažiavo antrasis motociklininkas, jei jis važiavo 48 km/h greičiu?
3) Koks atstumas yra tarp miestų A ir B?

PLAUKIAME



1 užduotis. Rimas plaukia valtimi upe *pasroviui*. Upės tėkmės greitis yra 2 km/h. Valties savasis greitis yra 5 km/h.

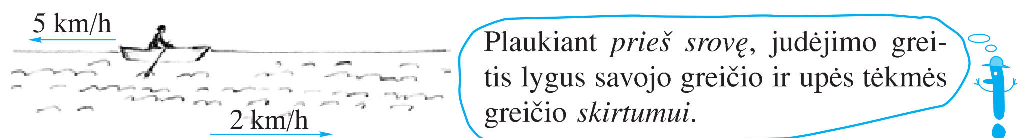


Valties savasis greitis — tai greitis stovinčiame vandenyje.

1) Kokiu greičiu (kranto atžvilgiu) plaukia Rimas?
2) Kiek kilometrų nuplauks Rimas per 1 h? 2 h? 3 h?
3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Rimo nuplauktą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).

Plaukiant *pasroviui*, judėjimo greitis v lygus plaukimo greičio $v_{savasis}$ ir upės tėkmės greičio $v_{upės}$ *sumai*.

2 užduotis. Jonė plaukia valtimi upe *prieš srovę*. Upės tėkmės greitis yra 2 km/h. Valties savasis greitis yra 5 km/h.



Plaukiant *prieš srovę*, judėjimo greitis lygus savojo greičio ir upės tėkmės greičio *skirtumui*.

1) Kokiu greičiu (kranto atžvilgiu) plaukia Jonė?
2) Kiek kilometrų nuplauks Jonė per 1 h? 2 h? 3 h?
3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti Jonės nuplauktą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).



170. Upe, kurios tėkmės greitis yra 2,5 km/h, plaukia rąstas. Kiek metrų nuplauks rąstas per 1 h? 2 h? 2,5 h? t h?

171. Katerio savasis greitis yra v km/h. Jis plaukia upe, kurios srovės greitis yra v_1 km/h. Kuri formulė
A $s = tv$, **B** $s = t(v + v_1)$, **C** $s = t(v - v_1)$
nusako, kiek kilometrų nuplauks kateris per t valandų, jei jis:
a) plaukia pasroviui? b) plaukia prieš srovę? c) plauktų ežeru?

172. Laivo savasis greitis yra 22 km/h. Upės srovės greitis yra 2 km/h. Laivas plaukia pasroviui.
1) Raskite, kiek kilometrų nuplauks laivas per 1 h; 3 h; 5 h.
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti laivo nuplauktą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).

173. Valties savasis greitis yra 18 km/h. Upės srovės greitis yra 1 km/h. Valtis plaukia prieš srovę.
1) Raskite, kiek kilometrų nuplauks valtis per 1 h; 2 h; 4 h.
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti valties nuplauktą atstumą s (kilometrais) per laiką t (valandomis).

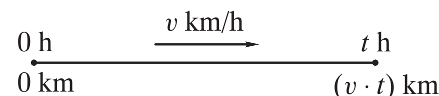
174. Garlaivio greitis yra 35 km/h, o upės tėkmės greitis yra 3 km/h.
a) Koks garlaivio greitis plaukiant pasroviui?
b) Kiek kilometrų nuplauks garlaivis, plaukdamas pasroviui, per 1 h? 2 h? 3 h?
c) Koks garlaivio greitis plaukiant prieš srovę?
d) Kiek kilometrų nuplauks garlaivis, plaukdamas prieš srovę, per 1 h? 2 h? 3 h?

175. Motorlaivio greitis yra 42 km/h, o upės tėkmės greitis yra 2 km/h.
1) Kiek kilometrų nuplauks motorlaivis:
   a) per 3 valandas, plaukdamas *pasroviui*?
   b) per 2 valandas, plaukdamas *prieš srovę*?
   c) per t valandų, plaukdamas *pasroviui*?
   d) per t valandų, plaukdamas *prieš srovę*?
2) Kiek kilometrų nuplauktų motorlaivis, plaukdamas ežeru:
   a) per 3 valandas? b) per 2,5 valandos? c) per t valandų?
3) Kiek kilometrų nuplauktų motorlaivis, jei jis:
   a) iš pradžių 2 valandas plauktų ežeru, o tada dar 2,5 valandos plauktų upe pasroviui?
   b) iš pradžių 3 valandas plauktų upe prieš srovę, o tada dar 2,5 valandos plauktų ežeru?

APIBENDRINAME

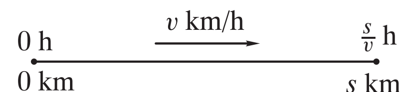
Nuvažiuotas atstumas s lygus važiavimo greičio v ir važiavimo laiko t sandaugai:
$s = v \cdot t$.

Kai $v = 10$ km/h, o $t = 2$ h,
tai $s = 10 \cdot 2 = 20$ (km).



Važiavimo laikas t lygus nuvažiuotam atstumui s, padalytam iš važiavimo greičio v:
$t = s : v = \frac{s}{v}$.

Kai $s = 20$ km, o $v = 10$ km/h,
tai $t = 20 : 10 = 2$ (h).



Važiavimo greitis v lygus nuvažiuotam atstumui s, padalytam iš važiavimo laiko t:
$v = s : t = \frac{s}{t}$.

Kai $s = 20$ km, o $t = 2$ h,
tai $v = 20 : 2 = 10$ (km/h).



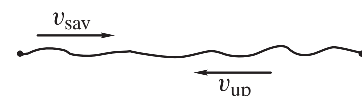
Plaukiant pasroviui, greitis v lygus plaukimo greičio $v_{savasis}$ ir upės tėkmės greičio $v_{upės}$ sumai:
$v = v_{sav} + v_{up}$.

Kai $v_{sav} = 5$ km/h,
o $v_{up} = 2$ km/h,
tai $v = 5 + 2 = 7$ (km/h).



Plaukiant prieš srovę, greitis v lygus plaukimo greičio $v_{savasis}$ ir upės tėkmės greičio $v_{upės}$ skirtumui:
$v = v_{sav} - v_{up}$.

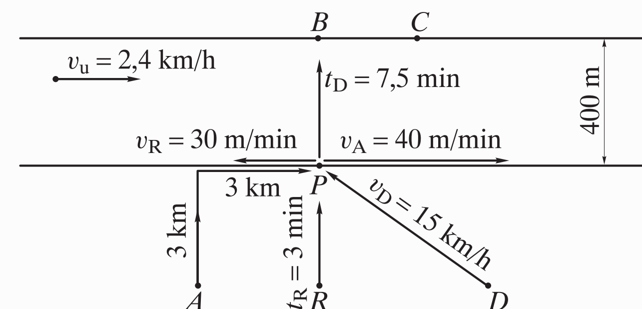
Kai $v_{sav} = 5$ km/h,
o $v_{up} = 2$ km/h,
tai $v = 5 - 2 = 3$ (km/h).





Trys draugai, neskaitant šuns

Adomas, Romas, Domas ir Domo šuo Ponas iškylavo. Schemoje pavaizduota jų iškyla.



1) Adomas iš namų A į poilsiavietę P išėjo 8^{00}. Kada jis atėjo į poilsiavietę, jeigu ėjo 5 km/h greičiu?
2) Romą iš namų R į poilsiavietę atvežė tėtis automobiliu. Kelionėje jis užtruko 3 min. Kokiu greičiu važiavo tėtis, jei atstumas nuo Romo namų iki poilsiavietės yra toks pat kaip ir atstumas nuo Adomo namų iki upės?
3) Domas iš namų D į poilsiavietę P išvažiavo dviračiu (šuo bėgo greta). Koks atstumas nuo Domo namų iki poilsiavietės, jei Domas iš namų išvažiavo 7^{42}, o į poilsiavietę atvažiavo tuo pačiu metu kaip ir Adomas?

Pailsėję draugai nutarė pasimaudyti upėje. Jie tuo pačiu metu išplaukė skirtingomis kryptimis: Romas — prieš srovę, Adomas — pasroviui, Domas — statmenai krantui.

4) Paplaukęs 5 minutes, Adomas išlipo į krantą. Kiek metrų nuo poilsiavietės jis nuplaukė?
5) Romas plaukė $\frac{1}{12}$ valandos ir išlipo į krantą. Koks buvo tuo metu atstumas tarp Romo ir Adomo?
6) Kokiu greičiu plaukė Domas?

Nors Domas visą laiką plaukė statmenai upės krantams, dėl srovės kitą krantą jis pasiekė ne taške B, kaip norėjo, bet taške C.

7) Apskaičiuokite atstumą BC ir atstumą PC.

Išlipęs į krantą, Romas pradėjo šaukti, nes pamatė, kad šuo Ponas kramto ant kranto paliktus jų batus (šuo šia veikla užsiėmė, kai tik draugai išplaukė).

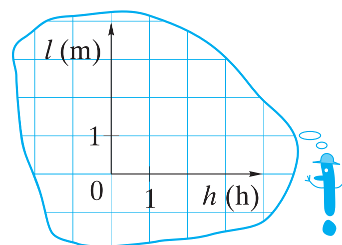
8) Kiek batų spėjo apgraužti Ponas, jei jis vieną batą graužė $\frac{5}{6}$ minutės, o liovėsi graužti, kai išgirdo šaukiantį Romą?

SPRENDŽIAME

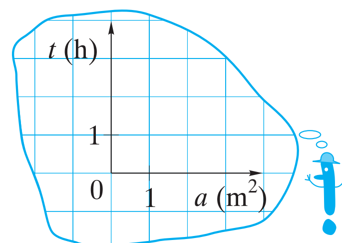
176. Traktorius per valandą išaria 124,5 m ilgio ruožą.
1) Kokio ilgio ruožą jis išars per 2 h? 4 h? 6 h? 8 h?
2) Nusibraižykite ir užpildykite lentelę.

Darbo valandų skaičius $h =$	2	4	6	8
Išarto ruožo ilgis $l =$				

3) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti traktoriaus išarto ruožo ilgį l (metrais) per darbo valandų skaičių h.
4) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip traktoriaus išarto ruožo ilgis l priklauso nuo artų valandų skaičiaus h.



177. Reikia numegzti 420 m^2 megzinį.
1) Kiek laiko reikės megzti, jei mezgimo mašina per valandą numezga 14 m^2? 20 m^2? 21 m^2? 30 m^2? 70 m^2?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, per kiek laiko t (valandomis) bus numegzta 420 m^2 megzinio, kai per valandą numezgama a kvadratinių metrų.
3) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip mezgimo laikas priklauso nuo per vieną valandą numezgamo megzinio ploto.



178. Per vieną valandą, leidžiant vandenį pirmuoju vamzdžiu, pripildoma $\frac{1}{6}$ baseino, o antruoju vamzdžiu — $\frac{1}{8}$ baseino. Apskaičiuokite:
1) per kiek valandų būtų pripildytas baseinas, leidžiant vandenį:
a) pirmuoju vamzdžiu; b) antruoju vamzdžiu;
2) kuri baseino dalis būtų pripildyta per 1 valandą, leidžiant vandenį abiem vamzdžiais kartu.

179. Virgis vieną detalę pagamina per 40 minučių. Per dieną jis pagamino 12 tokių detalių. Kiek detalių jis pagamintų per dieną, jei vienai detalei pagaminti sugaištų 30 minučių?

180. Ceche įrengti vienodi automatai gamina vienodas detales. Vienas automatas vieną detalę pagamina per 20 minučių. Per pamainą visi cecho automatai iš viso pagamina 120 detalių.
1) Kiek automatų yra ceche, jei pamaina trunka 8 valandas?

Planuojama cecho automatus patobulinti. Po rekonstrukcijos automatas vienai detalei pagaminti sugaiš 12 minučių mažiau negu iki tol.
2) Kiek detalių per pamainą bus pagaminama ceche po rekonstrukcijos?

181. Turistas eina 5,5 km/h greičiu.
1) Kiek kilometrų jis nueis per 1 h? 2 h? 2,5 h? 3 h? 4 h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti turisto nueitą kelią s (kilometrais) per laiką t (valandomis).
3) Nubraižykite grafiką, vaizduojantį, kaip turisto nueitas kelias s (km) priklauso nuo ėjimo laiko t (h).

182. Slidininkų trasos ilgis yra 88 km. Kokiu greičiu turi šliuožti slidininkas, kad šią trasą įveiktų per 4 h? 5 h? 8 h? 10 h? t h?

183. Iš dviejų miestų tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvažiavo du automobiliai ir susitiko po 2,5 valandos. Koks atstumas tarp šių miestų, jei vienas automobilis važiavo 75 km/h, o kitas — 80 km/h greičiu?

184. Tuo pačiu metu iš tos pačios vietos į skirtingas puses pradėjo ropoti du vabalai. Vienas vabalas ropoja 15 m/min, o kitas — 28 m/min greičiu. Koks atstumas bus tarp vabalų po 10 min? 60 min? 45 min? 2 h? t min?

185. Garlaivio savasis greitis yra 45 km/h. Upės srovės greitis yra 2,2 km/h.
1) Kiek kilometrų nuplaukė garlaivis pasroviui per 2 h? 4 h? 6,5 h? 8 h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti garlaivio nuplauktą atstumą s (km) per laiką t (h).

186. Baidarės savasis greitis yra 17 km/h. Upės srovės greitis yra 1,5 km/h.
1) Kiek kilometrų nuplaukė baidarė prieš srovę per 1 h? 2 h? 3 h? 4,5 h? 5 h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti baidarės nuplauktą atstumą s (km) per laiką t (h).


187. Vaiva kvadratinę aikštelę apeina per 24 minutes. Per kiek minučių ji apeis kvadratinę aikštelę, kurios plotas keturis kartus didesnis už pirmosios aikštelės plotą?


188. Darže medžiuose tupi keletas varnų. Jeigu kiekviename medyje tupėtų po vieną varną, tai vienai varnai pritrūktų medžio. Jeigu kiekviename medyje tupėtų po dvi varnas, tai viename medyje jų nebūtų iš viso. Kiek medžių yra darže?

TIESIOGIAI PROPORCINGI DYDŽIAI

Automobilis važiuoja 50 kilometrų per valandą greičiu. Kuo ilgiau automobilis važiuos, tuo didesnį atstumą nuvažiuos.

$s = 50 \cdot t$

Užduotis.

1) Kiek kilometrų nuvažiuos automobilis, jei jis važiuos 1 valandą?
2) Kiek kartų didesnį atstumą nuvažiuos automobilis, jei jis važiuos ne 1 valandą, o 2 kartus ilgesnį laiką? 3 kartus ilgesnį laiką? 5 kartus ilgesnį laiką? n kartų ilgesnį laiką?
3) Užpildykite lentelę ir nustatykite, kas turėtų būti parašyta vietoj klaustukų.

$\times n$ $\times 5$ $\times 3$ $\times 2$

Važiavimo laikas t =	1 h	2 h	3 h	5 h	...	n h
Nuvažiuotas atstumas $s = 50 \cdot t$ =	50 km	100 km				

$\times 2$ $\times ?$ $\times ?$ $\times ?$

4) Pabaikite sakinį:
Kiek kartų pailgėja važiavimo laikas, tiek pat kartų ... nuvažiuotas atstumas.

$s = 50 \cdot t$

Sakoma, kad dydžiai s ir t yra tiesiogiai proporcingi.

Du dydžiai vadinami *tiesiogiai proporcingais*, jei, vieno dydžio reikšmei padidėjus (sumažėjus) kelis kartus, tiek pat kartų padidėja (sumažėja) ir kito dydžio reikšmė.

5) Raskite lentelėje surašytų dydžių s ir t atitinkamų reikšmių santykius $\frac{s}{t}$. Ką pastebėjote?

Tiesiogiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių *santykiai* yra lygūs.

189. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra tiesiogiai proporcingi?

a)

x =	2	3	4	5
y =	8	12	16	20

b)

x =	3	4	5	6
y =	6	8	11	12

c)

x =	5	6	7	8
y =	25	30	35	40

d)

x =	1	2	3	4
y =	7	14	15	28

190. Pasvarstykite, ar duotieji dydžiai yra tiesiogiai proporcingi.
a) Cukraus masė ir jo kaina.
b) Kvadrato kraštinės ilgis ir jo plotas.
c) Kvadrato kraštinės ilgis ir jo perimetras.
d) Važiavimo laikas ir nuvažiuotas kelias, kai važiavimo greitis yra pastovus.
e) Kūno masė ir jo tūris.
f) Žmogaus ūgis ir batų dydis.

191. Užpildykite lentelę.

a)

Prekių kiekis (vienetais) =	1	2	3	4	5
Kaina litais už prekes =	5				25

b)

Medžiagos kiekis (metrais) =	100	200			1500
Pasiūtų kostiumų kiekis =	5		20	35	

192. Uždavinį išspręskite dviem būdais.
a) 100 km nuvažiuoti automobilis sunaudoja 8 litrus benzino. Kiek kilometrų gali nuvažiuoti automobilis, jei jo bake yra 28 litrai benzino?

Kiek kilogramų dažų reikės nudažyti 40 m^2 grindų, jei nudažyti 16 m^2 grindų sunaudojama 4,8 kg dažų?

I būdas

Nudažyti 1 m^2 reikia $4{,}8 : 16 = 0{,}3$ (kg) dažų.
Nudažyti 40 m^2 reikės $0{,}3 \cdot 40 = 12$ (kg) dažų.

II būdas

Dažų kiekis ir dažomas plotas yra tiesiogiai proporcingi dydžiai. Vadinasi, tų dydžių atitinkamų reikšmių santykiai yra vienodi. Ieškomą dažų kiekį pažymėkime x (kg). Tada $\frac{4{,}8}{16} = \frac{x}{40}$, $x = \frac{40 \cdot 4{,}8}{16} = 12$ (kg).

Atsakymas. 12 kg dažų.

b) Motociklas 100 km nuvažiuoti sunaudoja 5,5 litro benzino. Kiek benzino turi būti motociklo bake, kad būtų galima nuvažiuoti 220 kilometrų?

ATVIRKŠČIAI PROPORCINGI DYDŽIAI

Tadas planuoja nuvažiuoti 600 kilometrų. Kuo greičiau Tadas važiuos, tuo trumpiau jis užtruks.

$t = \frac{600}{v}$

Užduotis.

1) Kiek laiko važiuos Tadas, jei jis važiuos 10 km/h greičiu?
2) Kiek kartų sutrumpės Tado važiavimo laikas, jei jis važiuos ne 10 km/h greičiu, o 2 kartus greičiau? 3 kartus greičiau? 5 kartus greičiau? n kartų greičiau?
3) Užpildykite lentelę ir nustatykite, kas turėtų būti parašyta vietoj klaustukų.

$\times n$
$\times 5$
$\times 3$
$\times 2$

Važiavimo greitis $v =$	$10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	...	$10 \cdot n\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$
Važiavimo laikas $t = \frac{600}{v} =$	60 h	30 h				

$: 2$
$: ?$
$: ?$
$: ?$

4) Pabaikite sakinį:
Kiek kartų padidėja važiavimo greitis, tiek pat kartų ... važiavimo laikas.

$t = \frac{600}{v}$

Sakoma, kad dydžiai v ir t yra atvirkščiai proporcingi.

Du dydžiai vadinami *atvirkščiai proporcingais*, jei, vieno dydžio reikšmei padidėjus (sumažėjus) kelis kartus, tiek pat kartų sumažėja (padidėja) ir kito dydžio reikšmė.

5) Raskite lentelėje surašytų dydžių v ir t atitinkamų reikšmių sandaugas $v \cdot t$. Ką pastebėjote?

Atvirkščiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių *sandaugos* yra lygios.

193. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra atvirkščiai proporcingi?

a)

$x =$	2	1	4	0,5
$y =$	2	4	1	8

b)

$x =$	3	2	6	12
$y =$	2	3	1	0,5

c)

$x =$	2	3	4	1
$y =$	4	5	2	8

d)

$x =$	4	2	0,2	1
$y =$	5	10	100	20

194. Dydžiai m ir n yra atvirkščiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę.

a)

$m =$	2	5		0,1	
$n =$	5		1		10

b)

$m =$	6	4		12	
$n =$		6	1		2

195. Stačiakampio plotas lygus 140 dm^2.

1) Užbaikite pildyti lentelę; čia a ir b yra stačiakampio kraštinės.

a (dm) $=$	2		7		14	
b (dm) $=$		140		5		100

2) Įsitikinkite, kad dydžiai a ir b yra atvirkščiai proporcingi.

196. Uždavinį išspręskite dviem būdais.

a) 8 darbininkai salės sienas išdažė per 18 valandų. Kiek laiko užtruktų dažydami salės sienas 4 darbininkai?

Šeši darbininkai gali pastatyti tvorą per 12 valandų. Per kiek laiko pastatytų tą tvorą 2 darbininkai?

I būdas

Darbininkų skaičius sumažėjo $6 : 2 = 3$ kartus. Vadinasi, tam pačiam darbui atlikti reikės 3 kartus daugiau laiko: $12 \cdot 3 = 36$ (h).

II būdas

Tarkime, kad 2 darbininkai atliks šį darbą per x valandų. Darbininkų skaičius ir laikas, sugaištas tam darbui atlikti, yra atvirkščiai proporcingi dydžiai. Vadinasi, tų dydžių sandaugos lygios:
$6 \cdot 12 = 2 \cdot x, \quad x = \frac{6 \cdot 12}{2} = 36$ (h).

Atsakymas. Per 36 valandas.

b) Name parketą 5 darbininkai sudėjo per 72 valandas. Kiek darbininkų tą parketą būtų sudėję per 24 valandas?

PROPORCINGOJI DALYBA

1 užduotis. Agota nusipirko 2 litrus koncentruotų sulčių. Ant etiketės buvo užrašyta:



Tai reiškia, kad 1 daliai koncentrato reikia imti 5 dalis vandens!

1) Kiek litrų sulčių gėrimo galima gauti iš:
a) 1 litro sulčių koncentrato? b) 2 litrų sulčių koncentrato?

Kiekvienam litrui koncentrato reikia paimti 5 litrus vandens, todėl iš 10 litrų koncentrato gausime 60 litrų sulčių gėrimo, nes:

$$\underbrace{10\,\ell}_{\text{Koncentratas}} + \underbrace{10\,\ell\cdot 5}_{\text{Vanduo }(H_2O)} = 10\,\ell + 50\,\ell = \underbrace{60\,\ell}_{\text{Sulčių gėrimas}}$$

2) Kiek litrų koncentrato reikia paimti norint paruošti:
a) 30 litrų sulčių gėrimo? b) 5 litrus sulčių gėrimo?

Jei koncentrato kiekį pažymėsime x, tai gėrime bus $5x$ vandens.
Jei gėrimo yra 30 litrų, tai:
$x + 5x = 30$, $6x = 30$, $x = 5$ (litrai).

2 užduotis. Tėvas iš cemento ir žvyro ruošė betoną. Sūnus paklausė: „Iš kur žinoti, kiek imti žvyro ir kiek cemento?“ Tėvas daug neaiškinęs tarė: „Aš imu 9 kastuvus žvyro ir 2 kastuvus cemento“.

Sakoma: žvyras su cementu maišomas santykiu 9 su 2.
Rašoma: žvyras : cementas = 9 : 2.

1) Kiek reikės kastuvų cemento, imant 45 kastuvus žvyro?
2) Kiek kastuvų cemento ir kiek kastuvų žvyro reikia paimti norint paruošti 220 kastuvų betono?

Imant $9x$ kastuvų žvyro, imama $2x$ kastuvų cemento.
Jei reikia 220 kastuvų betono, tai $9x + 2x = 220$.
Iš gautos lygties apskaičiuosime x reikšmę.

197. Gaminant iš acto tirpalą marinatui, recepte nurodyta, kad actą reikia skiesti vandeniu santykiu 1 : 3.
1) Kiek gausime tirpalo iš:
a) 1 litro acto? b) 100 g acto? c) 0,5 litro acto?
2) Kiek gramų acto reikia paimti norint paruošti:
a) 400 g tirpalo? b) 800 g tirpalo? c) 2 litrus tirpalo?

198. Žiemą keliai kartais barstomi druskos ir žvyro mišiniu. Druska ir žvyras maišomi santykiu 2 : 25.
1) Kiek druskos ir kiek žvyro buvo išbarstyta, jei buvo išbarstyta:
a) 270 kg mišinio? b) 540 kg mišinio? c) 1 t mišinio?
2) Kiek reikia paimti kilogramų druskos ir kiek kilogramų žvyro, kad paruošto mišinio masė būtų:
a) 108 kg? b) 405 kg? c) 958,5 kg?

199. Lituojant įvairius skardos gaminius, naudojamas lydinys, kuris susideda iš vienos dalies švino ir dviejų dalių alavo. Kiek švino ir kiek alavo yra:
a) 120 g lydinio? b) 600 g lydinio? c) 3 kg lydinio?

200. Mama kepė sausainius ir padalijo juos močiutei, dukrai ir tėčiui santykiu 2 : 3 : 1. Kiek sausainių gavo kiekvienas iš jų, jei mama iškepė:
a) 12 sausainių? b) 30 sausainių? c) 90 sausainių?

$2 : 3 : 1 = 2x : 3x : x$

Dukrai

$2x + 3x + x =$ Mamos iškeptų sausainių skaičius

Močiutei Tėčiui

201. Trikampio kraštinių ilgių santykis yra 5 : 4 : 3. Raskite kiekvienos kraštinės ilgį, kai trikampio perimetras lygus:
a) 48 cm; b) 60 cm; c) 54 cm.

Trikampio kraštinių ilgiai sutinka kaip 3 : 2 : 2.
Trikampio perimetras lygus 70 cm.
Kam lygi ilgiausioji trikampio kraštinė?

(Trikampis su kraštinėmis $2x$, $2x$, $3x$)

$3x + 2x + 2x = 70$,
$7x = 70$,
$x = 10$.

Vadinasi, ilgiausioji kraštinė lygi $3x = 3\cdot 10 = 30$ (cm).

202. Už darbą Mantas, Jonas ir Ignas gavo 350 litų. Kiek pinigų turi gauti kiekvienas berniukas, jei Mantas dirbo 10 valandų, Jonas — 12 valandų, Ignas — 13 valandų?

APIBENDRINAME

Du dydžiai vadinami *tiesiogiai proporcingais*, jeigu, vieno dydžio reikšmei kelis kartus *padidėjus* (sumažėjus), kito dydžio reikšmė tiek pat kartų *padidėja* (sumažėja).

$2 \cdot 3$

$m =$	2	3	4	6	15
$n =$	6	9	12	18	45

$6 \cdot 3$

$15 : 5$

$m =$	2	3	4	6	15
$n =$	6	9	12	18	45

$45 : 5$

Tiesiogiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių santykiai yra lygūs.

$$\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = \frac{45}{15} = 3$$

Du dydžiai vadinami *atvirkščiai proporcingais*, jeigu, vieno dydžio reikšmei kelis kartus *padidėjus* (sumažėjus), kito dydžio reikšmė tiek pat kartų *sumažėja* (padidėja).

$1 \cdot 36$

$a =$	1	2	3	18	36
$b =$	18	9	6	1	0,5

$18 : 36$

$36 : 12$

$m =$	1	2	3	18	36
$n =$	18	9	6	1	0,5

$0{,}5 \cdot 12$

Atvirkščiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių sandaugos yra lygios.

$$1 \cdot 18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 18 \cdot 1 = 36 \cdot 0{,}5 = 18$$

Dydžių A ir B santykis $A : B$ parodo, kad tie dydžiai įgyja reikšmes Ax ir Bx, kur x — nelygus 0 skaičius.

Jei dydžių A ir B santykis lygus $2 : 3$, tai reiškia, kad dydis $A = 2x$, o $B = 3x$.

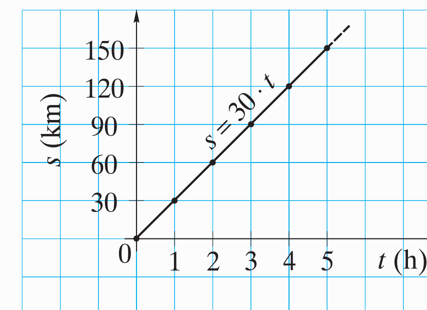
$x =$	1	2	2,5
$A =$	2	4	5
$B =$	3	6	7,5

$A : B = 2 : 3$

Tiesiogiai proporcingų ir atvirkščiai proporcingų dydžių grafikai

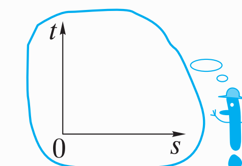
Nuvažiuoto kelio s priklausomybė nuo važiavimo laiko t, kai važiuojama 30 kilometrų per valandą pastoviu greičiu, užrašyta lentele ir pavaizduota grafiku.

t (h) $=$	0	1	2	3	4	5
s (km) $=$	0	30	60	90	120	150



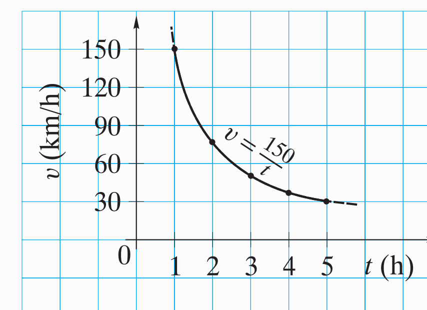
Tiesiogiai proporcingus dydžius atitinkantys taškai išsidėstę vienoje *tiesėje*.

1) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti važiavimo laiką t, kai važiuojama 10 km/h greičiu ir nuvažiuojamas atstumas lygus s. Nubraižykite t priklausomybės nuo s grafiką.



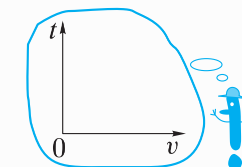
Važiavimo greičio v priklausomybė nuo važiavimo laiko t, kai važiuojama 150 km, užrašyta lentele ir pavaizduota grafiku.

t (h) $=$	1	2	3	4	5
v (km/h) $=$	150	75	50	37,5	30



Atvirkščiai proporcingus dydžius atitinkantys taškai išsidėstę kreivėje, kuri vadinama *hiperbole*.

2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti važiavimo laiką t, kai nuvažiuotas atstumas lygus 200 km, o važiuojama greičiu, lygiu v. Nubraižykite t priklausomybės nuo v grafiką.



SPRENDŽIAME

203. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra tiesiogiai proporcingi?

a)

$x =$	6	3	12
$y =$	2	1	4

b)

$x =$	1	2	3
$y =$	0,3	0,4	0,5

204. Dydžiai m ir n yra tiesiogiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę.

a)

$m =$	2	0,2		7	
$n =$	22		3,3		1,21

b)

$m =$	1		5	10	
$n =$		0,6	6		1

205. Dviejų teigiamų dydžių x ir y priklausomybė nusakyta taip: „Skaičius y gaunamas prie 2 ir x sandaugos pridėjus vienetą“.
1) Užrašykite šią priklausomybę formule.
2) Persibraižykite ir užpildykite lentelę.

$x =$	1	2	3	4	5	6
$y =$						

3) Nubraižykite šios priklausomybės grafiką.
4) Ar dydžiai x ir y yra tiesiogiai proporcingi? Paaiškinkite kodėl.

206. 3,5 kg kriaušių kainuoja 9,1 lito.
a) Kiek litų kainuos x kg kriaušių?
b) Kiek litų kainuos 2,6 kg kriaušių?
c) Ar užteks 25 litų, norint nupirkti 10 kg kriaušių?

207. Kiek kainuos 6,5 m audinio, kurio 0,8 m kainuoja 5,4 lito?

208. Už 15 valandų darbo darbininkas gauna 58,5 lito. Kiek litų jis gaus už 8 valandas darbo?

209. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra atvirkščiai proporcingi?

a)

$x =$	2	3,6	6	9
$y =$	18	10	6	4

b)

$x =$	4	16	10	2
$y =$	20	5	8	40

210. Dydžiai m ir k yra atvirkščiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę.

a)

$m =$	1	2		0,5	
$k =$	6		3		60

b)

$m =$	4	0,1		25	
$k =$	5		10		0,1

211. Dviejų teigiamų dydžių x ir y priklausomybė nusakyta taip: „Skaičius y gaunamas prie 2 ir x dalmens pridėjus vienetą“.
1) Užrašykite šią priklausomybę formule.
2) Persibraižykite ir užpildykite lentelę.

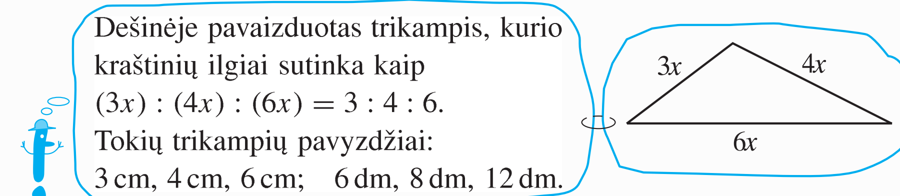
$x =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$y =$							

3) Nubraižykite šios priklausomybės grafiką.
4) Ar dydžiai x ir y yra atvirkščiai proporcingi? Paaiškinkite kodėl.

212. Išvežti kroviniui reikia 12 sunkvežimių, kurių kiekvieno keliamoji galia yra 3,5 t. Kiek šiam kroviniui išvežti reikės sunkvežimių, kurių keliamoji galia yra 2 t? 1,5 t?

213. 7 mūrininkai išmūrija sieną per 28 valandas. Per kiek valandų šį darbą atliktų 1 mūrininkas? 14 mūrininkų? 28 mūrininkai?

214. Nubraižykite du nelygius trikampius, kurių kraštinių ilgiai sutiktų kaip 2 : 3 : 4.



215. Gaminant bronzą, imama 17 dalių vario, 2 dalys cinko ir 1 dalis alavo.
1) Kiek kiekvienos medžiagos reikia paimti norint gauti:
a) 100 g bronzos? b) 2 kg bronzos? c) 3,2 kg bronzos?
2) Olimpinis bronzos medalis sveria apie 340 gramų. Kiek jame yra vario?

216. Vytautas pirko obuolių. Juos pasidalijo mama, tėtis ir pats Vytautas santykiu 2 : 1 : 3. Kiek obuolių gavo kiekvienas, jei Vytautas nupirko:
a) 12 obuolių? b) 36 obuolius? c) 3 obuolius?

217. Stačiakampio gretasienio ilgis, plotis ir aukštis sutinka kaip 2 : 3 : 5. Koks yra stačiakampio gretasienio ilgis, plotis ir aukštis, jeigu jo visų briaunų ilgių suma lygi:
a) 40 cm? b) 3,6 m? c) 10,8 dm?


218. *Senovinis uždavinys.* Jei 10 dirhamų (piniginis vienetas) per du mėnesius duoda 5 dirhamų pelną, tai kokį pelną duos 8 dirhamos per 3 mėnesius?



PASITIKRINAME

219. Stačiakampio ilgis yra $a = 8$ cm, o plotas lygus S cm^2. Užrašykite formulę stačiakampio pločiui b rasti ir apskaičiuokite jo plotį, kai S lygus:
a) 16 cm^2; b) 96 cm^2; c) 17,6 cm^2.

220. Traukinys važiuoja 72 kilometrų per valandą greičiu.
1) Kiek kilometrų nuvažiuos traukinys per 2 h? 5 h? 1,2 h?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti traukinio nuvažiuotą kelią s (kilometrais) per laiką t (valandomis).

221. Užpildykite lentelę, kai $M = 3n$ (čia n — natūralusis skaičius).

$n =$	1	2		7	11		
$M =$	3	6	15			45	93

222. Remdamiesi lentele, užrašykite formulę, pagal kurią būtų galima apskaičiuoti N reikšmę, kai žinoma n reikšmė.

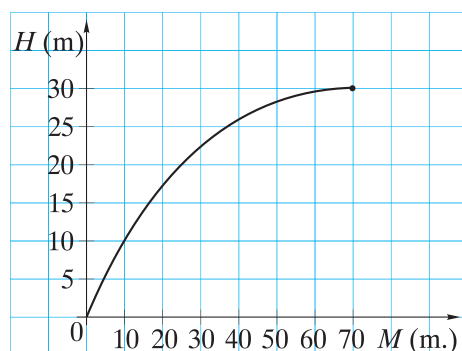
a)

$n =$	2	4	6	9	10
$N =$	12	24	36	54	60

b)

$n =$	1000	100	50	20
$N =$	100	10	5	2

223. Grafikas vaizduoja, kaip kito ąžuolo aukštis H (metrais) priklausomai nuo jo amžiaus M (metais).



Remdamiesi grafiku, raskite:
a) kokio maždaug aukščio buvo ąžuolas, kai jam buvo 10; 30; 60 metų;
b) kada maždaug ąžuolas pasiekė 15; 20; 25 metrų aukštį.

224. Reikia atspausdinti 250 puslapių tekstą. Kiek laiko reikės spausdinti šiam tekstui, jei per 1 valandą atspausdinama:
a) 10 puslapių? b) 25 puslapiai? c) 12,5 puslapio? d) n puslapių?

225. Stalius per 1 valandą pagamina 3 detales. Kiek laiko reikės staliui, kad pagamintų:
a) 9 detales? b) 12 detalių? c) 45 detales? d) n detalių?

226. Raitelis joja 18 km/h greičiu. Kiek kilometrų nujos raitelis per 1 h? 3 h? 4 h? 5 h? t h?

227. Kokiu greičiu turi ropoti vabalas, kad pasiektų 12 m aukščio medžio viršūnę per:
a) 2 min? b) 4 min? c) 20 min?

228. Valties savasis greitis yra 25 km/h, o upės tėkmės greitis yra 2 km/h. Kiek kilometrų nuplauks valtis pasroviui per 1 h? 3 h? 5 h? 10 h? t h?

229. Kateris, kurio savasis greitis yra 40 km/h, plaukia prieš srovę. Upės srovės greitis yra 3 km/h. Kiek kilometrų nuplauks kateris per 1 h? 2 h? 3 h? 0,5 h? t h?

230. Nustatykite, ar dydžiai x ir y yra tiesiogiai proporcingi.

a)

$x =$	2	3	6	9
$y =$	8	12	24	36

b)

$x =$	2	3	4	5
$y =$	3	4	5	6

231. Dydžiai a ir m yra tiesiogiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę.

a)

$a =$	2	4		70
$m =$	14		56	

b)

$a =$	20	30		90
$m =$	4		7	

232. Ar dydžiai, kurių reikšmės surašytos lentelėje, yra atvirkščiai proporcingi?

a)

$a =$	1	2	3	5
$y =$	10	5	4	2

b)

$x =$	18	8	6	2
$y =$	4	9	12	36

233. Dydžiai x ir y yra atvirkščiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę.

a)

$x =$	4		8	40
$y =$	20	16		

b)

$x =$	3	6		16
$y =$		8	6	

234. Stačiakampio gretimų kraštinių ilgių santykis yra 1 : 6. Apskaičiuokite stačiakampio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 154 m.

235. Trikampio perimetras lygus 104 cm. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, jei jie sutinka kaip 2 : 5 : 6.

236. Stačiakampio gretasienio ilgis, plotis ir aukštis sutinka kaip 3 : 2 : 5. Apskaičiuokite stačiakampio gretasienio matmenis, jei jo visų briaunų ilgių suma lygi 80 cm.

237. Mama, tėtis, sūnus ir dukra už surinktus grybus gavo 2800 litų. Padalykite šiuos pinigus kiekvienam šeimos nariui proporcingai surinktų grybų kiekiui, jei mama surinko 4 dalis, tėtis 5 dalis, dukra 3 dalis, o sūnus 2 dalis visų grybų.

Daugiau dirbsi, greičiau padarysi ...

1 užduotis. Akcinė bendrovė „Dažytojai“ dažo baldus. Nudažiusi vieną kėdę, bendrovė uždirba 20 Lt.

1) Kiek litų uždirbtų bendrovė, jei nudažytų:
   a) 20 kėdžių? b) 50 kėdžių? c) 100 kėdžių?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti, kiek litų L uždirbtų bendrovė, jei nudažytų k kėdžių.
3) Remdamiesi ta formule, užpildykite lentelę.

$k =$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$L =$										

4) Nubraižykite bendrovės uždirbtų pinigų L priklausomybės nuo nudažytų kėdžių skaičiaus k grafiką.
5) Ar dydžiai L ir k yra tiesiogiai proporcingi?

2 užduotis. „Dažytojai“ gavo užsakymą nudažyti 50 kėdžių. Vienas darbininkas vieną kėdę nudažo per 2 valandas.

1) Per kiek valandų būtų atliktas užsakymas, jei kėdes dažytų:
   a) 5 darbininkai? b) 10 darbininkų? c) 20 darbininkų?
2) Užrašykite formulę, kuria remiantis būtų galima apskaičiuoti laiką t, per kurį bus atliktas užsakymas, jei kėdes dažys n darbininkų.
3) Remdamiesi ta formule, užpildykite lentelę.

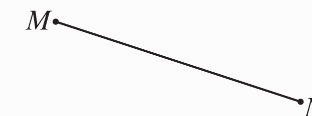
$n =$	5	10	20	25	50	100
$t =$						

4) Nubraižykite užsakymo atlikimui sugaišto laiko t priklausomybės nuo darbininkų skaičiaus n grafiką.
5) Ar dydžiai t ir n yra atvirkščiai proporcingi?

3 užduotis. Už nudažytas kėdes 3 darbininkai — Darius, Vilma ir Giedrius — kartu gavo 400 Lt. Padalykite šiuos pinigus darbininkams proporcingai jų nudažytų kėdžių skaičiui, jei Dariaus, Vilmos ir Giedriaus nudažytų kėdžių skaičiai sutinka kaip 2 : 3 : 3.

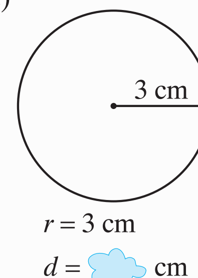
KARTOJAME

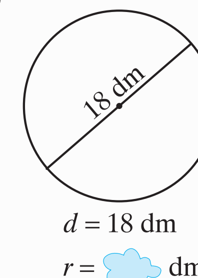
238. Išmatuokite atkarpos MN ilgį. Atsakymą parašykite milimetrais; centimetrais; decimetrais; metrais.

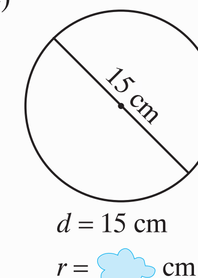


239. Nubraižykite trikampį ir nubrėžkite visas tris jo aukštines, kai trikampis yra:
a) smailus; b) status; c) bukas.

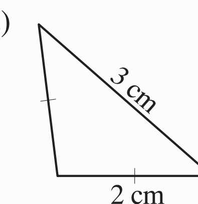
240. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio?

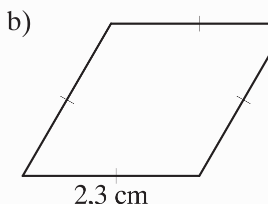
a)


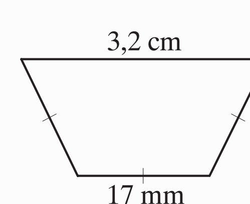
b)


c)


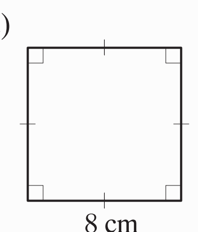
241. Apskaičiuokite pavaizduotos figūros perimetrą.

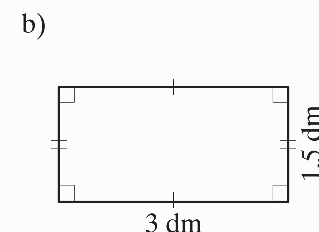
a)


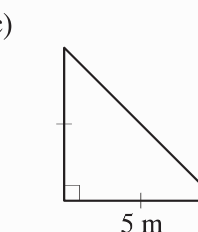
b)


c)


242. Apskaičiuokite pavaizduotos figūros plotą.

a)


b)


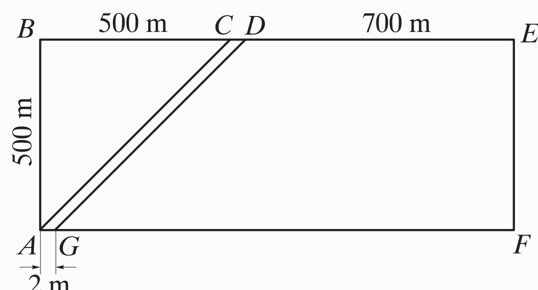
c)


243. Skritulio skersmens ilgis yra 20 cm. Laikydami skritulio plotą maždaug 3,14 karto didesniu už spindulio ilgio kvadratą, apskaičiuokite skritulio plotą.



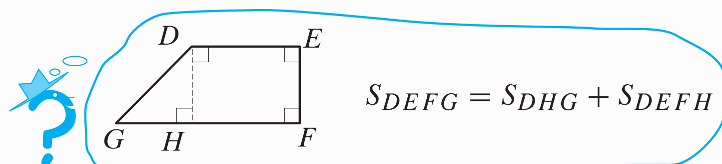
Koks plotas?

Per stačiakam̃pį lauką eina lygiagretainio formos takas.

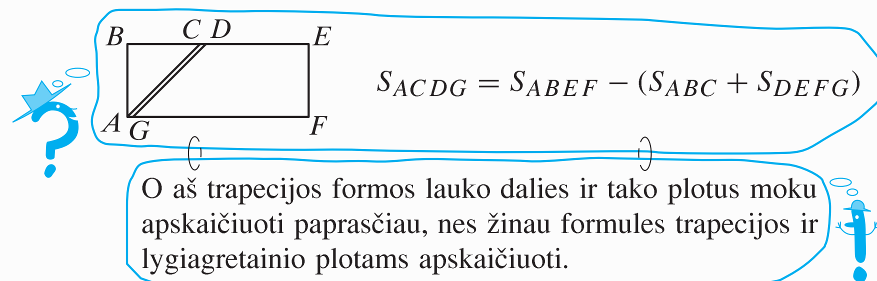


Užduotis. Remdamiesi brėžinio duomenimis, apskaičiuokite:

1) viso lauko (kartu su taku) plotą;
2) trikampės lauko dalies plotą;
3) trapecijos formos lauko dalies plotą;



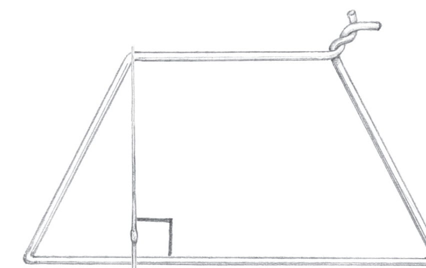
4) tako plotą.

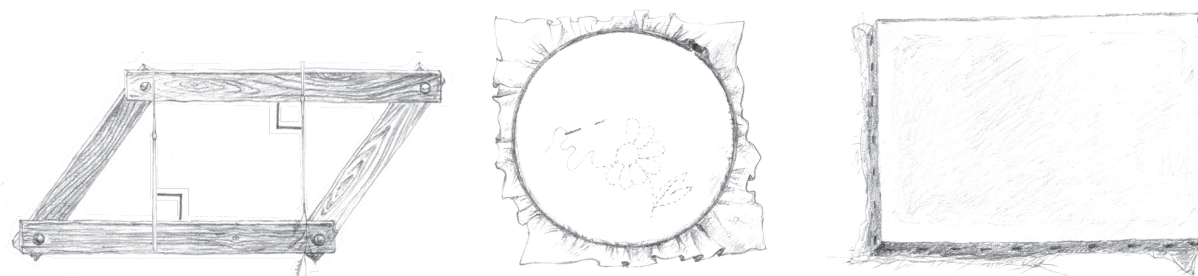


Šiame skyriuje:

- sužinosite, kam lygus atstumas nuo taško iki tiesės; tarp lygiagrečiųjų tiesių;
- susipažinsite su trikampio, lygiagretainio, trapecijos aukštinių sąvokomis;
- sužinosite, kas yra skaičius π ir kaip apskaičiuoti apskritimo ilgį;
- sužinosite, kas yra absoliučioji ir santykinė matavimo paklaidos;
- pakartosite kvadrato, stačiakampio ir stačiojo trikampio plotų formules;
- išmoksite bet kokio trikampio, lygiagretainio, trapecijos ir skritulio plotų formules.

8 ATSTUMAI, PERIMETRAI, PLOTAI

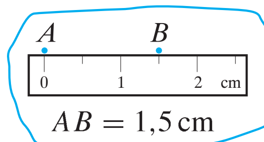




ATSTUMAI

1 užduotis.

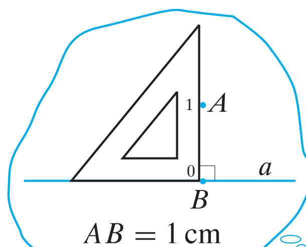
1) Sąsiuvinyje pažymėkite du taškus A ir B.
2) Liniuote išmatuokite atstumą tarp tų taškų.
3) Atsakymą užrašykite milimetrais; centimetrais.



C D Atstumas tarp taškų C ir D lygus atkarpos CD ilgiui.

2 užduotis.

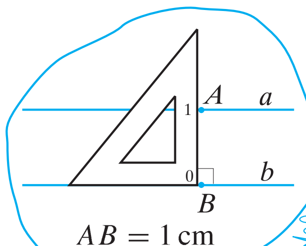
1) Sąsiuvinyje pažymėkite tašką A ir šalia jo nubrėžkite tiesę a.
2) Nubrėžkite atkarpą AB, statmeną tiesei a (taškas B turi būti tiesėje a).
3) Išmatuokite atkarpos AB ilgį. Užrašykite, kam lygus atstumas nuo taško A iki tiesės a.



m, C, D: Atstumas nuo taško C iki tiesės m lygus statmens CD ilgiui.

3 užduotis.

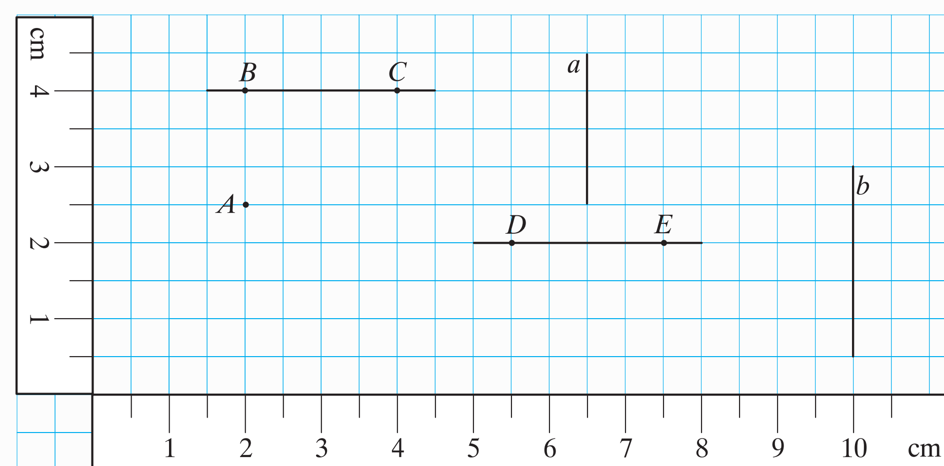
1) Sąsiuvinyje nubraižykite dvi lygiagrečias tieses a ir b.
2) Nubrėžkite atkarpą AB, statmeną tiesėms a ir b (atkarpos galai turi būti tiesių taškai).
3) Išmatuokite atkarpos AB ilgį. Užrašykite, kam lygus atstumas tarp lygiagrečių tiesių a ir b.



C, c, d, D: Atstumas tarp lygiagrečių tiesių c ir d ($c \parallel d$) lygus statmens CD ilgiui.



244.



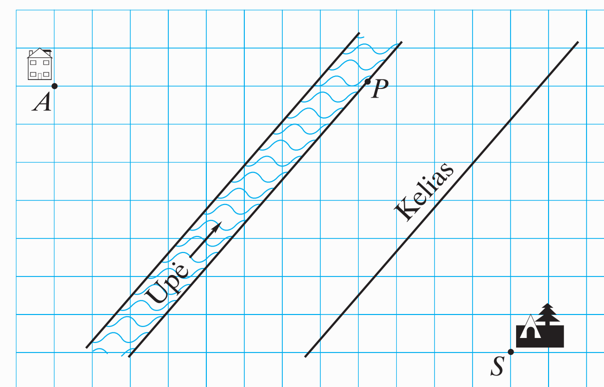
Kam lygus atstumas:

a) tarp taškų A ir B? tarp taškų B ir C? tarp taškų A ir C? tarp taškų C ir D?

b) nuo taško A iki tiesės BC? nuo taško A iki tiesės DE? nuo taško B iki tiesės DE? nuo taško E iki tiesės BC? nuo taško E iki tiesės b? nuo taško D iki tiesės a?

c) tarp tiesių BC ir DE? tarp tiesių a ir b?

245. Schemoje pavaizduotas vietovės planas masteliu 1:100 000.

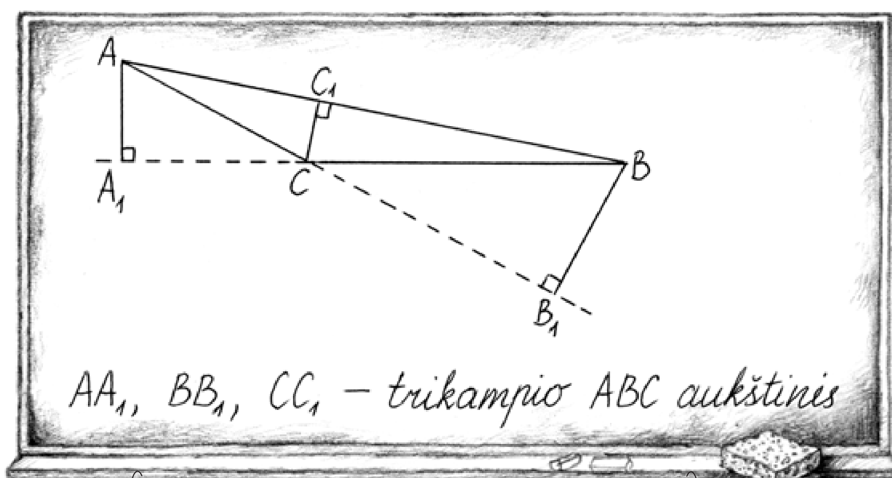


Mastelis 1:100 000.
1 cm žemėlapyje atitinka 100 000 cm vietovėje.

Turistai iš autobusų stoties A trumpiausiu keliu dviračiais nuvažiavo iki upės. Tada valtimis nuplaukė iki piliakalnio P, o iš ten trumpiausiu keliu pėsčiomis pasiekė kelią. Keliu važiavo iki tos vietos, nuo kurios stovyklavietė S būtų arčiausiai, o iš ten į ją atėjo pėsčiomis. Naudodamiesi kampainiu ir liniuote, apskaičiuokite:

1) koks atstumas metrais (apytikslis) nuo autobusų stoties iki upės; nuo upės iki kelio (jie eina lygiagrečiai); nuo kelio iki stovyklavietės;
2) kokį atstumą metrais turistai nuplaukė;
3) kokį atstumą kilometrais turistai įveikė pėsčiomis.

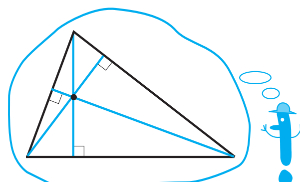
TRIKAMPIO AUKŠTINĖS



Trikampio aukštinių ilgiai lygūs atstumams nuo trikampio viršūnių iki prieš jas esančių kraštinių (arba tiesių, kuriose yra tos kraštinės).

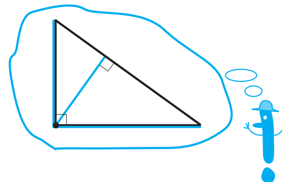
1 užduotis.

1) Nubraižykite *smailųjį* trikampį ABC.
2) Nubrėžkite visas tris jo aukštines. Išmatavę užrašykite tų aukštinių ilgius.
3) Pasakykite, kam lygus atstumas nuo kiekvienos trikampio viršūnės iki prieš ją esančios kraštinės.



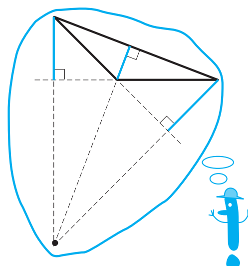
2 užduotis.

1) Nubraižykite *statųjį* trikampį ABC.
2) Iš stačiojo kampo viršūnės nubrėžkite aukštinę.
3) Su kuo sutampa aukštinės, nubrėžtos iš smailiųjų kampų viršūnių?
4) Išmatavę užrašykite visų trijų aukštinių ilgius.
5) Pasakykite, kam lygus atstumas nuo kiekvienos trikampio viršūnės iki prieš ją esančios kraštinės.



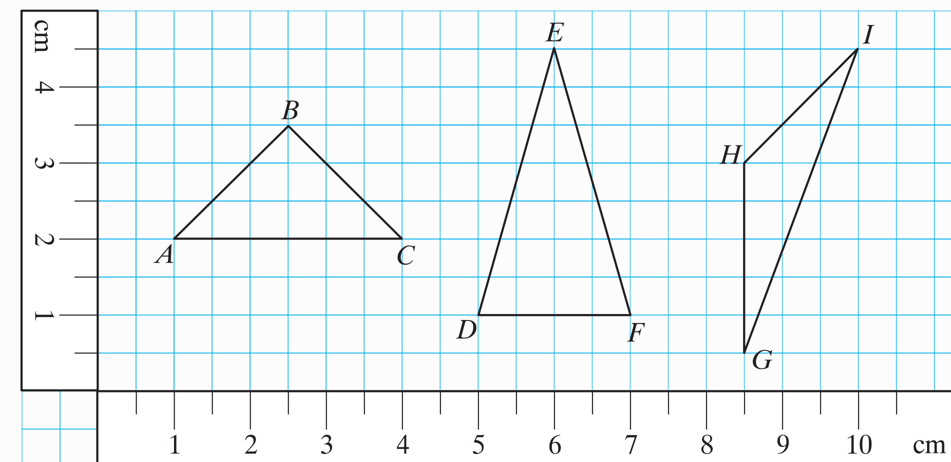
3 užduotis.

1) Nubraižykite *bukąjį* trikampį ABC.
2) Nubrėžkite visas tris jo aukštines.
3) Išmatavę aukštinių ilgius, pasakykite, kam lygus atstumas nuo kiekvienos trikampio viršūnės iki prieš ją esančios kraštinės.



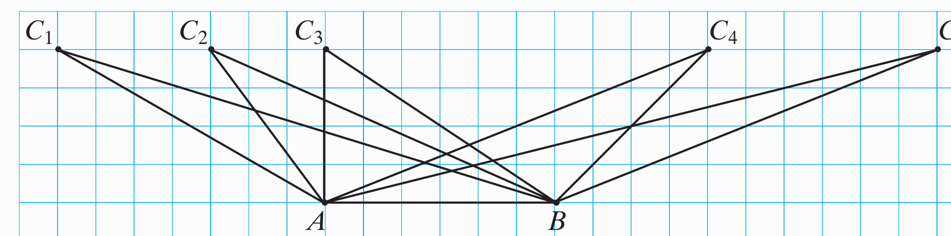


246. Brėžinyje pavaizduoti trikampiai.



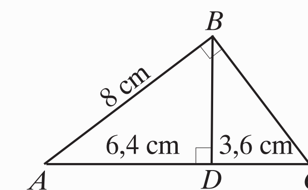
1) Nustatykite kiekvieno nubraižyto trikampio rūšį pagal kampus.
2) Raskite ilgį trikampio aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės:
   a) B; b) E; c) I.

247. Brėžinyje pavaizduota trikampių „puokštė“. Visų tų trikampių kraštinė AB yra bendra.

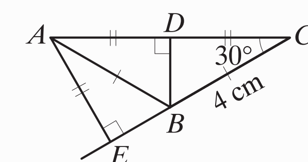


Laikydami 1 langelio ilgį lygų 0,5 cm, nustatykite trikampių aukštinių, išeinančių iš viršūnių C_1, C_2, C_3, C_4 ir C_5 ilgius.

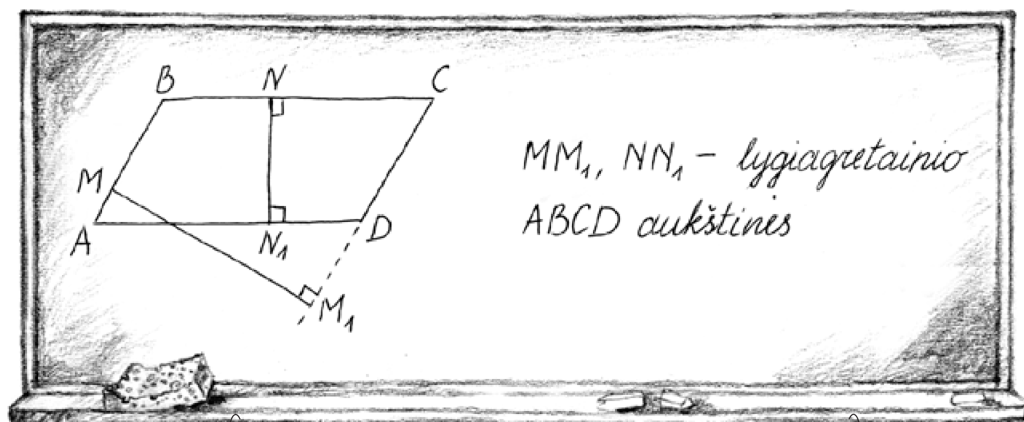
248. Trikampis ABC — status, BD — jo aukštinė. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
a) įžambinės AC ilgį;
b) atstumą nuo viršūnės C iki statinio AB;
c) $\triangle ABC$ perimetrą;
d) atstumą nuo viršūnės B iki kraštinės AC.



249. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
1) trikampio ABC aukštinės BD ilgį;
2) trikampio AEB aukštinės EB ilgį.



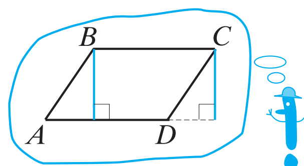
LYGIAGRETAINIO AUKŠTINĖS



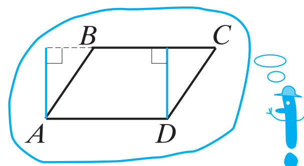
Lygiagretainio aukštinių ilgiai lygūs atstumams tarp lygiagrečiųjų kraštinių.

Užduotis. Nusibraižykite lygiagretainį $ABCD$.

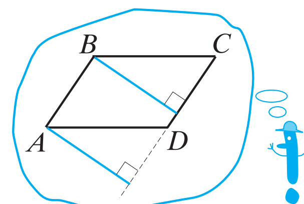
1) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių B ir C į kraštinę AD (žr. pav. dešinėje). Išmatuokite tų aukštinių ilgius. Pasakykite, kam lygus atstumas tarp kraštinių AD ir BC.



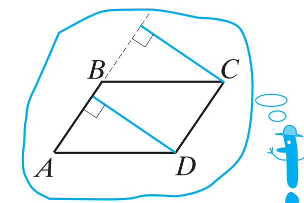
2) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių A ir D į kraštinę BC (žr. pav. dešinėje). Kam lygūs tų aukštinių ilgiai?



3) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių A ir B į kraštinę CD (žr. pav. dešinėje). Išmatuokite tų aukštinių ilgius. Pasakykite, kam lygus atstumas tarp kraštinių AB ir CD.

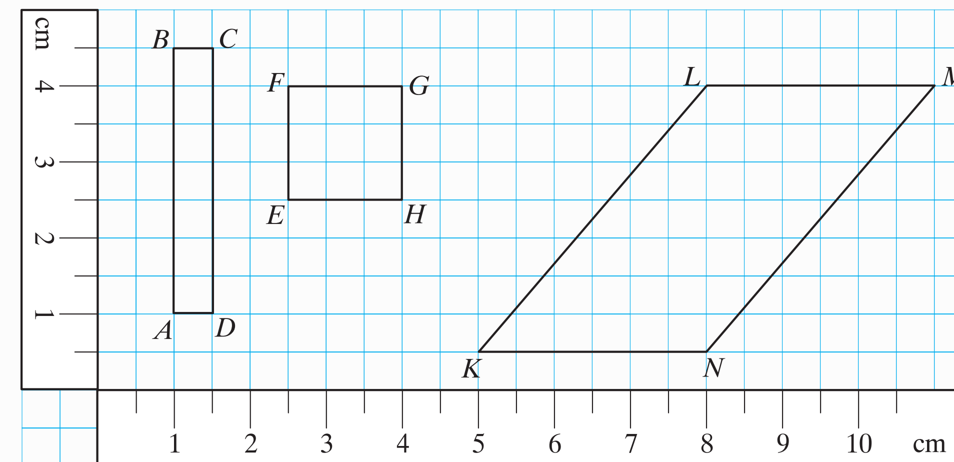


4) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių C ir D į kraštinę AB (žr. pav. dešinėje). Kam lygūs tų aukštinių ilgiai?



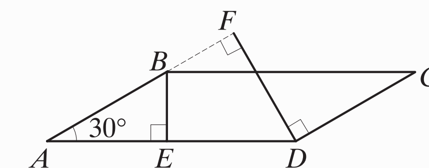


250. Brėžinyje pavaizduoti lygiagretainiai.

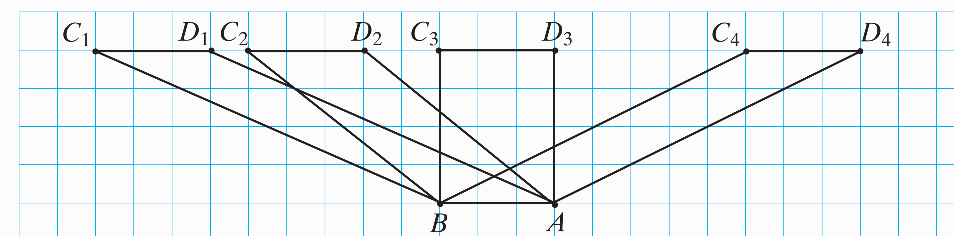


1) Kaip vadinamas lygiagretainis $ABCD$? $EFGH$?
2) Nustatykite lygiagretainio $ABCD$ aukštinių ilgius milimetrais.
3) Nustatykite lygiagretainio $EFGH$ aukštinių ilgius centimetrais.
4) Koks lygiagretainio $KLMN$ aukštinės, nubrėžtos iš:
   a) viršūnės L į kraštinę KN, ilgis decimetrais?
   b) viršūnės M į kraštinę KN, ilgis metrais?

251. *Duota*: $ABCD$ — lygiagretainis, BE ir DF — lygiagretainio aukštinės, $AB = 5$ cm, $BC = 8{,}6$ cm, $\angle A = 30°$.
Apskaičiuokite: BE ir DF.

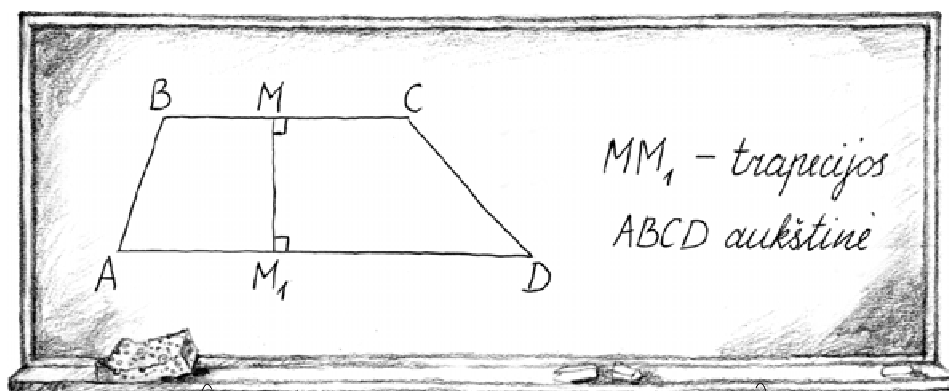


252. Brėžinyje pavaizduota lygiagretainių „puokštė“. Visų tų lygiagretainių kraštinė AB yra bendra, o prieš ją esančios kraštinės yra vienoje tiesėje.



1) Lygiagretainis ABC_3D_3 yra stačiakampis, kurio kraštinė $AB = 1{,}5$ cm, o plotas $S = 3$ cm^2. Kam lygi lygiagretainio ABC_3D_3 aukštinė, nubrėžta iš kraštinės C_3D_3 į kraštinę AB?
2) Kam lygios kitų pavaizduotų lygiagretainių aukštinės, einančios iš kraštinių C_1D_1, C_2D_2, C_4D_4?

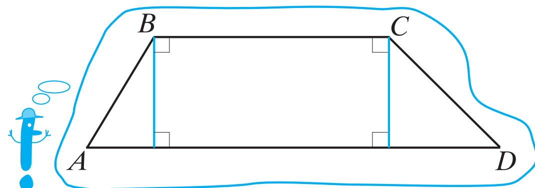
TRAPECIJOS AUKŠTINĖS



Trapecijos aukštinės ilgis lygus atstumui tarp trapecijos pagrindų.

1 užduotis. Nubraižykite trapeciją $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $BC < AD$).

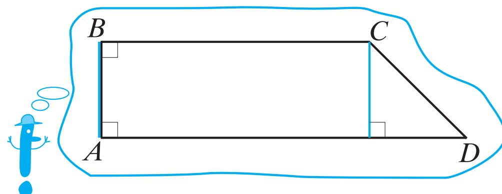
1) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių B ir C. Išmatuokite, kam lygūs tų aukštinių ilgiai.



2) Pasakykite, kam lygus atstumas tarp trapecijos pagrindų.
3) Nubrėžkite aukštines, einančias iš viršūnių A ir D. Pasakykite, kam lygūs jų ilgiai.

2 užduotis. Nubraižykite stačiąją trapeciją $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $BC < AD$, $\angle A = \angle B = 90°$).

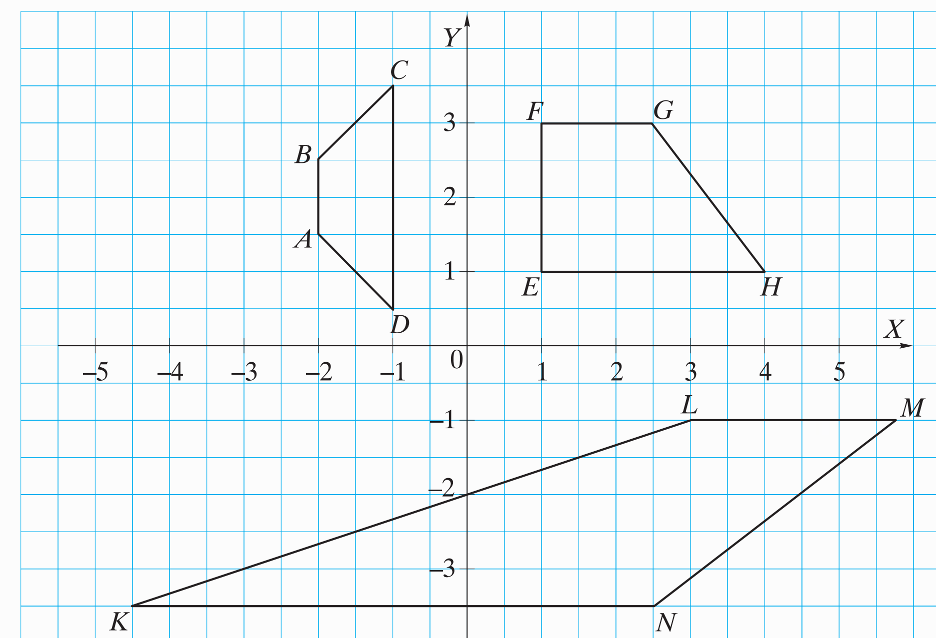
1) Nubrėžkite aukštinę, einančią iš viršūnės C. Išmatuokite jos ilgį.



2) Su kuo sutampa trapecijos aukštinė, nubrėžta iš viršūnės B? iš viršūnės A?
3) Nubrėžkite aukštinę, einančią iš viršūnės D. Kam lygus tos aukštinės ilgis?

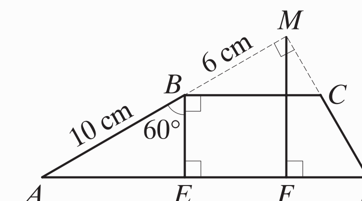


253. Koordinačių plokštumoje nubraižytos trys trapecijos. Koordinačių ašių vienetinių atkarpų ilgiai lygūs 1 cm.

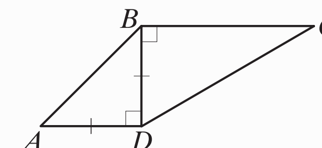


1) Kam lygūs tų trapecijų aukštinių ilgiai:
   a) milimetrais? b) centimetrais? c) decimetrais?
2) Kuri iš tų trapecijų yra lygiašonė, kuri — stačioji?

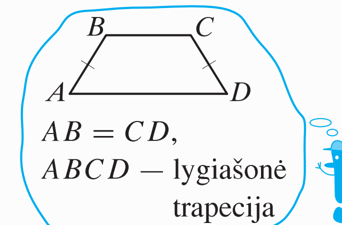
254. Trapecijos $ABCD$ šoninių kraštinių tęsiniai susikerta taške M stačiu kampu. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
1) trapecijos aukštinės BE ilgį;
2) trikampio AMD aukštinės MF ilgį.



255. *Duota*: $ABCD$ — trapecija,
BD — trapecijos aukštinė,
$AD = BD$,
$DC = 2 \cdot AD = 10$ cm.
Apskaičiuokite: BD, $\angle A$, $\angle C$.

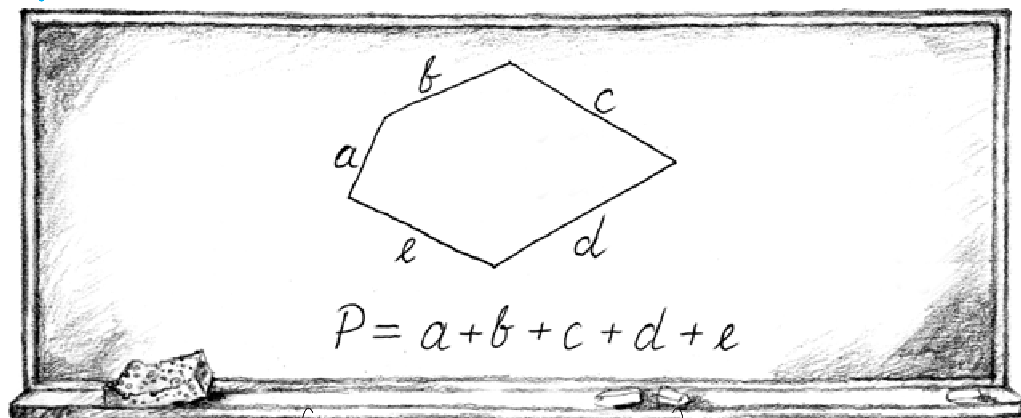


256. Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi pusei trapecijos šoninės kraštinės. Apskaičiuokite trapecijos kampų dydžius.



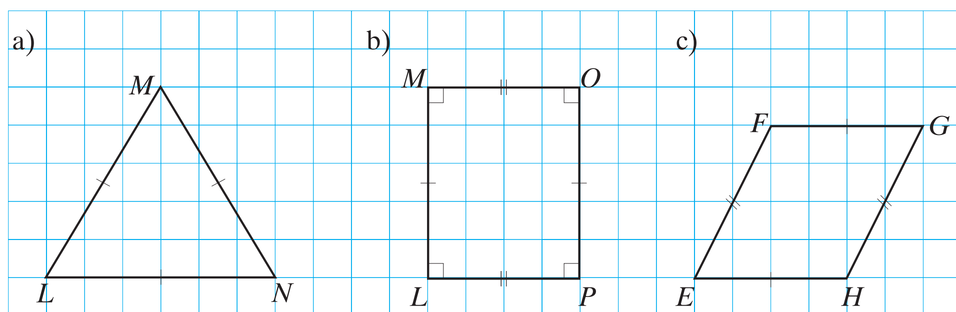
PERIMETRAI

Prisiminkime, kaip skaičiuojamas bet kokio daugiakampio perimetras.



Daugiakampio *perimetru* vadinama jo kraštinių ilgių suma.
Perimetras žymimas raide P.

Užduotis. Languotame lape nubraižytos figūros.

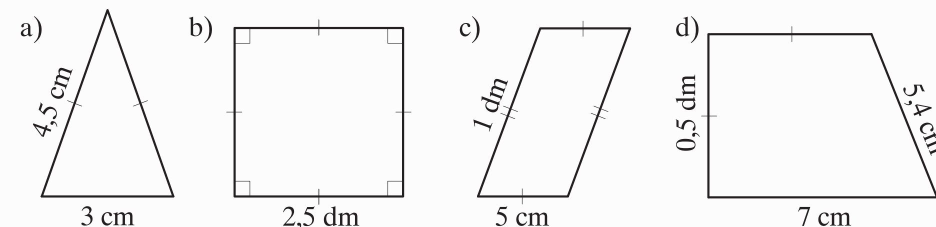


1) Kokios figūros nubraižytos?
2) Laikydami sąsiuvinio langelio ilgį lygų 0,5 cm, apskaičiuokite kiekvienos figūros perimetrą milimetrais; centimetrais; decimetrais.

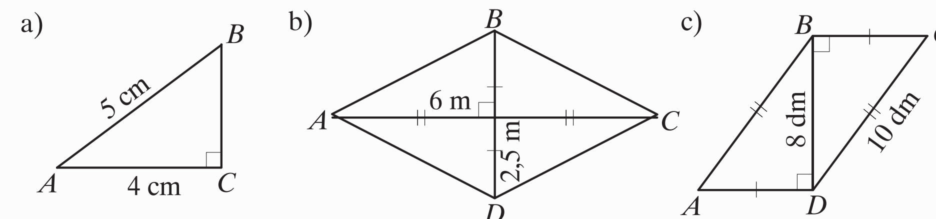
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm



257. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite figūros perimetrą.



258. Apskaičiuokite pavaizduotos figūros perimetrą.

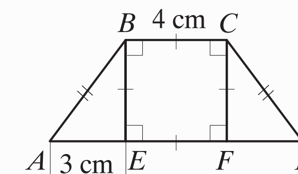


259. a) Lygiakraščio trikampio kraštinės ilgis lygus kvadrato kraštinės ilgiui. Trikampio ir kvadrato perimetrų suma lygi 42 mm. Apskaičiuokite trikampio ir kvadrato perimetrus.

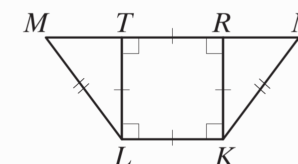
b) Lygiašonio trikampio pagrindas 6 dm trumpesnis už šoninę kraštinę, o perimetras lygus 39 dm. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius.

c) Lygiašonio trikampio pagrindas penkis kartus trumpesnis už šoninę kraštinę. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, jei trikampio perimetras lygus 66 cm.

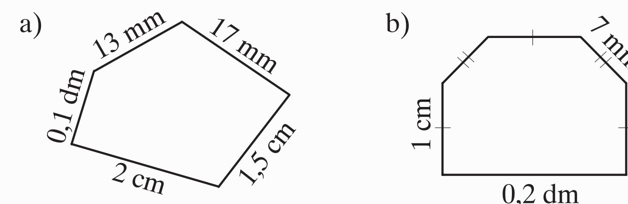
260. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite lygiašonės trapecijos $ABCD$ perimetrą.



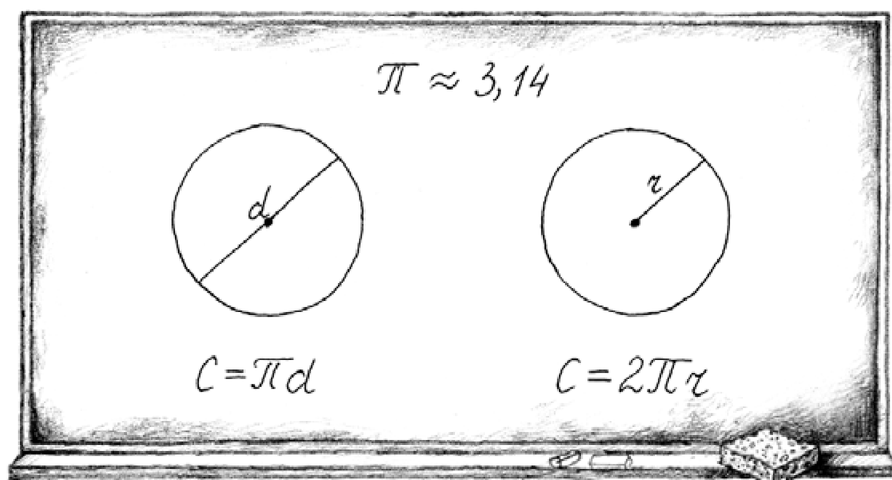
261. *Duota*: $MNKL$ — lygiašonė trapecija,
$MN \parallel LK$,
$P_{TRKL} = 32$ dm,
$ML = 10$ dm.
Apskaičiuokite: P_{MTL}, P_{MNKL}.



262. Apskaičiuokite pavaizduoto daugiakampio perimetrą.



SKAIČIUS π. APSKRITIMO ILGIO FORMULĖ



1 užduotis.
1) Paimkite kokį nors apskritą daiktą, pavyzdžiui, monetą. Siūlu apytiksliai išmatuokite to daikto krašto (apskritimo) ilgį C milimetrais.
2) Išmatuokite to daikto (apskritimo) skersmens ilgį d milimetrais.
3) Padalykite apskritimo ilgį C iš skersmens ilgio d. Kiek maždaug kartų apskritimo ilgis C didesnis už jo skersmens ilgį d?

24

Dar senovės matematikai nustatė, kad kiekvieno apskritimo ilgis didesnis už jo skersmens ilgį tiek pat kartų, ir tą skaičių pavadino π (graikiškoji raidė pỹ). Skaičius π apytiksliai lygus 3,14, bet ši reikšmė nėra tiksli. Iš tikrųjų skaičiaus π neįmanoma užrašyti jokia paprastąja, baigtine dešimtaine ar periodine dešimtaine trupmena. Tas skaičius — begalinė dešimtainė neperiodinė trupmena (kitaip — iracionalusis skaičius). Štai pirmieji 100 skaitmenų po kablelio:

$\pi = 3{,}1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679...$

Praktiškai niekada neprireikia daugiau kaip 6 skaitmenų. Mokykloje paprastai naudojamasi apytikslėmis π reikšmėmis: $\pi \approx 3{,}14$, $\pi \approx \frac{22}{7}$.

2 užduotis. Apskaičiuokite apskritimo ilgį, kai $d = 10$ cm; $r = 2{,}4$ dm. Atsakymą užrašykite:
a) su raide π; b) vietoj π imdami 3,14.



263. Pabaikite pildyti lentelę (r — apskritimo spindulio ilgis, d — apskritimo skersmens ilgis, C — apskritimo ilgis).

	r	d	C
a)	3 cm		
b)		24 mm	
c)			8π dm
d)	1,5 dm		
e)		4,2 dm	
f)			$3{,}6\pi$ m

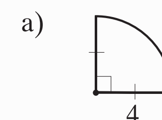
Apskritimo ilgis $C = 4\pi$ cm.
Apskaičiuokime apskritimo spindulio ilgį r.
$2\pi r = 4\pi \mid : 2\pi$
$r = 2$ (cm).

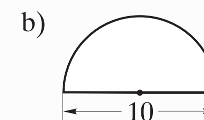
264. Apskritimo spindulys lygus:
a) 6 cm; b) 16 mm; c) 3,4 dm; d) $2\frac{3}{8}$ m; e) 10,5 km; f) $1\frac{1}{3}$ cm.
1) Kam lygus to apskritimo ilgis C? Atsakymą užrašykite su raide π.
2) Apskaičiuokite apskritimo ilgį, vietoj π imdami 3,14.

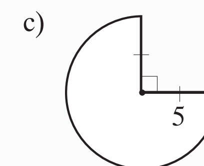
265. Žemės pusiaują laikykime apskritimu, kurio spindulio ilgis yra 6378 km.
1) Užrašykite, kam lygus Žemės pusiaujo ilgis.
2) Apskaičiuokite Žemės pusiaujo ilgį 100 km tikslumu, vietoj π imdami 3,14.

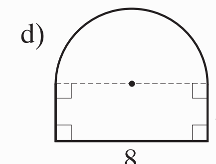


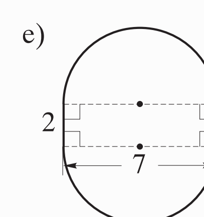
266. Užrašykite, kam lygus pavaizduotos figūros perimetras. (Duomenys brėžinyje nurodyti milimetrais.)

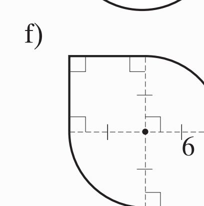
a)


b)


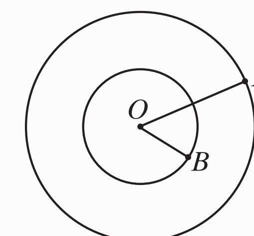
c)


d)


e)


f)


267. *Duota*: $OA = 3$ cm, $OB = 1{,}5$ cm.
Apskaičiuokite:
1) didžiojo apskritimo ilgį C_1;
2) mažojo apskritimo ilgį C_2;
3) skirtumą $C_1 - C_2$;
4) dalmenį $\frac{C_1}{C_2}$.



PAKLAIDOS

Dominykas ir Urtė matavo mokyklinio suolo ilgį. Dominykas gavo, kad suolo ilgis yra 118 cm, o Urtė — 121 cm. Suolo instrukcijoje nurodyta, kad suolo ilgis yra 120 cm.

Užduotis.

1) Kiek centimetrų matuodamas apsiriko Dominykas ir kiek — Urtė?

Gautosios reikšmės 118 cm ir 121 cm yra *apytikslės*.

2) Apskaičiuokite Dominyko gautos apytikslės suolo ilgio reikšmės ir tikslios suolo ilgio reikšmės skirtumo modulį.

Dydžio apytikslės ir tikslios reikšmių skirtumo modulis vadinamas apytikslės reikšmės ***absoliučiąja paklaida***.

Urtės gautos apytikslės reikšmės absoliučioji paklaida lygi $|121-120|=1$ (cm).

3) Apskaičiuokite Dominyko apytikslės reikšmės *absoliučiosios paklaidos* ir tos *apytikslės reikšmės* santykį.

Dydžio apytikslės reikšmės *absoliučiosios paklaidos* ir *apytikslės reikšmės* santykis vadinamas apytikslės reikšmės ***santykine paklaida***.

Urtės gautos apytikslės reikšmės santykinė paklaida lygi $\frac{|121-120|}{121}=\frac{1}{121}\approx 0{,}008$.

4) Dominyko apytikslės reikšmės santykinę paklaidą užrašykite procentais.

Urtės apytikslės reikšmės santykinė paklaida apytikriai lygi 0,008, t. y. $0{,}008\cdot 100=0{,}8(\%)$.



268. Vincentas ir Goda matavo trikampio kampų dydžius. Vincento matavimo rezultatų suma lygi 182°, o Godos — 179°. Trikampio kampų dydžių suma lygi 180°. Apskaičiuokite abiejų vaikų gautų apytikslių reikšmių matavimų absoliučiąsias paklaidas.

269. Dešimtainė trupmena 0,2945 buvo suapvalinta iki nurodyto skyriaus:
a) 0,2945 ≈ 0,3; b) 0,2945 ≈ 0,29; c) 0,2945 ≈ 0,295.
Kokia gautosios apytikslės reikšmės absoliučioji paklaida?

270. Nuo Vilniaus iki Klaipėdos yra 310 km. Vaikai bandė spėti šį atstumą. Lentelėje nurodyta, kokį atstumą nurodė kiekvienas iš jų.

VARDAS	Saulė	Rytis	Giedrė	Vytas	Aušra
ATSTUMAS (KM)	250	350	300	290	320

Apskaičiuokite kiekvieno vaiko spėjimo:
1) absoliučiąją paklaidą; 2) santykinę paklaidą.

271. 1) Nubraižykite bet kokį keturkampį.
2) Kam lygi keturkampio kampų dydžių suma?
3) Išmatuokite jūsų nubraižyto keturkampio kampų dydžius ir raskite jų sumą.
4) Apskaičiuokite, kokią santykinę paklaidą padarėte.
5) Gautąją santykinę paklaidą užrašykite procentais.

272. 1) Spėkite, koks yra atstumas nuo Vilniaus iki Kauno.
2) Suraskite internete (ar žinyne), koks yra atstumas tarp šių miestų.
3) Apskaičiuokite savo spėjimo santykinę paklaidą procentais.
4) Palyginkite savo padarytą santykinę paklaidą su suolo draugo padaryta santykine paklaida.
5) Kuris iš jūsų spėjo tiksliau?

Kuo mažesnė santykinė paklaida, tuo apytikslė reikšmė yra artimesnė tiksliai reikšmei.

273. 1) Nelanguotame lape *iš akies* pažymėkite du taškus taip, kad atstumas tarp jų būtų 5 cm.
2) Išmatuokite liniuote atstumą milimetrais tarp pažymėtų taškų.
3) Apskaičiuokite, kokią absoliučiąją paklaidą (milimetrais) jūs padarėte taškus žymėdami iš akies.
4) Apskaičiuokite, kokią santykinę paklaidą procentais jūs padarėte.

274. 1) Suapvalinkite duotąjį skaičių iki dešimtųjų.
a) 6,43; b) 2,29; c) 3,65; d) 15,18.
2) Raskite gautosios apytikslės reikšmės santykinę paklaidą.

APIBENDRINAME

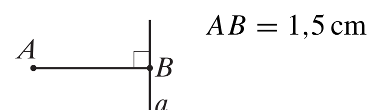
Atstumas — trumpiausio kelio ilgis.

Atstumas tarp taškų — tuos taškus jungiančios atkarpos ilgis.



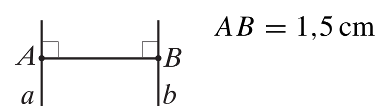
$AB = 1{,}5$ cm

Atstumas nuo taško iki tiesės — statmenos atkarpos nuo to taško iki tiesės ilgis.



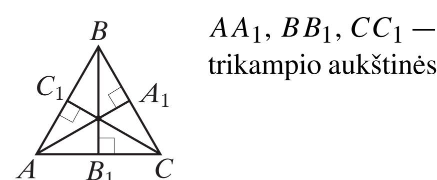
$AB = 1{,}5$ cm

Atstumas tarp lygiagrečiųjų tiesių — tas tieses jungiančio statmens ilgis.



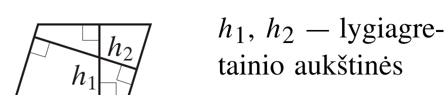
$AB = 1{,}5$ cm

Trikampio aukštinė — statmens atkarpa nuo trikampio viršūnės iki prieš ją esančios kraštinės ar jos tęsinio.



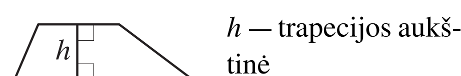
AA_1, BB_1, CC_1 — trikampio aukštinės

Lygiagretainio aukštinė — statmens atkarpa tarp lygiagrečiųjų kraštinių.



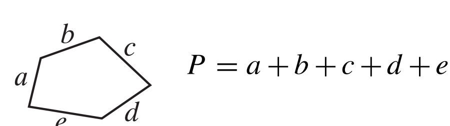
h_1, h_2 — lygiagretainio aukštinės

Trapecijos aukštinė — statmens atkarpa tarp pagrindų.



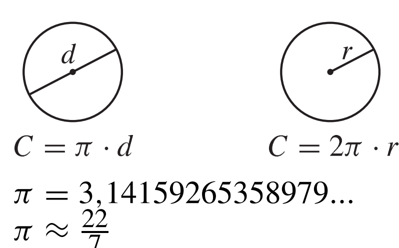
h — trapecijos aukštinė

Daugiakampio perimetras — jo visų kraštinių ilgių suma.
Perimetras žymimas raide P.



$P = a + b + c + d + e$

Apskritimo ilgis yra π kartų didesnis už jo skersmens ilgį.
Apskritimo ilgis yra 2π kartų didesnis už jo spindulio ilgį.



$C = \pi \cdot d$ $C = 2\pi \cdot r$

Skaičius π — begalinė dešimtainė neperiodinė trupmena (iracionalusis skaičius).

$\pi = 3{,}14159265358979...$
$\pi \approx \frac{22}{7}$

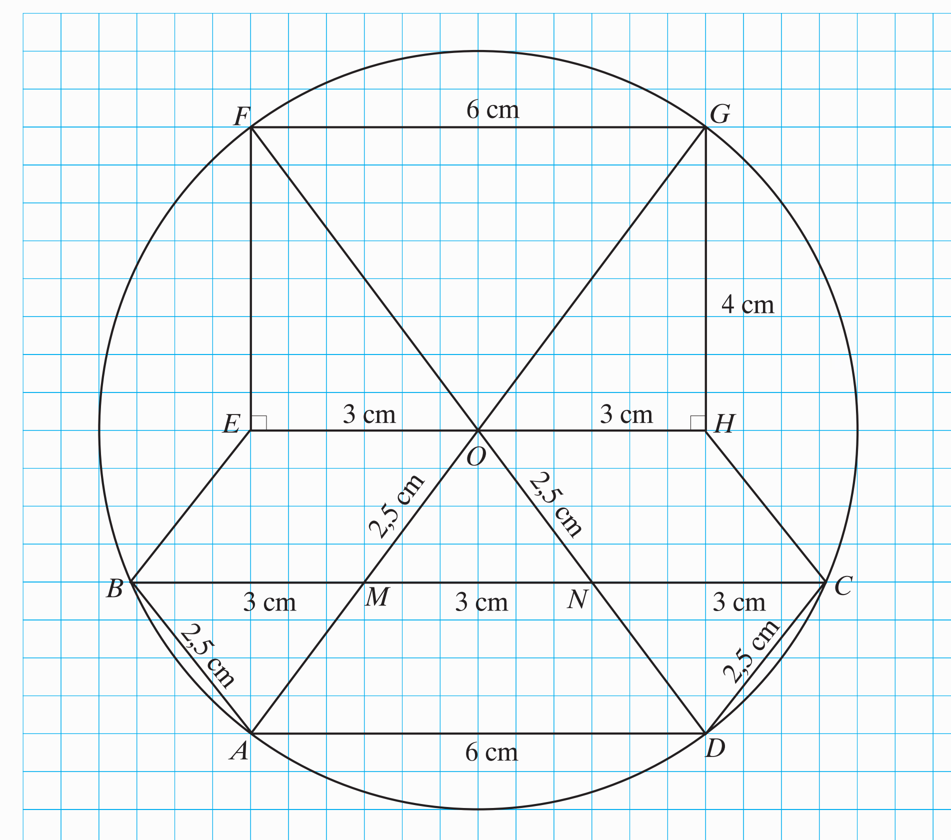
Dydžio apytikslės ir tikslios reikšmių skirtumo modulis vadinamas apytikslės reikšmės *absoliučiąja paklaida*.
Dydžio apytikslės reikšmės absoliučiosios paklaidos ir apytikslės reikšmės santykis vadinamas apytikslės reikšmės *santykine paklaida*.

Jei dydžio tiksli reikšmė yra 90, o apytikslė reikšmė lygi 100, tai apytikslės reikšmės absoliučioji paklaida lygi $|100 - 90| = 10$,
o santykinė paklaida lygi
$\frac{|100-90|}{100} = \frac{1}{10}$.



Perimetrai

Apskritimo spindulio ilgis yra 5 cm, $FG \parallel EH \parallel BC \parallel AD$, $GA \parallel BE$, $FD \parallel HC$.

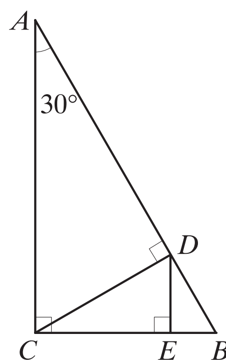


1) Kiek brėžinyje galima pamatyti:
   a) stačiakampių? b) trikampių?
   c) lygiagretainių, kurie nėra stačiakampiai? d) trapecijų?
2) Kokio ilgio yra trikampio FEO aukštinė, einanti iš viršūnės O? iš viršūnės F?
3) Kokio ilgio yra trikampio FOG aukštinė, einanti iš viršūnės O?
4) Koks atstumas nuo lygiagretainio $BEOM$ viršūnės E iki kraštinės BM?
5) Koks atstumas nuo trapecijos $ABCD$ viršūnės B iki kraštinės AD?
6) Apskaičiuokite perimetrus brėžinyje pavaizduotų:
   a) trikampių;
   b) lygiagretainių (įskaitant stačiakampį);
   c) trapecijų.
7) Apskaičiuokite brėžinyje pavaizduoto apskritimo ilgį. Atsakymą parašykite:
   a) su raide π; b) vietoj π imdami 3,14; c) vietoj π imdami $\frac{22}{7}$.

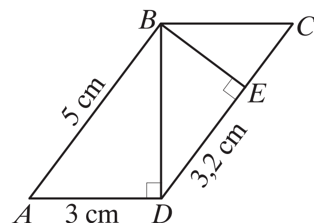
SPRENDŽIAME

275. 1) Sąsiuvinyje pažymėkite du taškus M ir N, atstumas tarp kurių būtų lygus 2 cm.
2) Pažymėkite tašką O taip, kad atstumas nuo taško O iki tiesės MN būtų lygus 3 cm.
3) Nubrėžkite atkarpą $AB = 5$ cm, kuri būtų lygiagreti atkarpai MN ir nuo taško O būtų nutolusi 4 cm atstumu.
4) Kam lygus atstumas tarp tiesių MN ir AB?

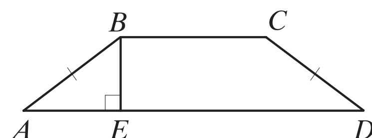
276. *Duota*: $\angle ACB = 90°$,
$\angle BAC = 30°$,
$CD \perp AB$,
$DE \perp BC$,
$AC = 10$ cm.
a) Apskaičiuokite trikampio ABC aukštinę CD.
b) Apskaičiuokite trikampio BCD aukštinę DE.
c) Įsitikinkite, kad $CE = \frac{1}{2}AD$.



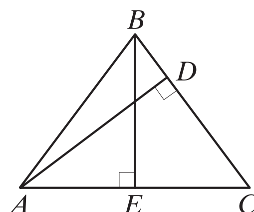
277. Keturkampis $ABCD$ — lygiagretainis, $AD = 3$ cm, $AB = 5$ cm, $DE = 3{,}2$ cm, BD ir BE — lygiagretainio aukštinės. Apskaičiuokite atstumus tarp lygiagretainio priešingųjų kraštinių.



278. Keturkampis $ABCD$ — lygiašonė trapecija ($AD \parallel BC$), $BC = 12$ cm, $AD = 28$ cm, $AB = 10$ cm. Apskaičiuokite trapecijos aukštinės BE ilgį.



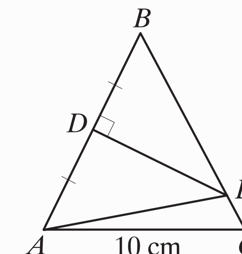
279. Trikampis ABC — lygiašonis ($AB = BC$), $AC = 30$ cm, AD ir BE — trikampio aukštinės. Į kokio ilgio dalis taškas D dalija šoninę kraštinę BC, jei $AD = 24$ cm ir $BE = 20$ cm?





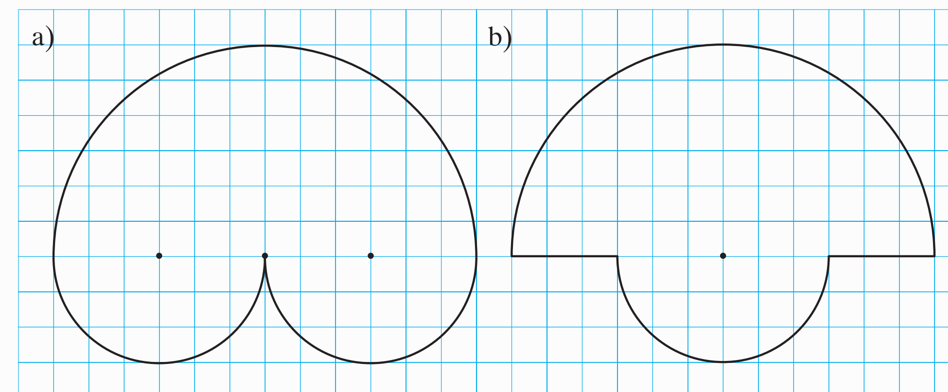
280. Trikampio perimetras lygus 39 cm, o vienos kraštinės ilgis yra 14 cm. Apskaičiuokite trikampio kitų dviejų kraštinių ilgius, jei jų skirtumas lygus 2,4 cm.

281. *Duota*: $\triangle ABC$ — lygiašonis,
$AB = BC$,
$AD = DB$,
$ED \perp AB$,
$AC = 10$ cm,
$P_{ABC} = 40$ cm.
Apskaičiuokite: P_{AEC}.



282. a) Rombo $ABCD$ įstrižainės $BD = 64$ mm, $AC = 48$ mm. Apskaičiuokite rombo perimetrą.
b) Rombo trumpesniosios įstrižainės ilgis yra 18 cm. Apskaičiuokite rombo ilgesniosios įstrižainės ilgį, jei jo perimetras lygus 60 cm.

283. Pavaizduota figūra sudaryta iš pusapskritimių. Didžiojo pusapskritimio skersmens ilgis yra 12 cm, o mažojo — 6 cm. Apskaičiuokite pavaizduotos figūros perimetrą. Atsakymą pateikite su raide π.



284. Automobilio rato skersmens ilgis lygus 0,75 m. Kiek kilometrų nuvažiuos automobilis, jo ratui apsisukus 4000 kartų? (Imkite $\pi = 3{,}14$.)

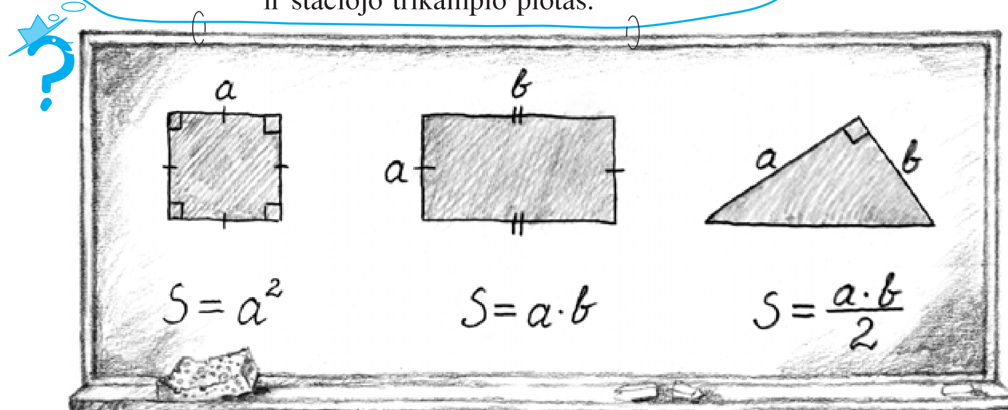
285. Trupmeną 0,999 suapvalinkite iki vienetų ir raskite gautosios apytikslės reikšmės santykinę paklaidą procentais.



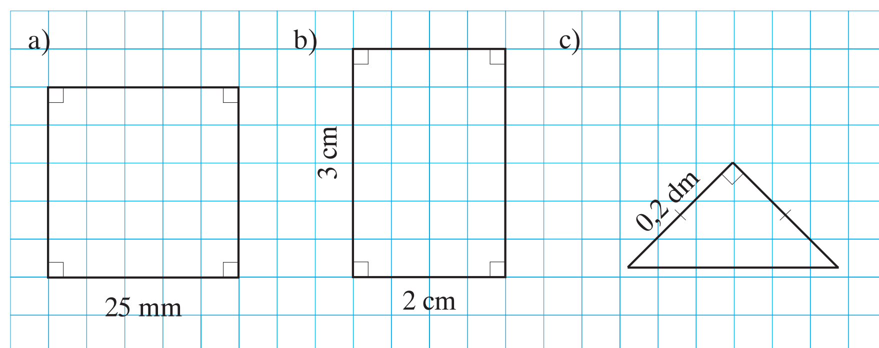
286. Aplink kvadratinę aikštelę kas du metrai įkasti stulpeliai (keturi iš jų — aikštelės kampuose). Palei vieną kraštą įkastas 21 stulpelis.
1) Koks aikštelės perimetras?
2) Kiek stulpelių įkasta aplink visą aikštelę?

KVADRATO, STAČIAKAMPIO IR STAČIOJO TRIKAMPIO PLOTŲ FORMULĖS

Prisiminkime, kaip skaičiuojamas kvadrato, stačiakampio ir stačiojo trikampio plotas.



Užduotis. Languotame lape nubraižytos figūros.



1) Kokios figūros nubraižytos?
2) Apskaičiuokite kiekvienos figūros plotą kvadratiniais milimetrais; kvadratiniais centimetrais; kvadratiniais decimetrais.

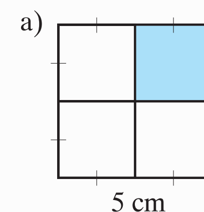
$1\ m^2 = 100\ dm^2$; $1\ dm^2 = 100\ cm^2$; $1\ cm^2 = 100\ mm^2$

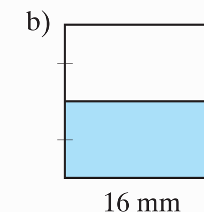
$1\ km^2 = 100\ ha$; $1\ ha = 100\ a$; $1\ a = 100\ m^2$

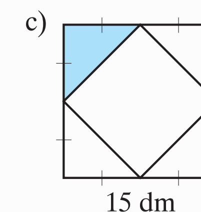
3) Nusakykite žodžiais, kaip apskaičiuojamas kvadrato plotas; stačiakampio plotas; stačiojo trikampio plotas.



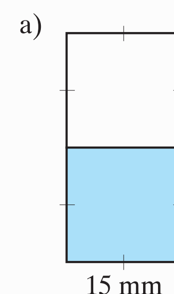
287. Apskaičiuokite nuspalvintos kvadrato dalies plotą.

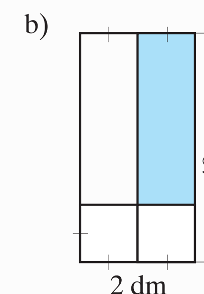


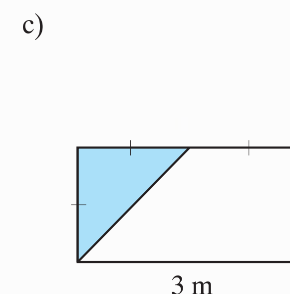




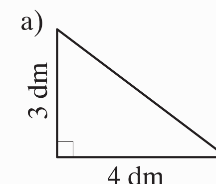
288. Apskaičiuokite nuspalvintos stačiakampio dalies plotą.

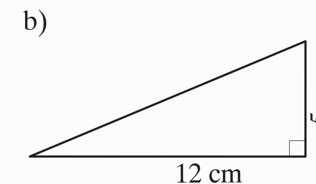


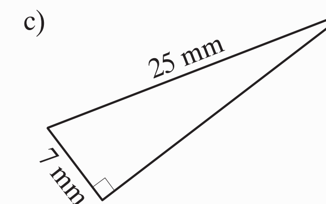




289. Apskaičiuokite stačiojo trikampio plotą.







290. Vienus ploto vienetus paverskite kitais.

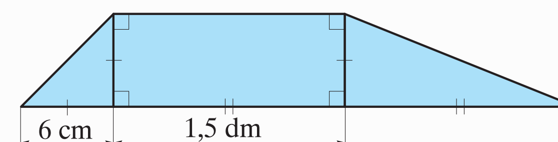
a) $2\ km^2 =$ … ha = … a = … m^2;

b) 1,5 ha = … a = … $m^2 =$ … cm^2;

c) $5000\ mm^2 =$ … $cm^2 =$ … $dm^2 =$ … m^2;

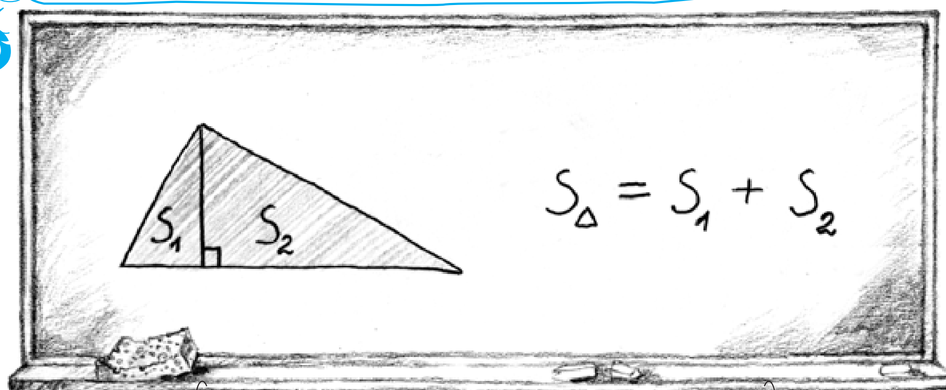
d) $234\,567\,000\ mm^2 =$ … $dm^2 =$ … $m^2 =$ … a.

291. Apskaičiuokite nuspalvintos figūros plotą.



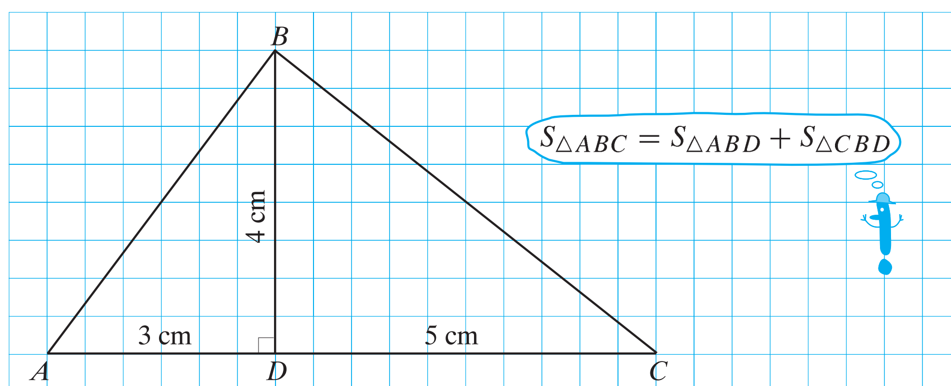
SKAIČIUOJAME BET KOKIO TRIKAMPIO PLOTĄ

Stačiojo trikampio plotą apskaičiuoti mokame.
O kaip apskaičiuoti plotą trikampio, kuris nėra status?



Bet kokį trikampį galima padalyti į du stačiuosius trikampius — nubrėžus trikampio aukštinę.
Trikampio plotas lygus tų stačiųjų trikampių plotų sumai.

Užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas trikampis ABC. Nubrėžta aukštinė BD, kuri trikampį ABC dalija į du stačiuosius trikampius: $\triangle ABD$ ir $\triangle CBD$.



Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite:

1) trikampio ABD plotą $S_{\triangle ABD} =$ ☁ cm^2;

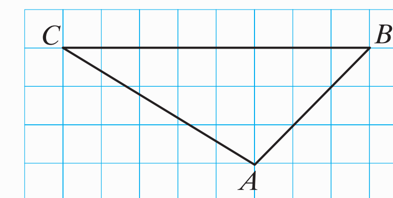
2) trikampio CBD plotą $S_{\triangle CBD} =$ ☁ cm^2;

3) trikampių ABD ir CBD plotų sumą $S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} =$ ☁ cm^2.

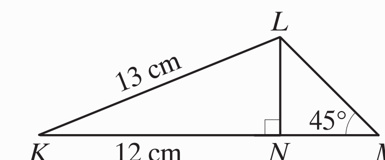
Pasakykite, kam lygus trikampio ABC plotas.



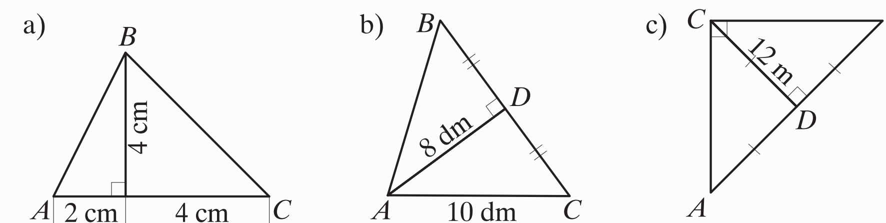
292. 1) Nubraižykite trikampį ABC taip, kaip parodyta paveikslėlyje dešinėje.
2) Iš viršūnės A nubrėžkite trikampio aukštinę.
3) Išmatavę gautų stačiųjų trikampių statinius, apskaičiuokite trikampio ABC plotą.



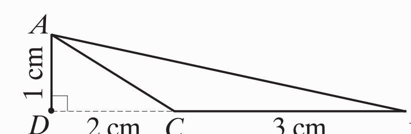
293. LN — $\triangle KLM$ aukštinė.
Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
1) LN; 2) $S_{\triangle KLN}$;
3) NM; 4) $S_{\triangle MLN}$;
5) $S_{\triangle KLM}$.



294. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABC plotą.



295. AD — trikampio ABC aukštinė.



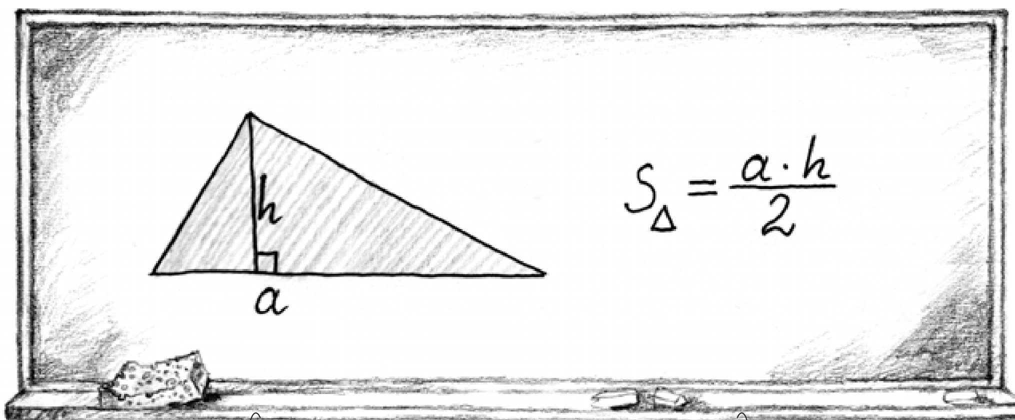
Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
1) $S_{\triangle ADB}$; 2) $S_{\triangle ADC}$; 3) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADB} - S_{\triangle ADC}$.

296. Lygiašonio trikampio MNK $(MN = NK)$ šoninės kraštinės ilgis yra 15 cm, o pagrindo ilgis yra 18 cm. Apskaičiuokite trikampio MNK plotą.

297. Lygiašonio trikampio DEF $(DE = EF)$ šoninės kraštinės ilgis yra 20 dm, o į pagrindą nubrėžtos aukštinės EG ilgis yra 12 dm. Apskaičiuokite trikampio DEF plotą.

298. Trikampio ABC kraštinės BC ilgis yra 20 cm, o aukštinė BD dalija kraštinę AC į atkarpas $AD = 16$ cm ir $DC = 12$ cm. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą.

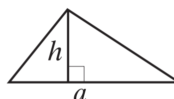
25 TRIKAMPIO PLOTO FORMULĖ



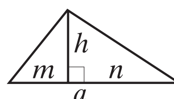
Trikampio plotas lygus kraštinės ir į ją nubrėžtos aukštinės ilgių sandaugos pusei.

Užduotis. Įsitikinkime, kad lentoje užrašyta formulė yra teisinga.

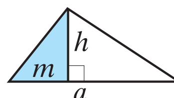
1) Nusibraižykime trikampį. Į kraštinę a nubrėžkime aukštinę h.



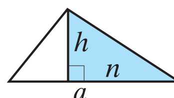
2) Aukštinė h kraštinę a padalija į dvi dalis, kurių ilgiai yra m ir n $(m + n = a)$.



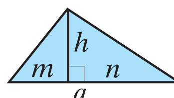
3) Apskaičiuokime stačiojo trikampio su statiniais m ir h plotą:
$S_1 = \frac{m \cdot h}{2}$.



4) Apskaičiuokime stačiojo trikampio su statiniais n ir h plotą:
$S_2 = \frac{n \cdot h}{2}$.



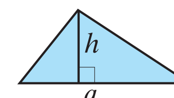
5) Apskaičiuokime stačiųjų trikampių plotų sumą:



$S_1 + S_2 = \frac{m \cdot h}{2} + \frac{n \cdot h}{2} = \frac{m \cdot h + n \cdot h}{2}$.

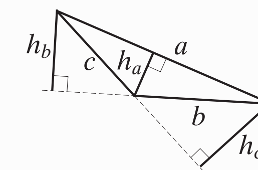
Skaitiklyje $m \cdot h + n \cdot h$ iškelkime prieš skliaustus bendrąjį dauginamąjį h:
$S_1 + S_2 = \frac{m \cdot h + n \cdot h}{2} = \frac{(m+n) \cdot h}{2}$.
Kadangi $m + n = a$, tai $S_1 + S_2 = \frac{(m+n) \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$.

Vadinasi, trikampio plotas $S = \frac{a \cdot h}{2}$.





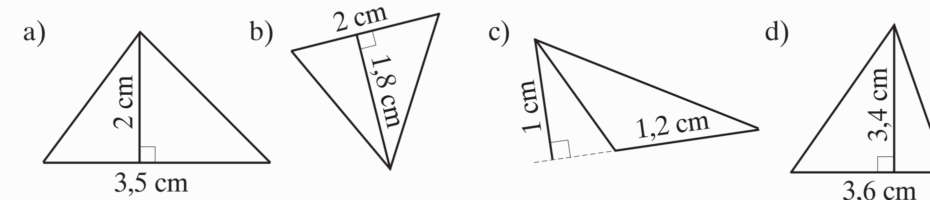
299. 1) Nubraižykite bet kokį trikampį ABC.
2) Nubrėžkite aukštinę AA_1. Išmatavę kraštinės BC ir aukštinės AA_1 ilgius, apskaičiuokite trikampio ABC plotą.
3) Nubrėžkite aukštinę BB_1. Išmatavę kraštinės AC ir aukštinės BB_1 ilgius, apskaičiuokite trikampio ABC plotą.



$S_\Delta = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$

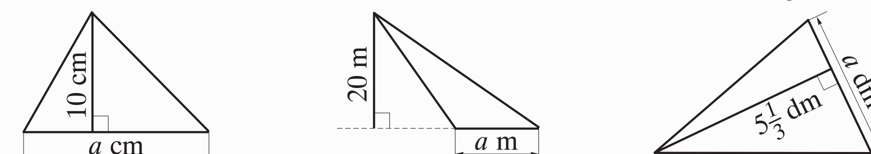
4) Nubrėžkite aukštinę CC_1. Išmatavę kraštinės AB ir aukštinės CC_1 ilgius, apskaičiuokite trikampio ABC plotą.

300. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio plotą.

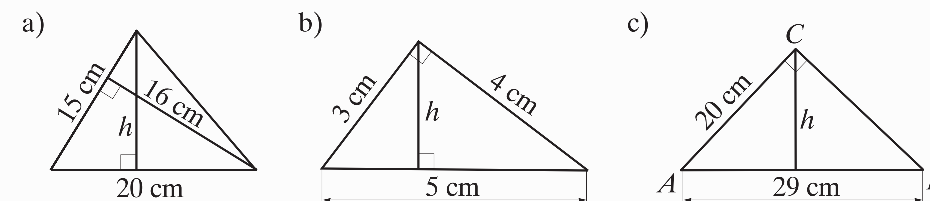


301. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio kraštinės ilgį a, kai žinomas jo plotas S.

a) $S = 80\,\text{cm}^2$; b) $S = 150\,\text{m}^2$; c) $S = 10\frac{2}{3}\,\text{dm}^2$.



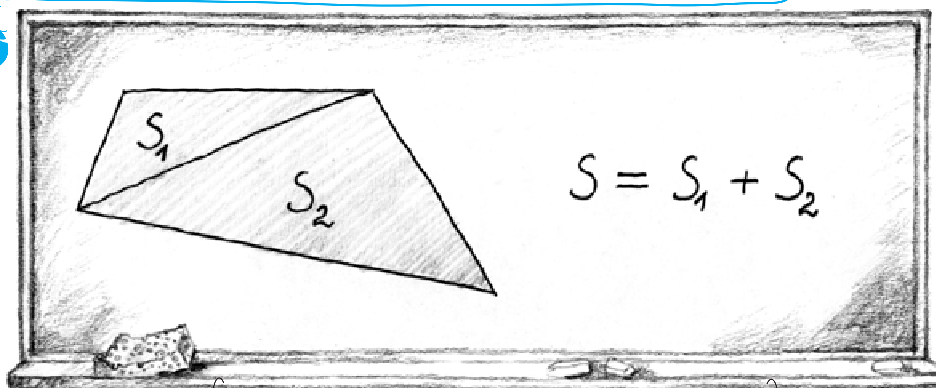
302. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio aukštinės ilgį h centimetrais.



303. Aukščiausia išlikusi Cheopso piramidė (≈ 147 m) Egipte yra keturkampė. Jos pagrindas — kvadratas, o šoninės sienos — lygūs lygiašoniai trikampiai. Cheopso piramidės pagrindo kraštinės ilgis yra maždaug 233 m, o šoninės sienos aukštinės ilgis yra maždaug 187 m. Apskaičiuokite piramidės:
1) vienos šoninės sienos plotą;
2) viso šoninio paviršiaus plotą (visų keturių šoninių sienų plotą).

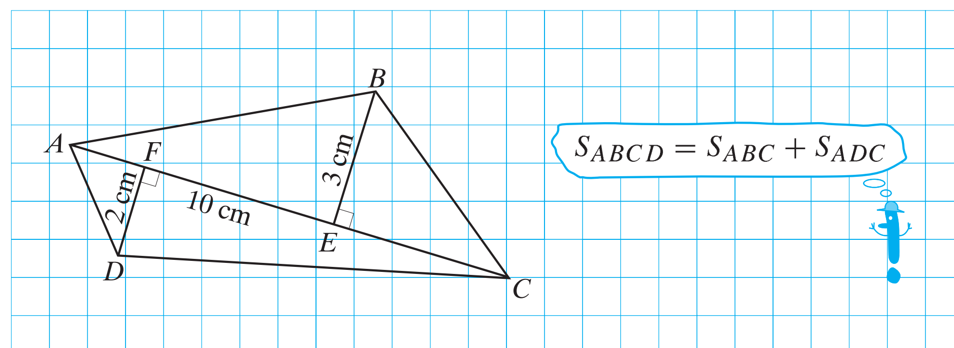
SKAIČIUOJAME KETURKAMPIO PLOTĄ

Stačiakampio ir trikampio plotus apskaičiuoti mokame.
O kaip apskaičiuoti plotą keturkampio, kuris nėra stačiakampis?



Keturkampį galima padalyti į du trikampius — nubrėžus keturkampio įstrižainę.
Keturkampio plotas lygus tų trikampių plotų sumai.

Užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotas keturkampis $ABCD$ ir nubrėžta jo įstrižainė $AC = 10$ cm, kuri keturkampį dalija į du trikampius: $\triangle ABC$ ir $\triangle ADC$. Nubrėžtos tų trikampių aukštinės BE ir DF.



Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite:

1) trikampio ABC plotą $S_{ABC} =$ ☁ cm^2;

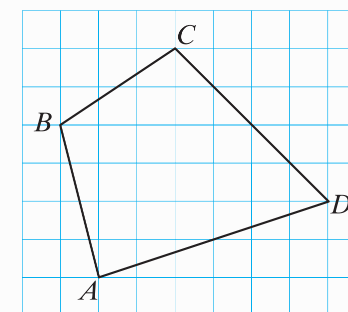
2) trikampio ADC plotą $S_{ADC} =$ ☁ cm^2;

3) trikampių ABC ir ADC plotų sumą $S_{ABC} + S_{ADC} =$ ☁ cm^2.

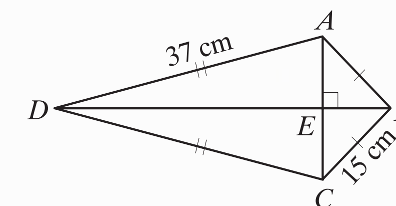
Pasakykite, kam lygus keturkampio $ABCD$ plotas.



304. 1) Nubraižykite keturkampį $ABCD$ taip, kaip parodyta paveikslėlyje.
2) Nubrėžkite įstrižainę BD.
3) Iš viršūnės C nubrėžkite trikampio BCD aukštinę CE.
4) Iš viršūnės A nubrėžkite trikampio ABD aukštinę AF.
5) Išmatavę įstrižainės BD ir aukštinių CE ir AF ilgius, apskaičiuokite keturkampio $ABCD$ plotą.
6) Atlikite tą pačią užduotį, nubrėžę įstrižainę AC.

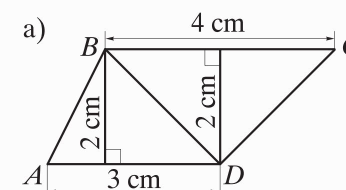


305. *Duota*: $AB = BC = 15$ cm,
$AD = DC = 37$ cm,
$AC = 24$ cm,
$AC \perp BD$.
Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
1) AE; 2) BE; 3) S_{ABC};
4) ED; 5) S_{ADC}; 6) S_{ABCD}.

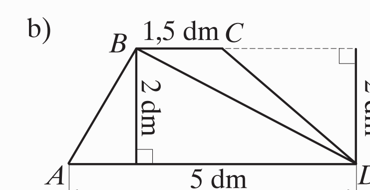


306. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite keturkampio $ABCD$ plotą.

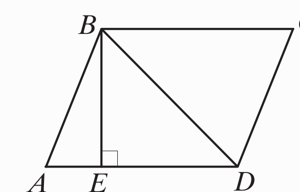
a)



b)

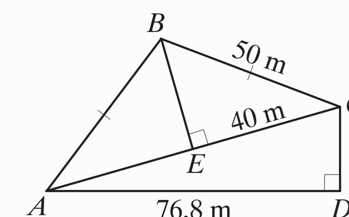


307. Keturkampis $ABCD$ — lygiagretainis, BD — įstrižainė, $BE = 18$ mm, $AD = 25$ mm.
1) Paaiškinkite, kodėl $\triangle ABD = \triangle CDB$.
2) Apskaičiuokite lygiagretainio plotą.

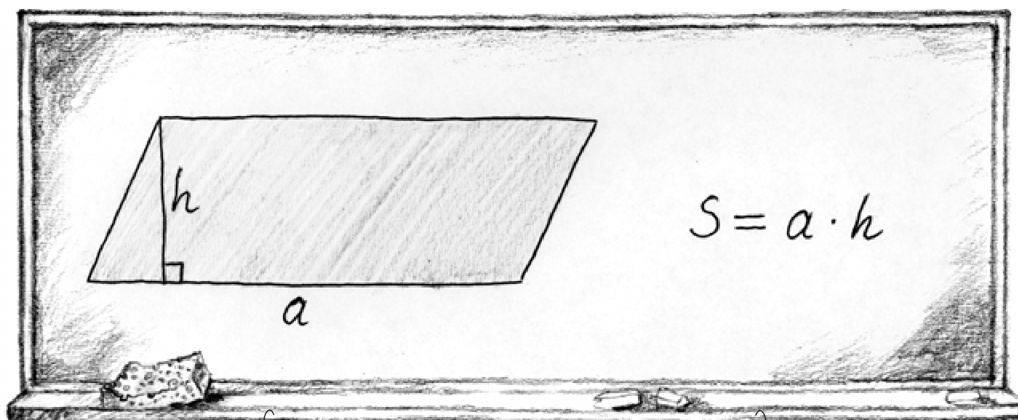


308. Rombo $ABCD$ kraštinės ilgis yra 2,8 m. Iš bukojo kampo B į kraštinę AD nubrėžtos aukštinės ilgis yra 2,2 m. Apskaičiuokite rombo plotą.

309. Sklypas yra keturkampio $ABCD$ formos. Įstrižainė AC sklypą dalija į du lygiašonio ir stačiojo trikampių formos sklypus. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite žemės sklypo plotą arais.
Atsakymą parašykite 0,1 aro tikslumu.



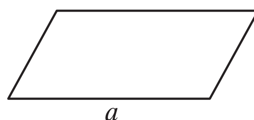
26 LYGIAGRETAINIO PLOTO FORMULĖ



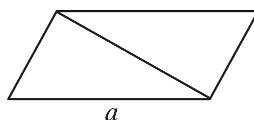
Lygiagretainio plotas lygus kraštinės ir į ją nubrėžtos aukštinės ilgių sandaugai.

Užduotis. Įsitikinkime, kad lentoje užrašyta formulė yra teisinga.

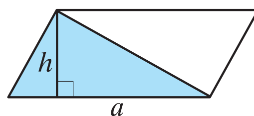
1) Nusibraižykime lygiagretainį, kurio vienos kraštinės ilgis yra a.



2) Nubrėžkime vieną jo įstrižainę. Pastebėkime, kad lygiagretainio įstrižainė jį padalijo į du lygius trikampius. Paaiškinkite, kodėl tie trikampiai yra lygūs.



3) Kadangi trikampiai lygūs, tai lygūs ir jų plotai. Trikampyje į kraštinę a nubrėžkime aukštinę h. Apskaičiuokime to trikampio plotą: $S_1 = \frac{a \cdot h}{2}$.



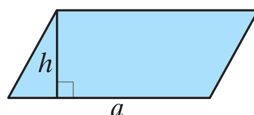
4) Užrašykite, kam lygus kito trikampio (nenuspalvinto) plotas S_2.

5) Apskaičiuokime tų trikampių plotų sumą:

$$S_1 + S_2 = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h + a \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot a \cdot h}{2} = a \cdot h.$$

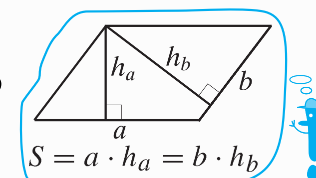
Vadinasi, lygiagretainio plotas

$S = a \cdot h$.

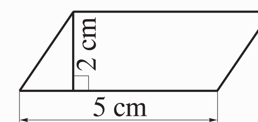


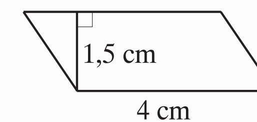


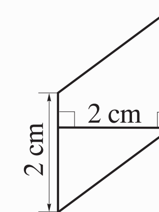
310. 1) Nubraižykite bet kokį lygiagretainį $ABCD$.
2) Nubrėžkite jo aukštinę iš viršūnės B į kraštinę AD. Išmatavę aukštinės ir kraštinės AD ilgius, apskaičiuokite lygiagretainio plotą.
3) Nubrėžkite jo aukštinę iš viršūnės B į kraštinę CD. Išmatavę šios aukštinės ir kraštinės CD ilgius, apskaičiuokite lygiagretainio plotą.



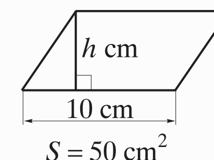
311. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite lygiagretainio plotą.

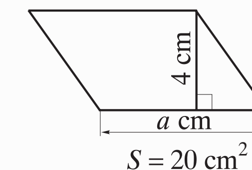
a)


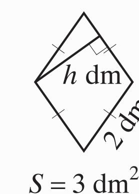
b)


c)


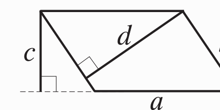
312. Pavaizduotas lygiagretainis, kurio plotas yra S. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite lygiagretainio:
a) aukštinės ilgį h; b) kraštinės ilgį a; c) aukštinės ilgį h.







313. Nubraižytas lygiagretainis, kurio kraštinės yra a ir b, o į tas kraštines nubrėžtos aukštinės yra c ir d.

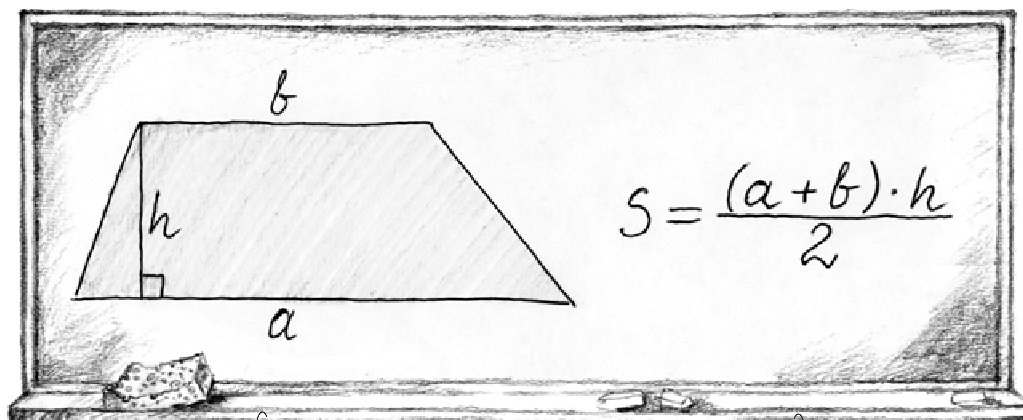


1) Kurie iš reiškinių
$a \cdot b$; $a \cdot c$; $c \cdot d$; $a \cdot d$; $b \cdot d$; $b \cdot c$
išreiškia lygiagretainio plotą?

2) Pabaikite pildyti lentelę.

	a)	b)	c)	d)
$a =$	4 cm	. . . dm	. . . m	15 cm
$b =$	2 cm	1 dm	. . . m	1 dm
$c =$	1 cm	0,5 dm	2 m	. . .
$d =$	. . . cm	3 dm	15 m	. . .
$S =$	. . . cm²	. . . dm²	60 m²	50 cm²

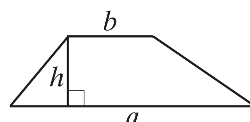
27 TRAPECIJOS PLOTO FORMULĖ



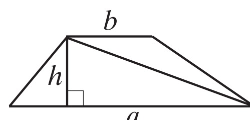
Trapecijos plotas lygus pagrindų ilgių sumos ir aukštinės ilgio sandaugos pusei.

Užduotis. Įsitikinkime, kad lentoje užrašyta formulė yra teisinga.

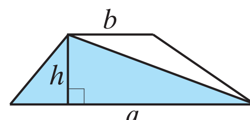
1) Nusibraižykime trapeciją, kurios pagrindai yra a ir b. Iš vienos viršūnės į ilgesnįjį pagrindą nubrėžkime aukštinę h.



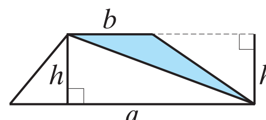
2) Iš tos pačios viršūnės nubrėžkime įstrižainę. Ji trapeciją padalija į du trikampius.



3) Apskaičiuokime plotą trikampio, kurio kraštinė yra a ir į ją nubrėžta aukštinė h:
$S_1 = \frac{a \cdot h}{2}$.



4) Apskaičiuokime plotą trikampio, kurio kraštinė yra b ir į ją nubrėžta aukštinė h:
$S_2 = \frac{b \cdot h}{2}$.

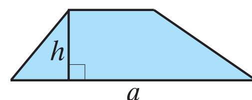


5) Apskaičiuokime tų trikampių plotų sumą:

$$S_1 + S_2 = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h + b \cdot h}{2} = \frac{(a+b) \cdot h}{2}.$$

Vadinasi, trapecijos plotas

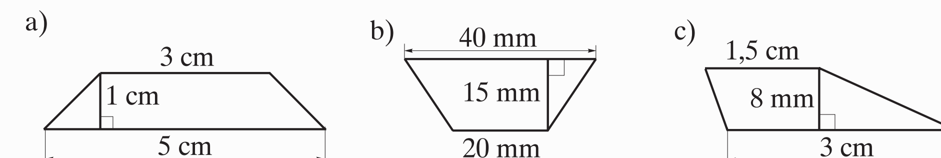
$$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}.$$



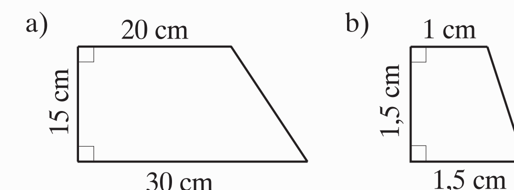


314. 1) Nubraižykite bet kokią trapeciją $ABCD$.
2) Nubrėžkite jos aukštinę. Išmatavę pagrindų ir aukštinės ilgius, apskaičiuokite trapecijos plotą.

315. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trapecijos plotą.



316. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite stačiosios trapecijos plotą.

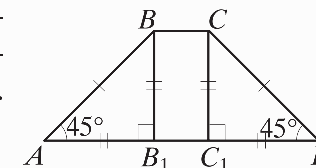


Trapecija, kurios viena šoninė kraštinė yra statmena pagrindams, vadinama stačiąja trapecija.

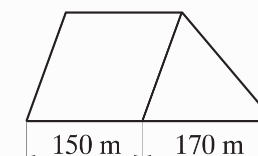
317. Trapecijos pagrindai yra a ir b, aukštinė — h, plotas — S. Pabaikite pildyti lentelę.

	a)	b)	c)	d)	e)
$a =$	5 cm	1 m	4 dm	15 m	0,5 km
$b =$	7 cm	4 m	6 dm	...	...
$h =$	2 cm	0,5 m	... dm	60 m	300 m
$S =$	... cm^2	... m^2	10 dm^2	12 a	0,3 km^2

318. Lygiašonės trapecijos $ABCD$ kampai prie ilgesniojo pagrindo lygūs 45°. Trapecijos aukštinė $BB_1 = 8$ cm, o pagrindas $AD = 20$ cm. Apskaičiuokite trapecijos plotą.

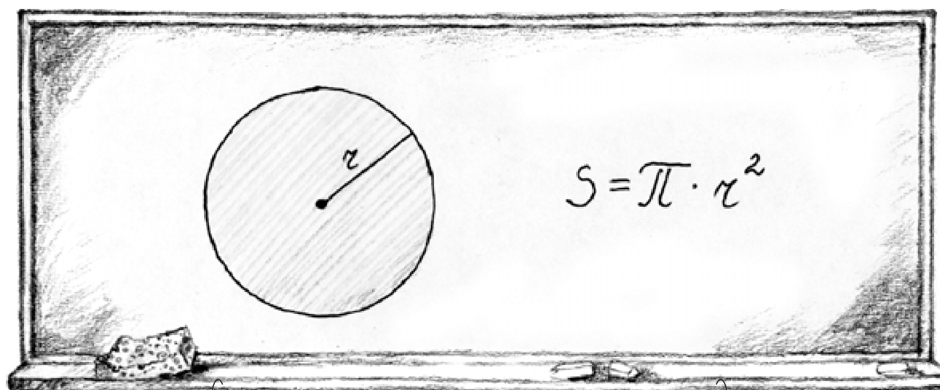


319. Trapecijos formos sklypas padalytas į du mažesnius — lygiagretainio ir trikampio formos — sklypus. Lygiagretainio formos sklypo plotas lygus 210 arų. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio sklypo ir viso (trapecijos formos) sklypo plotus arais.





SKRITULIO PLOTO FORMULĖ

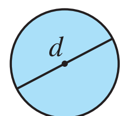


Skritulio plotas yra maždaug 3,14 karto didesnis už spindulio ilgio kvadratą. Tikslią skritulio ploto reikšmę gautume, spindulio ilgio kvadratą daugindami iš skaičiaus π.

1 užduotis. 1) Užrašykite (su raide π), kam lygus skritulio plotas, kai jo spindulio ilgis lygus: a) 2 cm; b) 5 cm; c) 1 cm.
2) Kiekvienu atveju apskaičiuokite skritulio plotą, vietoj π imdami 3,14.

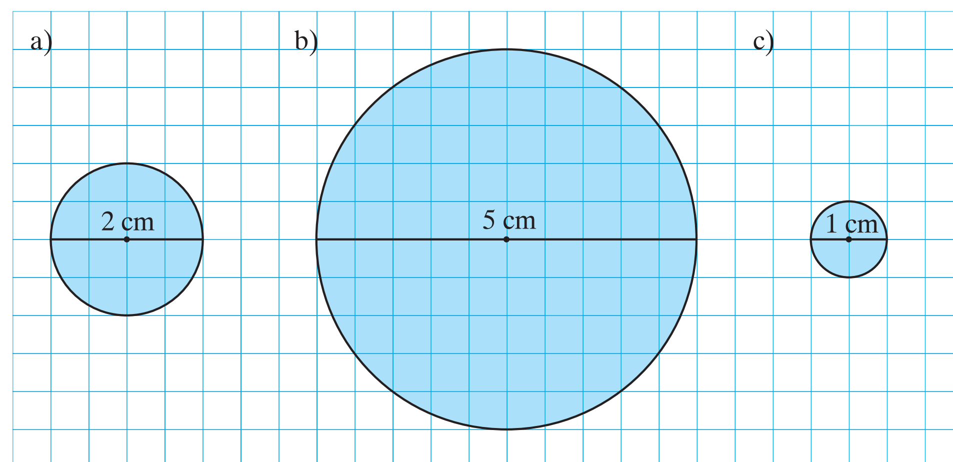
2 užduotis.
1) Įsitikinkite, kad skritulio plotą S galima apskaičiuoti pagal formulę

$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, čia d — skritulio skersmens ilgis.



Skritulio plotas lygus skersmens ilgio kvadrato ir skaičiaus π sandaugos ketvirtadaliui.

2) Užrašykite (su raide π), kam lygus pavaizduoto skritulio plotas.





320. Pabaikite pildyti lentelę; čia r — skritulio spindulys, d — skersmuo, S — plotas.

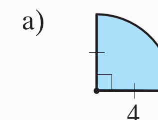
	r	d	S
a)	3 cm		
b)		14 mm	
c)			$25\pi\ m^2$
d)	2,5 dm		
e)		$1\frac{1}{2}$ m	
f)			$12\frac{1}{4}\pi$ cm^2

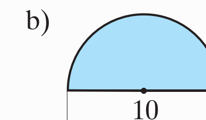
Skritulio plotas $S = 9\pi$ m^2.
Apskaičiuokime skritulio spindulio ilgį.
$\pi \cdot r^2 = 9 \cdot \pi \ \big|\ : \pi$,
$r^2 = 9$,
$r^2 - 3^2 = 0$,
$(r+3)(r-3) = 0$,
$r = -3$ (netinka), $r = 3$ (m).

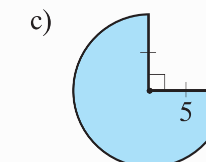
321. Remdamiesi formule $S = \frac{\pi d^2}{4}$, apskaičiuokite skritulio plotą, kai jo skersmens ilgis d lygus:
a) 4 cm; b) 2,5 dm; c) $3\frac{1}{3}$ m; d) $\frac{4}{7}$ mm.

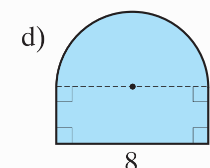
322. Apskaičiuokite skritulio plotą 0,1 tikslumu (imdami $\pi = 3{,}14$), kai apskritimo spindulys r lygus:
a) 6 cm; b) 16 mm; c) 3,4 dm; d) $2\frac{3}{8}$ dm; e) 10,5 cm; f) $1\frac{1}{3}$ m.

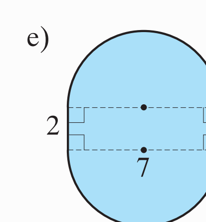
323. Apskaičiuokite pavaizduotos figūros plotą. Atsakymą pateikite su raide π. (Brėžinyje duomenys pateikti milimetrais.)

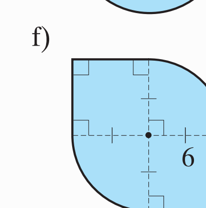
a)


b)


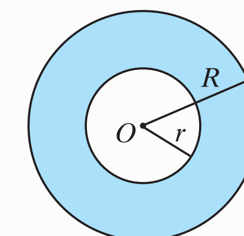
c)


d)


e)


f)


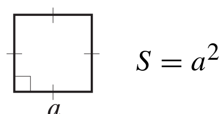
324. *Duota*: $R = 3$ cm,
$r = 1{,}5$ cm.
Apskaičiuokite:
1) plotą S_1 skritulio, kurio spindulys yra R;
2) plotą S_2 skritulio, kurio spindulys yra r;
3) nuspalvinto žiedo plotą, t. y. $S_1 - S_2$;
4) plotų dalmenį $\frac{S_1}{S_2}$.



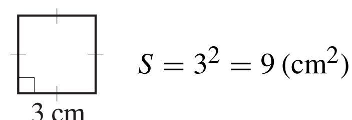


APIBENDRINAME

Kvadrato plotas lygus kraštinės ilgio kvadratui:

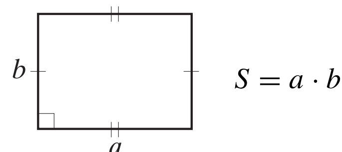


$S = a^2$

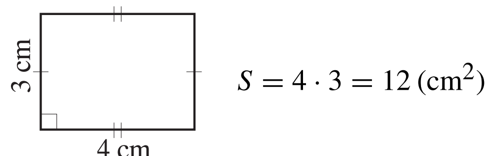


$S = 3^2 = 9\ (\text{cm}^2)$

Stačiakampio plotas lygus gretimų kraštinių ilgių sandaugai:

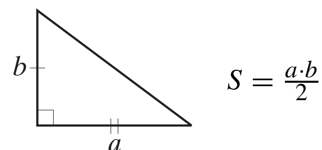


$S = a \cdot b$

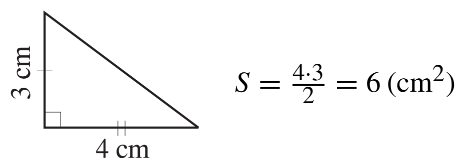


$S = 4 \cdot 3 = 12\ (\text{cm}^2)$

Stačiojo trikampio plotas lygus statinių ilgių sandaugos pusei:

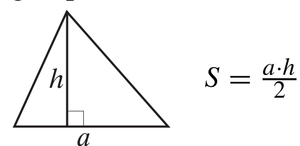


$S = \frac{a \cdot b}{2}$

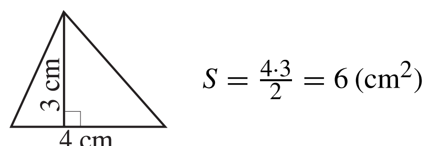


$S = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6\ (\text{cm}^2)$

Trikampio plotas lygus kraštinės ir į ją nubrėžtos aukštinės ilgių sandaugos pusei:

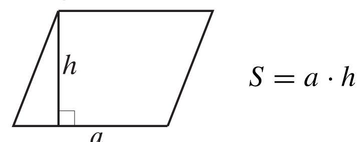


$S = \frac{a \cdot h}{2}$

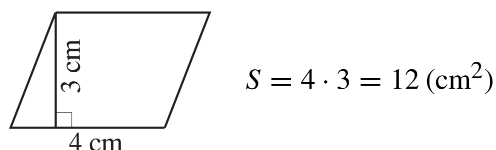


$S = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6\ (\text{cm}^2)$

Lygiagretainio plotas lygus kraštinės ir į ją nubrėžtos aukštinės ilgių sandaugai:

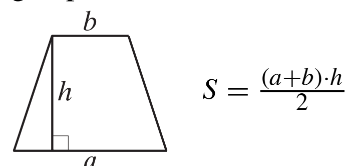


$S = a \cdot h$

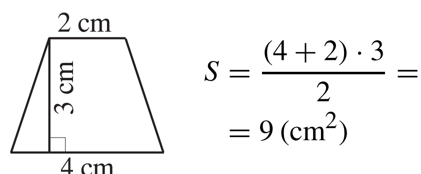


$S = 4 \cdot 3 = 12\ (\text{cm}^2)$

Trapecijos plotas lygus pagrindų ilgių sumos ir aukštinės ilgio sandaugos pusei:

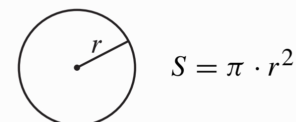


$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

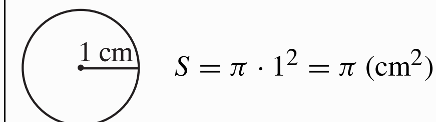


$S = \frac{(4+2) \cdot 3}{2} = 9\ (\text{cm}^2)$

Skritulio plotas lygus skaičiui π, padaugintam iš skritulio spindulio ilgio kvadrato:

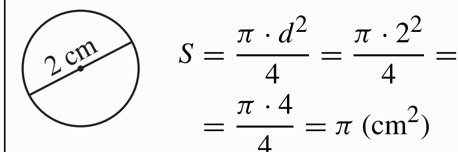


$S = \pi \cdot r^2$



$S = \pi \cdot 1^2 = \pi\ (\text{cm}^2)$

Kadangi skritulio skersmuo $d = 2r$, tai $r = \frac{d}{2}$, o $S = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$.



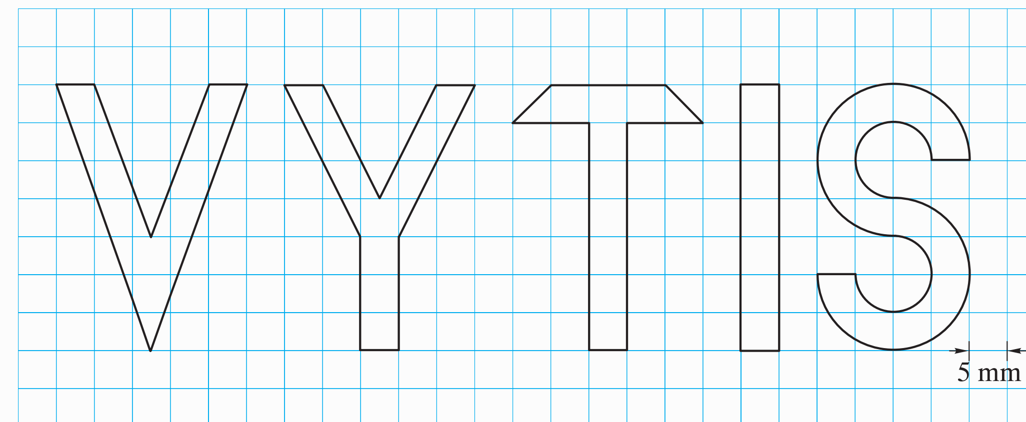
$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4}{4} = \pi\ (\text{cm}^2)$

Skaičius π — begalinė dešimtainė neperiodinė trupmena.

$\pi = 3{,}14159265358979...$

Vytis

Agnė languotame lape užrašė žodį.



1) Apskaičiuokite kiekvienos raidės atskirai bei viso žodžio užimamą plotą:
   a) kvadratiniais milimetrais;
   b) kvadratiniais centimetrais;
   c) langeliais (nepilno langelio plotą laikykite lygiu pusei pilno langelio).
2) Užrašykite panašiai dar dvi kokias nors raides (pavyzdžiui, savo vardo ir pavardės pirmąsias raides) ir apskaičiuokite jų plotą.

SPRENDŽIAME

325. Apskaičiuokite klaustukais pažymėtus dydžius.

a) 1) $h = 5$ dm, $a = 12$ dm, $S = \ ?\ \text{dm}^2$; 2) $a = 20$ cm, $S = 20\ \text{cm}^2$, $h = \ ?$ cm;

b) 1) $a = 32$ cm, $h = 12$ cm, $S = \ ?\ \text{cm}^2$; 2) $h = 5$ dm, $S = 100\ \text{dm}^2$, $a = \ ?$ dm;

c) 1) $a = 5$ dm, $h = 3$ dm, $S = \ ?\ \text{dm}^2$; 2) $a = 10$ cm, $S = 25\ \text{cm}^2$, $h = \ ?$ cm;

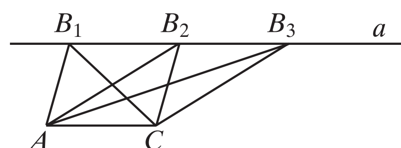
d) 1) $a = 2$ m, $h = 2$ m, $S = \ ?\ \text{m}^2$; 2) $h = 5$ mm, $S = 125\ \text{mm}^2$, $a = \ ?$ mm;

e) 1) $a = 3$ cm, $b = 6$ cm, $h = 1$ cm, $S = \ ?\ \text{cm}^2$; 2) $a = 2$ dm, $b = 3$ dm, $S = 10\ \text{dm}^2$, $h = \ ?$ dm;

f) 1) $a = 5$ m, $b = 9$ m, $h = 2{,}5$ m, $S = \ ?\ \text{m}^2$; 2) $S = 30\ \text{cm}^2$, $h = 3$ cm, $a = b - 2$ cm, $a = \ ?$ cm, $b = \ ?$ cm.

326. Trikampio ABC kraštinės $AB = 5{,}2$ cm, $BC = 5{,}6$ cm, $AC = 6$ cm, o plotas $S = 13{,}44\ \text{cm}^2$. Apskaičiuokite ilgį aukštinės, nubrėžtos į kraštinę: a) AB; b) BC; c) AC.

327. Tiesė a lygiagreti AC, $AC = 3$ cm. Trikampio AB_1C aukštinė, nubrėžta iš viršūnės B_1, lygi 2,5 cm.

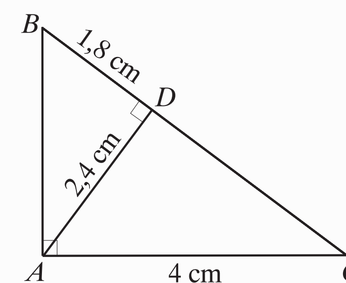


1) Apskaičiuokite $\triangle AB_1C$ plotą.
2) Kam lygi $\triangle AB_2C$ aukštinė, nubrėžta iš viršūnės B_2? Apskaičiuokite $S_{\triangle AB_2C}$.
3) Kam lygi $\triangle AB_3C$ aukštinė, nubrėžta iš viršūnės B_3? Apskaičiuokite $\triangle AB_3C$ plotą.

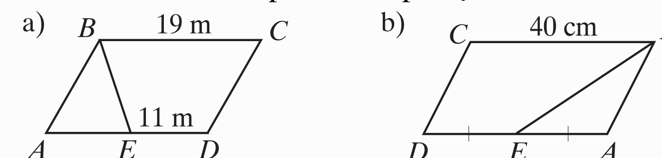


328. *Duota*: $\angle BAC$ — status, $AD \perp BC$, $AC = 4$ cm, $BD = 1{,}8$ cm, $AD = 2{,}4$ cm.

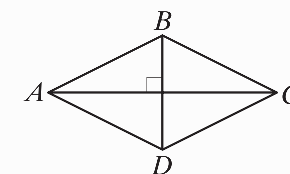
Apskaičiuokite: 1) AB; 2) CD; 3) $S_{\triangle ABD}$; 4) $S_{\triangle ADC}$; 5) $S_{\triangle ABC}$;
6) $\triangle ABD$ aukštinės, nubrėžtos į kraštinę AB, ilgį;
7) $\triangle ADC$ aukštinės, nubrėžtos į kraštinę AC, ilgį.



329. Lygiagretainio $ABCD$ plotas lygus $105\ \text{m}^2$. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABE plotą.

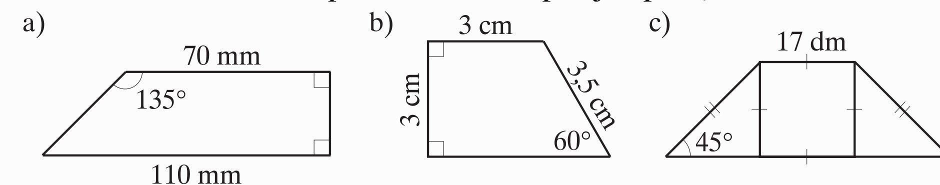


330. 1) Rombo $ABCD$ įstrižainių ilgiai yra $AC = d_1$ ir $BD = d_2$. Įsitikinkite, kad rombo plotą galima apskaičiuoti pagal formulę $S = \frac{1}{2}d_1d_2$.
2) Remdamiesi šia formule, apskaičiuokite rombo $ABCD$ plotą, kai:
a) $AC = 10$ cm, $BD = 6$ cm;
b) $AC = 24$ dm, $BD = 18$ dm.



Rombo įstrižainės yra statmenos.

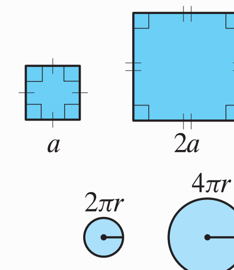
331. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trapecijos plotą.





332. a) Kiek kartų padidėja kvadrato plotas, jo kraštinę pailginus dvigubai?

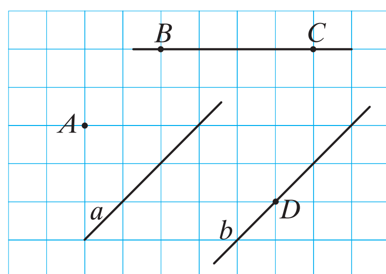
b) Kiek kartų padidėja skritulio plotas, jo ilgį padidinus dvigubai?



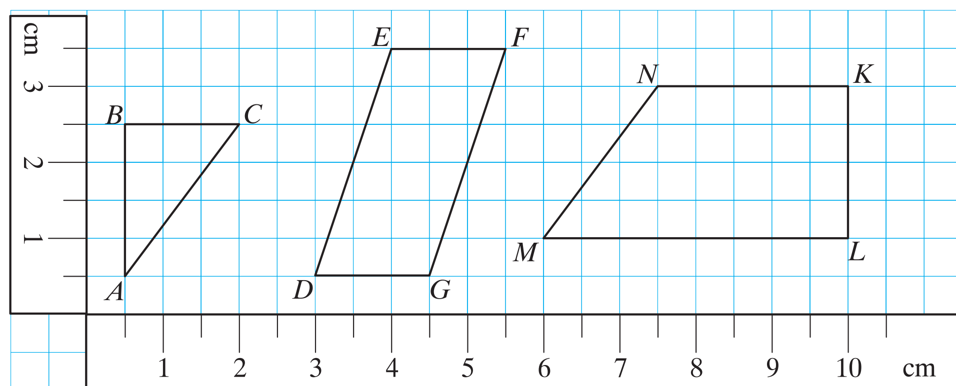


PASITIKRINAME

333. Išmatavę užrašykite, koks atstumas milimetrais yra tarp:
a) taškų A ir B; taškų C ir D;
b) taško A ir tiesės BC; taško D ir tiesės BC;
c) tiesių a ir b.



334. 1) Kokios figūros pavaizduotos brėžinyje?



2) Raskite ilgį centimetrais:
a) trikampio aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės C;
b) lygiagretainio aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės F į kraštinę DG;
c) trapecijos aukštinės.

3) Išmatuokite kraštinių AC, DE ir MN ilgius ir apskaičiuokite kiekvienos pavaizduotos figūros perimetrą milimetrais.

4) Apskaičiuokite kiekvienos pavaizduotos figūros plotą kvadratiniais centimetrais.

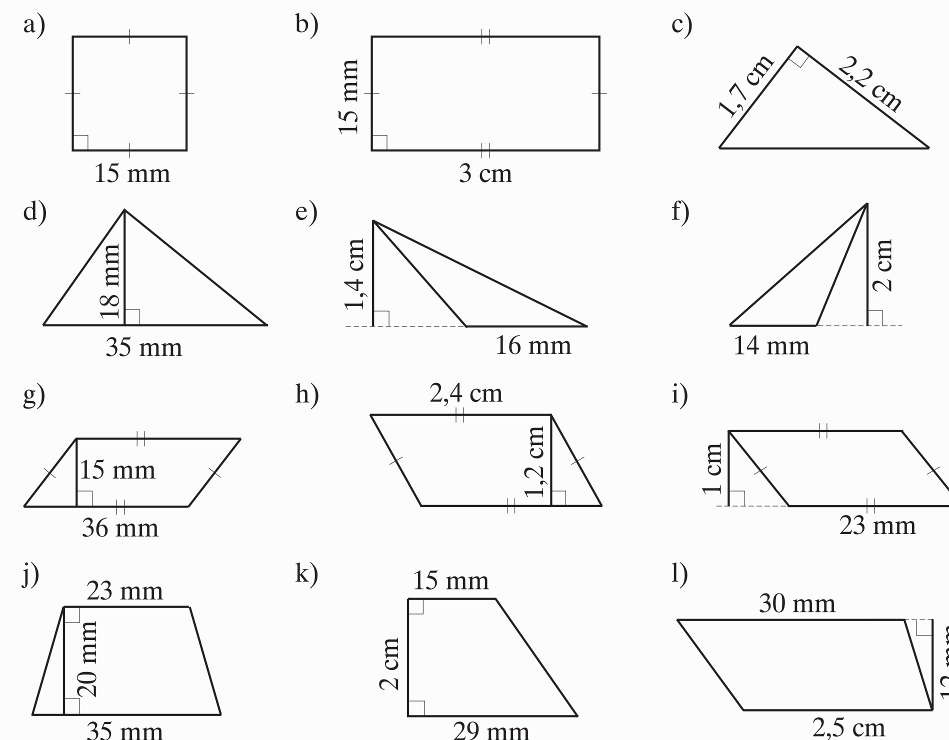
335. a) Lygiakraščio trikampio perimetras lygus perimetrui kvadrato, kurio kraštinės ilgis yra 15 cm. Koks trikampio kraštinės ilgis?
b) Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė keturis kartus ilgesnė už pagrindą. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 72 dm.

336. Milda ir Jaunius matavo keturkampio kampų dydžius. Mildos matavimo rezultatų suma lygi 362°, o Jauniaus — 359°. Keturkampio kampų dydžių suma lygi 360°. Apskaičiuokite abiejų vaikų gautų apytikslių reikšmių matavimų absoliučiąsias ir santykines paklaidas.

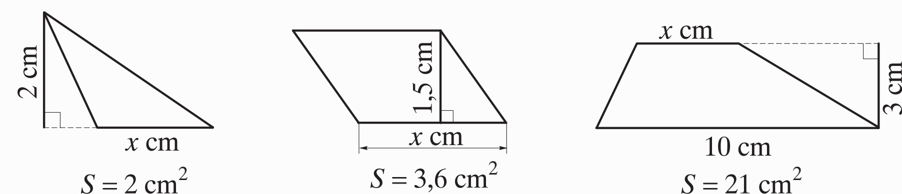
337. Pagal lentelės duomenis apskaičiuokite nežinomus apskritimo dydžius; čia r — spindulys, d — skersmuo, C — ilgis, S — ribojamas plotas.

	r	d	C	S
a)	10 cm			
b)		40 mm		
c)			16π dm	
d)				49π m^2

338. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduotos figūros plotą.



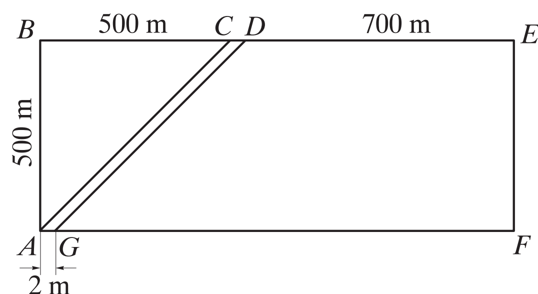
339. 1) Pavaizduotos figūros plotas yra S. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kraštinės x ilgį:
a) trikampio; b) lygiagretainio; c) trapecijos.



2) Užrašykite kiekvienos figūros plotą kvadratiniais milimetrais; kvadratiniais decimetrais.

Koks plotas?

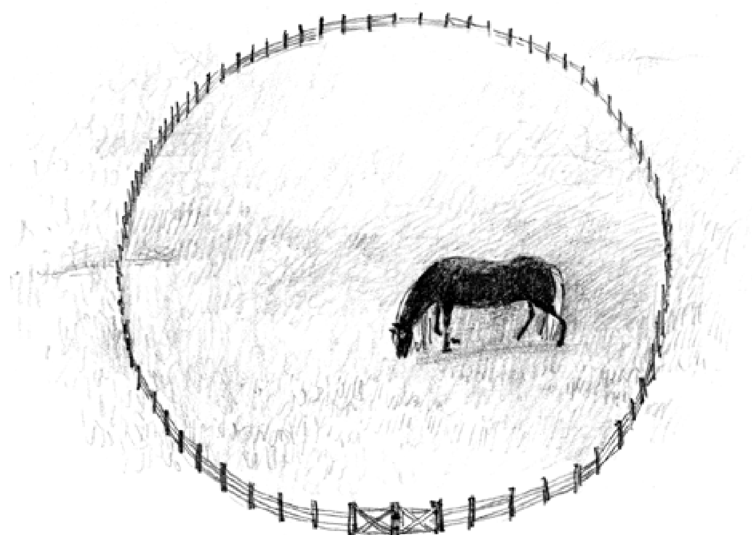
Prisiminkime skyriaus pradžioje nagrinėtą uždavinį.
Per stačiakampį lauką eina lygiagretainio formos takas.



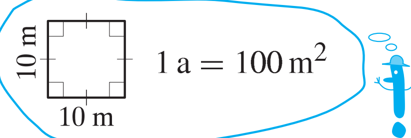
Užduotis. Remdamiesi brėžinio duomenimis:

1) nustatykite, kam lygus trapecijos $DEFG$ aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės E, ilgis;
2) apskaičiuokite trapecijos $DEFG$ formos lauko dalies plotą;
3) nustatykite, kam lygus lygiagretainio $ACDG$ aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės A į kraštinę CD, ilgis;
4) apskaičiuokite tako $ACDG$ plotą.

Netoli lauko esančioje pievoje apvaliame aptvare ganosi arklys.



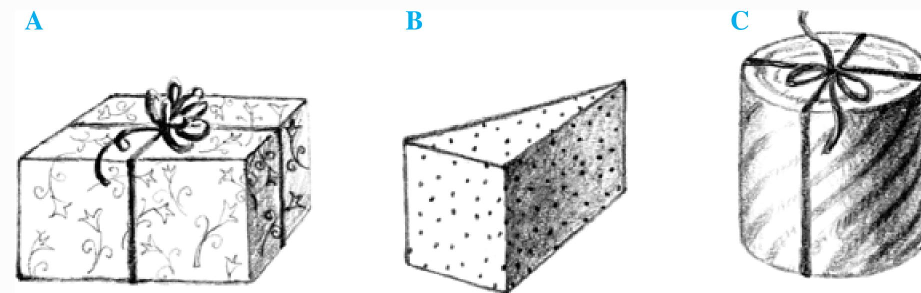
Apkaičiuokite, kokiame plote ganosi arklys, jei aptvaro tvoros ilgis yra 94,2 m. Atsakymą parašykite 1 aro tikslumu.





KARTOJAME

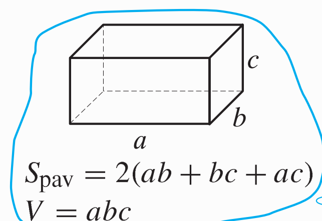
340. Gimtadienio proga Eglė gavo tris dovanas, supakuotas į skirtingas dėžutes.



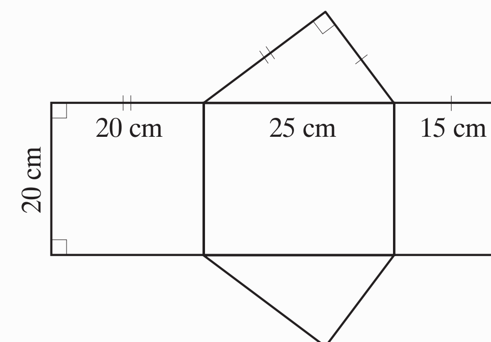
1) Kokį erdvinį kūną primena kiekviena dėžutė?

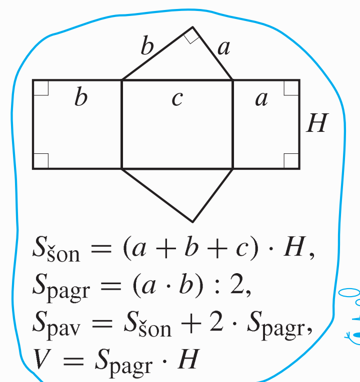
Dėžutės **A** ilgis a yra 30 cm, plotis b — dvigubai mažesnis už ilgį, o aukštis c sudaro 40% ilgio.

2) Apskaičiuokite dėžutės plotį ir aukštį.
3) Kiek centimetrų juostelės reikėjo šiai dėžutei surišti, jei kaspinėliui surišti reikėjo 3,2 dm juostelės?
4) Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą ir tūrį.



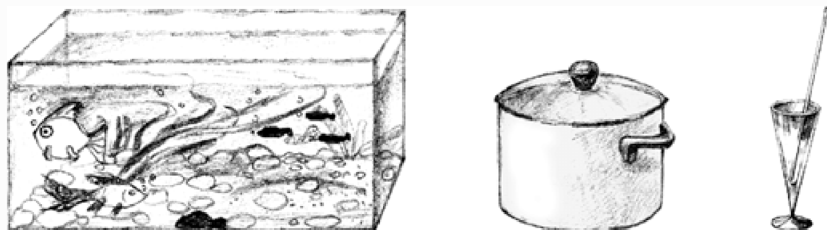
Dėžutę **B** Eglė išskleidė ant stalo.





5) Apskaičiuokite šios dėžutės:
   a) šoninio paviršiaus plotą;
   b) pagrindų plotų sumą;
   c) viso paviršiaus plotą;
   d) tūrį.

Koks daiktų tūris?



Užduotis.

1) Kokius erdvinius kūnus primena pavaizduoti daiktai?
2) Akvariumo ilgis yra 50 cm, plotis — 20 cm, o aukštis — 30 cm. Apskaičiuokite akvariumo;
   a) pagrindo plotą; b) šoninio paviršiaus plotą; c) viso paviršiaus plotą.
3) Į akvariumą įpilta vandens iki $\frac{2}{3}$ jo aukščio. Kiek litrų vandens įpilta į akvariumą?

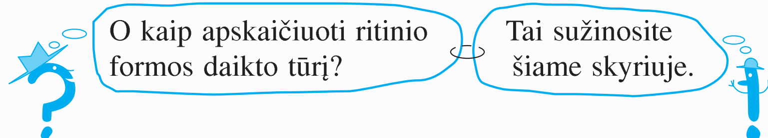
$1\ \text{dm}^3 = 1\ \ell$, $1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{m}\ell$; $1\ \ell = 1000\ \text{m}\ell$

Puodo dugno spindulio ilgis yra 8 cm, o puodo aukštis — 10 cm.

4) Pasvarstykite, ar į šį puodą tilptų

$$20 \cdot 20 \cdot 10\ (\text{cm}^3) = 4000\ (\text{cm}^3) = 4\ (\ell)\ \text{vandens.}$$

Kaip manote, kiek daugiausiai litrų vandens galėtų tilpti į tokį puodą?



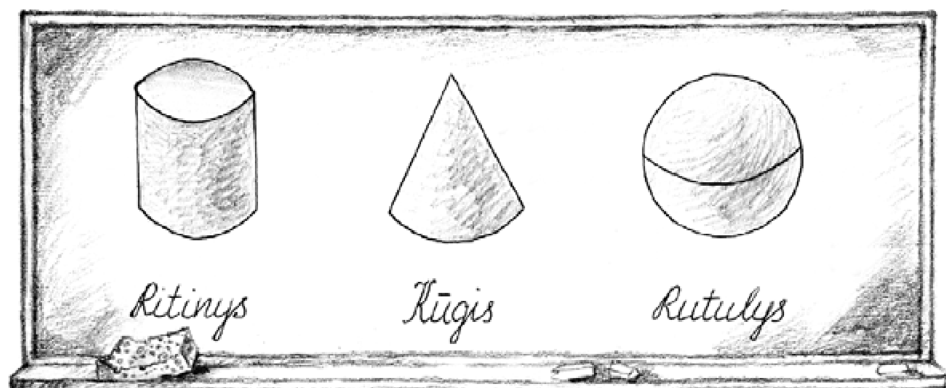
***Šiame skyriuje*:**

- sužinosite, kokie erdviniai kūnai vadinami sukiniais;
- plačiau susipažinsite su ritiniu, kūgiu ir rutuliu;
- išmoskite atpažinti ritinio išklotinę;
- išmoksite apskaičiuoti ritinio viso paviršiaus plotą ir tūrį.

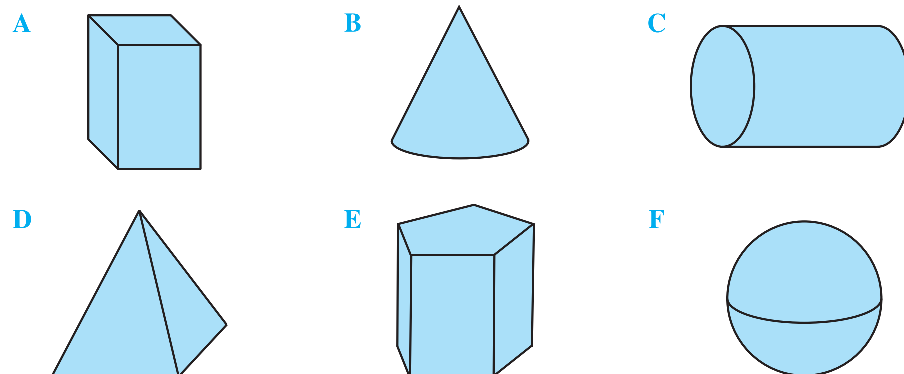
9 ERDVINIAI KŪNAI



SUKINIAI

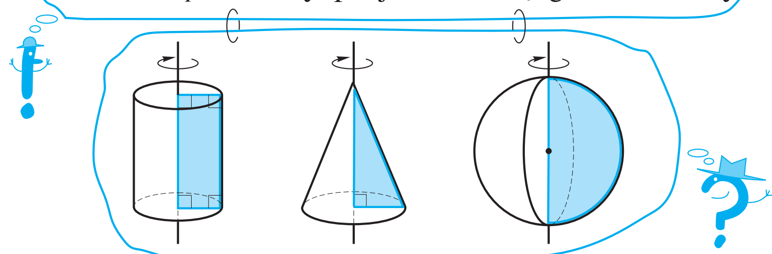


Užduotis. 1) Kaip vadinamas kiekvienas pavaizduotas erdvinis kūnas?



2) Kurie iš pavaizduotų erdvinių kūnų yra briaunainiai, o kurie — sukiniai?

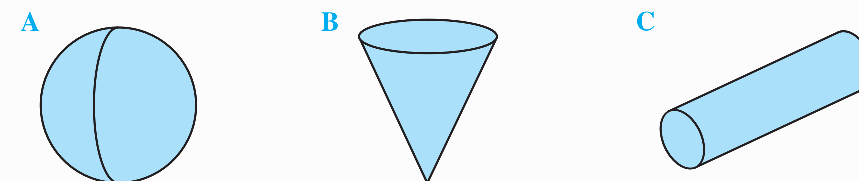
Sukinius galima gauti sukant plokštumos figūras.
- Sukdami *stačiãkampį* apie jo kraštinę, gauname *rìtinį*.
- Sukdami *stãtųjį trìkampį* apie jo statinį, gauname *kū́gį*.
- Sukdami *pusskritulį* apie jo skersmenį, gauname *rùtulį*.



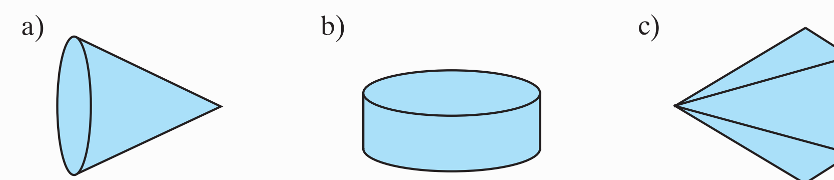
3) Pateikite daiktų pavyzdžių, kurių forma primena sukinius.



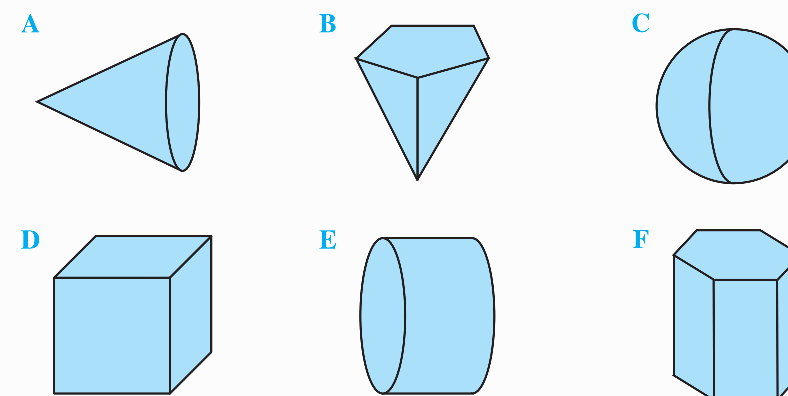
341. Kuris iš pavaizduotų erdvinių kūnų yra ritinys? kūgis? rutulys?



342. Ar pavaizduotas erdvinis kūnas yra sukinys? Kokią plokštumos figūrą sukant jis gautas?

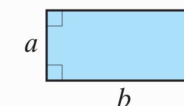


343. Kurie iš pavaizduotų erdvinių kūnų yra briaunainiai, kurie — sukiniai?

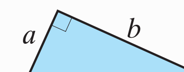


344. Kokį erdvinį kūną gausime sukdami:

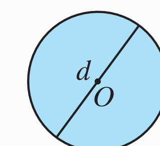
a) stačiakampį apie jo kraštinę a? kraštinę b?



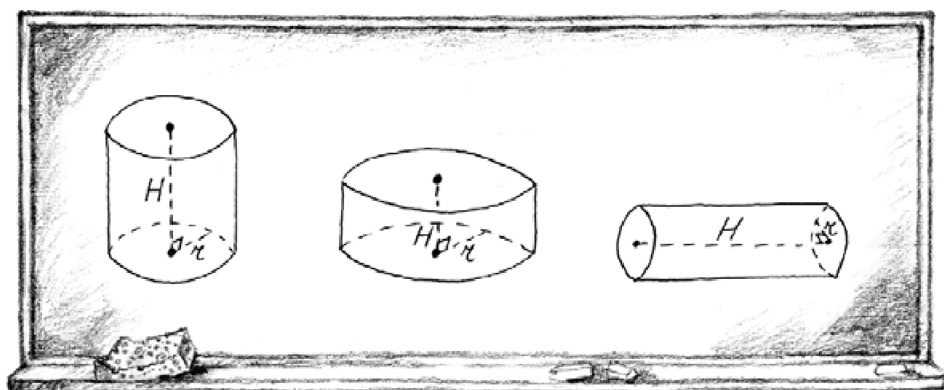
b) statųjį trikampį apie jo statinį a? statinį b?

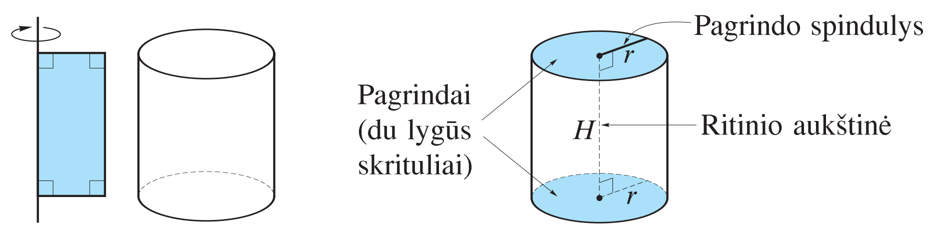


c) skritulį apie jo skersmenį d?



RITINYS

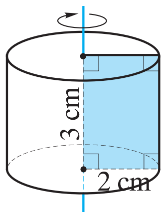




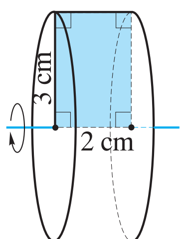
Sukdami stačiakampį apie bet kurią jo kraštinę, gauname *rìtinį*.

Užduotis.

1) Stačiakampis, kurio kraštinių ilgiai yra 2 cm ir 3 cm, sukamas apie ilgesniąją kraštinę. Užrašykite gautojo ritinio pagrindo spindulio ilgį ir aukštinės ilgį.

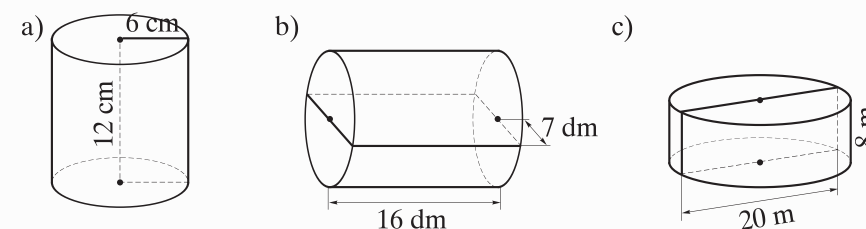


2) Koks bus ritinio pagrindo spindulio ilgis ir aukštinės ilgis, jei tą patį stačiakampį suksime apie trumpesniąją kraštinę?



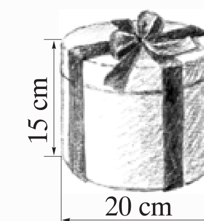


345. Remdamiesi brėžiniu, pasakykite, koks yra ritinio aukštinės ilgis ir pagrindo spindulio ilgis.

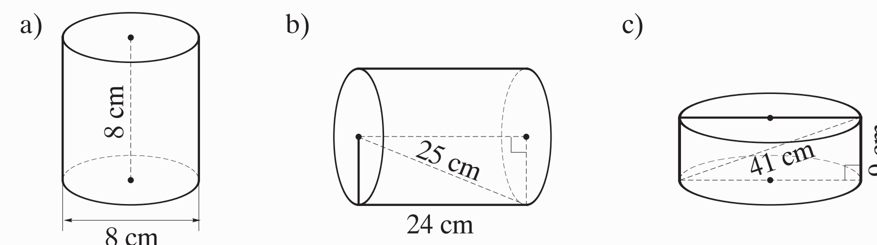


346. Ritinio formos dėžutės aukštis yra 15 cm, o pagrindo skersmens ilgis yra 20 cm.

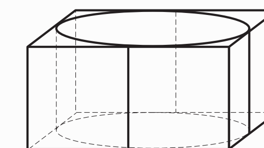
1) Kiek centimetrų juostelės sunaudota šiai dėžutei surišti, jei kaspinui sunaudota 35 cm juostelės?
2) Koks dėžutės pagrindo krašto ilgis ir pagrindo plotas? Atsakymą parašykite:
   a) su raide π; b) vietoj π imdami 3,14.



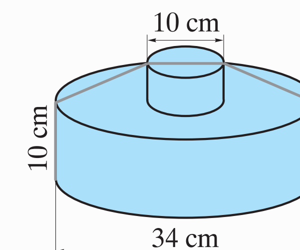
347. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite ritinio pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite su raide π.



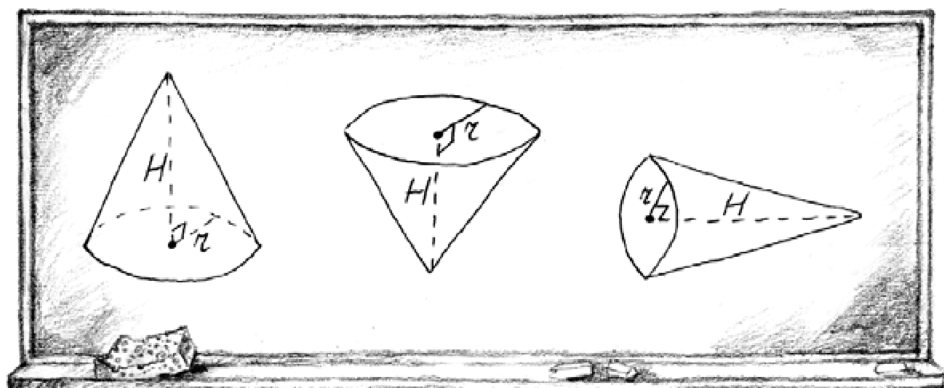
348. Ritinio formos žvakė supakuota į stačiakampio gretasienio formos dėžutę taip, kad ji liečia visas dėžutės sieneles. Žvakės aukštis yra 3 cm, o pagrindo skersmens ilgis yra 6 cm. Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą ir tūrį.

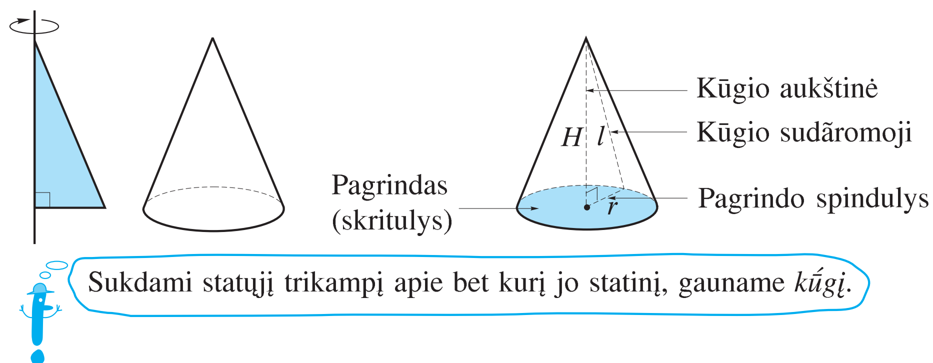


349. Dvi ritinio formos dėžutės yra sudėtos taip, kad jų pagrindų centrai sutampa. Mažesnioji dėžutė yra dvigubai žemesnė už didesniąją. Dėžutės yra sutvirtintos lipnia juostele. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite, kiek juostelės sunaudota dėžutėms sutvirtinti, jei sujungiant juostelės galai buvo uždėti vienas ant kito, o uždėtos dalies ilgis yra 1,5 cm.



KŪGIS

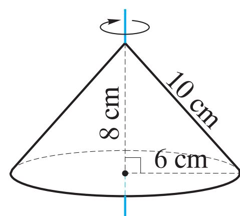




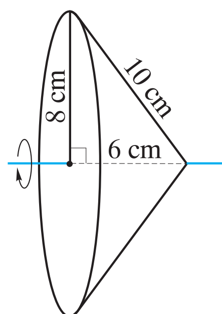
Sukdami statųjį trikampį apie bet kurį jo statinį, gauname *kū̃gį*.

Užduotis.

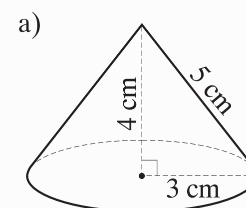
1) Statusis trikampis, kurio statinių ilgiai yra 6 cm ir 8 cm, sukamas apie ilgesnįjį statinį. Užrašykite gautojo kūgio pagrindo spindulio ilgį, aukštinės ilgį ir sudaromosios ilgį.

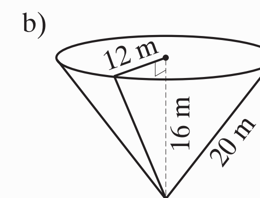


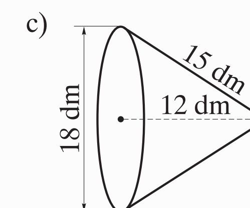
2) Koks bus kūgio pagrindo spindulio ilgis, aukštinės ilgis ir sudaromosios ilgis, jei tą patį trikampį suksime apie trumpesnįjį statinį?



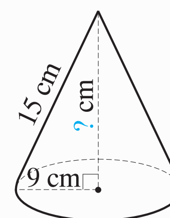
350. Remdamiesi brėžiniu, pasakykite, koks yra kūgio aukštinės ilgis, pagrindo spindulio ilgis ir sudaromosios ilgis.

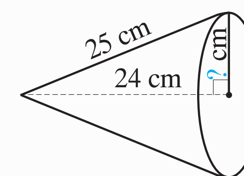
a) 

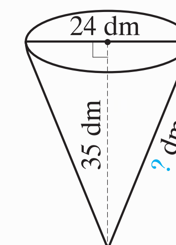
b) 

c) 

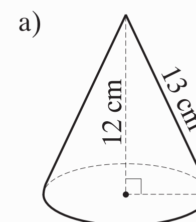
351. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kūgio:
a) aukštinės ilgį; b) pagrindo spindulio ilgį; c) sudaromosios ilgį.

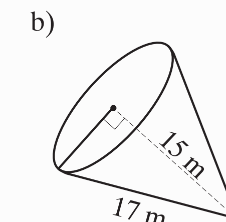


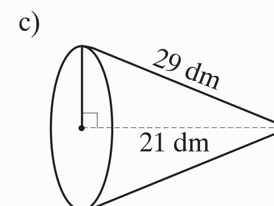




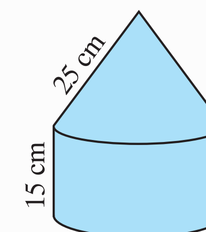
352. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kūgio pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite su raide π.

a) 

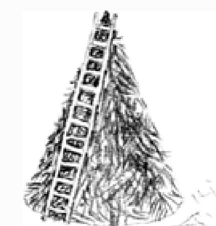
b) 

c) 

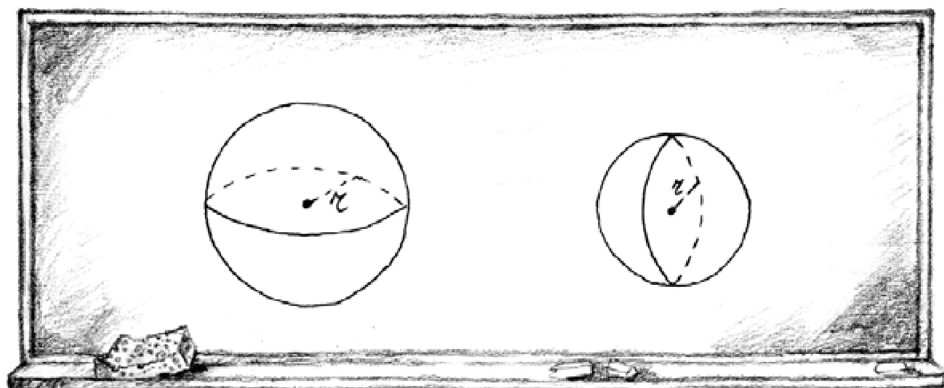
353. Saldainių dėžutė yra padaryta iš ritinio, ant kurio uždėtas tokį patį pagrindą turintis kūgis. Kūgio ir ritinio aukščiai yra lygūs. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite dėžutės pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite su raide π ir vietoj π imdami 3,14.

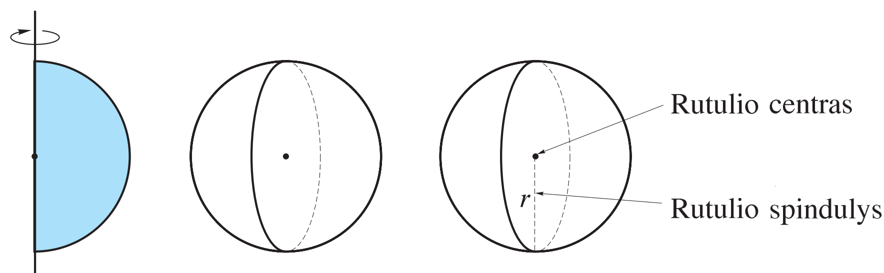


354. Prie kūgio formos šieno kupetos atremtos 2,5 m ilgio kopėčios. Kupetos pagrindo apskritimo ilgis yra maždaug 9,42 m. Apskaičiuokite kupetos aukštį. Laikykite π lygiu 3,14.



RUTULYS

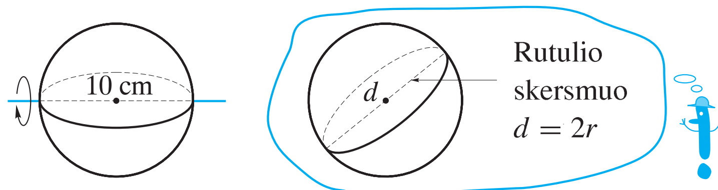




Sukdami pusskritulį apie jo skersmenį, gauname *rùtulį*.

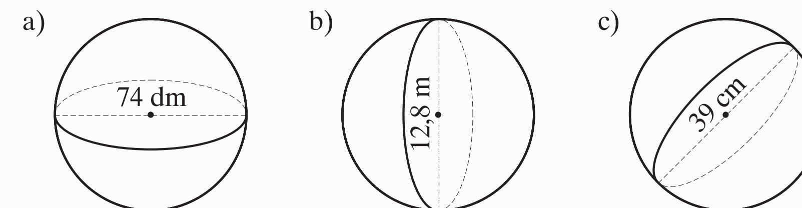
Užduotis.

1) Pusskritulis, kurio skersmuo lygus 10 cm, sukamas apie skersmenį. Koks gautojo rutulio spindulio ilgis?



2) Koks bus rutulio skersmens ilgis, jei suksime apie skersmenį pusskritulį, kurio spindulio ilgis lygus 30 mm?

355. Koks pavaizduoto rutulio spindulio ilgis?



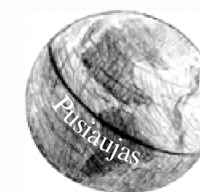
356. Koks rutulio skersmens ilgis, jei jo spindulio ilgis yra:

a) 18 cm? b) 13,6 dm? c) $4\frac{3}{4}$ m?

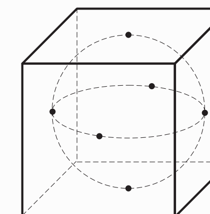
357. Lentelėje pateikti planetų pusiaujų spindulių ilgiai (r). Apskaičiuokite kiekvienos planetos skersmens ilgį.

PLANETA	Merkùrijus	Venerà	Žẽmė	Mársas
r (km)	2439	6051	6378	3394

Jupìteris	Satùrnas	Urãnas	Neptū̃nas	Plutònas
71 400	60 000	25 400	24 700	1500

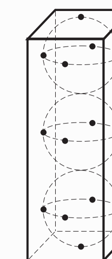


358. Sviedinys, kurio skersmens ilgis yra 20 cm, supakuotas į dėžutę taip, kad liečia visas dėžutės sienas. Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą ir tūrį.

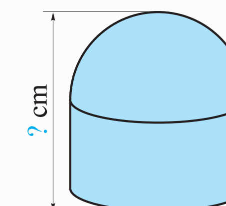


359. Trys vienodi lauko teniso kamuoliukai įpakuoti į stačiakampio gretasienio formos dėžutę taip, kad jie liečia vienas kitą ir dėžutės sieneles. Rutuliuko spindulio ilgis yra 3,2 cm.

1) Kokie dėžutės matmenys?
2) Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą ir tūrį.



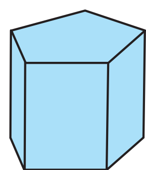
360. Rutulys, kurio skersmens ilgis yra 50 cm, perpjautas per centrą pusiau ir viena jo pusė uždėta ant ritinio taip, kaip parodyta paveikslėlyje. Koks gautojo kūno aukštis, jei ritinio aukštinės ilgis lygus rutulio spinduliui?

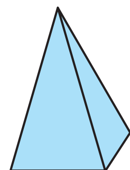


APIBENDRINAME

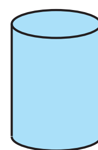
Išskiriamos dvi erdvinių kūnų rūšys: briaunainiai ir sukiniai.

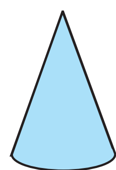
Briaunainiai

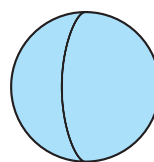

Prizmė


Piramidė

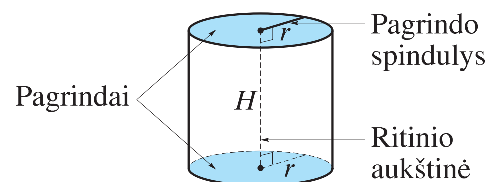
Sukiniai


Ritinys

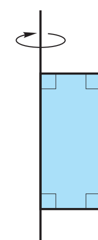

Kūgis

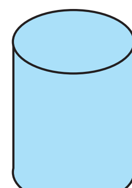

Rutulys

Rìtinį gauname sukdami stačiãkampį apie bet kurią jo kraštinę.

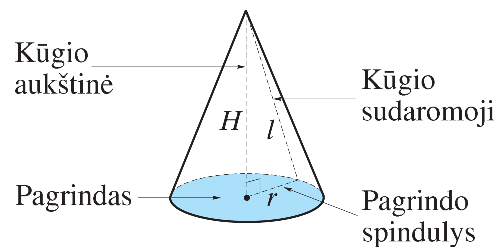


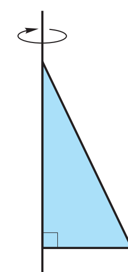
Ritinio pagrindai yra du lygūs skrituliai.

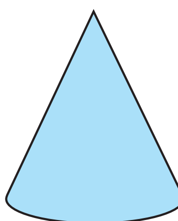



Ritinys

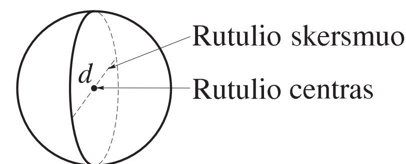
Kū̃gį gauname sukdami statųjį trìkampį apie bet kurį jo statìnį.

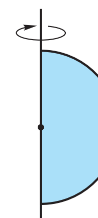


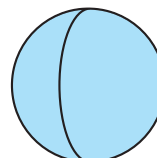



Kūgis

Rùtulį gauname sukdami pùsskritulį apie jo skeřsmenį.






Rutulys

Rutulio spindulys dvigubai trumpesnis už jo skersmenį:
$r = d : 2$.



Pieštukas

Gabrielė nusipirko dekoratyvinį pieštuką.

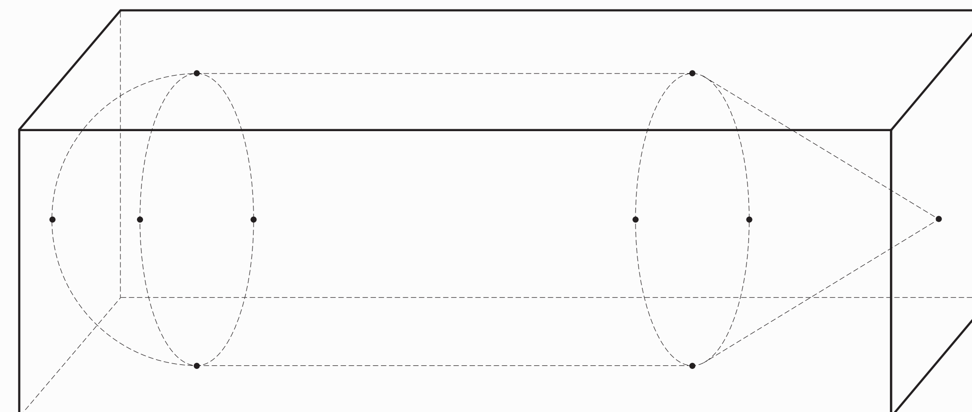


1) Kokius erdvinius kūnus primena atskiros pieštuko dalys?

Pieštuko apimtis yra 22 cm, o ilgis — 21,5 cm.

2) Apskaičiuokite pieštuko ritinio formos dalies pagrindo spindulio ilgį. Skaičiuodami imkite $\pi = \frac{22}{7}$.
3) Apskaičiuokite pieštuko ritinio formos dalies skerspjūvio plotą, vietoj π imdami 3,14. Atsakymą parašykite dešimtųjų tikslumu.
4) Kokie pieštuko kitų dviejų dalių — kūginės ir pusrutulinės — pagrindų plotai? Atsakymus parašykite su raide π.

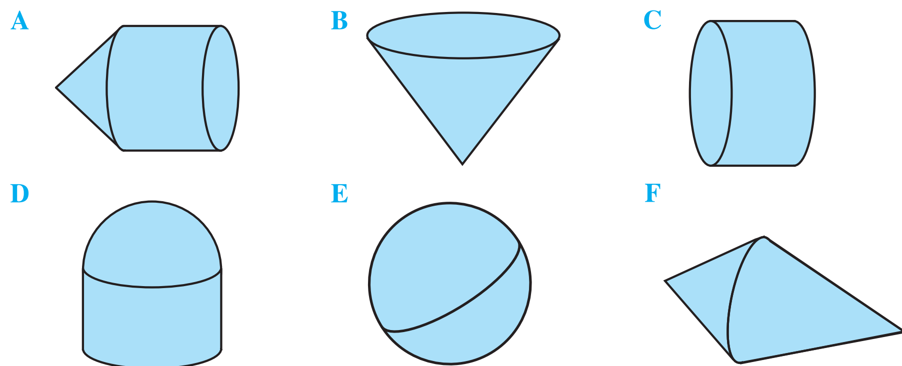
Pieštukas buvo supakuotas į stačiakampio gretasienio formos dėžutę taip, kad jis lietė visas dėžutės sienas.



5) Koks dėžutės ilgis, plotis ir aukštis?
6) Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą.
7) Apskaičiuokite dėžutės tūrį.

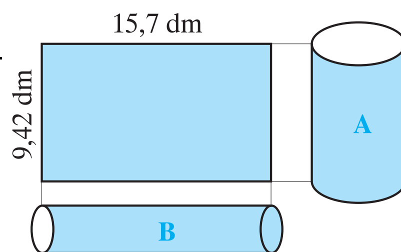
SPRENDŽIAME

361. Kuris iš pavaizduotų erdvinių kūnų yra:
1) ritinys? 2) kūgis? 3) rutulys? 4) ritinio ir kūgio junginys?
5) dviejų kūgių junginys? 6) ritinio ir pusrutulio junginys?

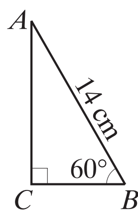


362. Stačiakampio vienos kraštinės ilgis yra 24 cm, o įstrižainės ilgis yra 25 cm. Sukant šį stačiakampį apie ilgesniąją kraštinę, gautas ritinys. Apskaičiuokite ritinio pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite, vietoj π imdami $\frac{22}{7}$.

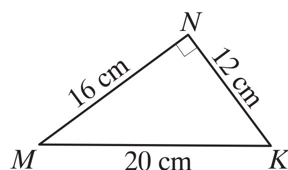
363. Iš stačiakampio popieriaus lapo galima susukti du skirtingus ritinio formos vamzdelius.
a) Koks kiekvieno vamzdelio aukštis?
b) Kokia kiekvieno vamzdelio apimtis?
c) Koks kiekvieno vamzdelio skersmuo (laikykite π lygiu 3,14)?



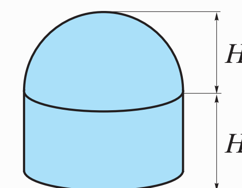
364. Stačiojo trikampio ABC įžambinės ilgis yra 14 cm, o vienas smailusis kampas lygus 60°. Trikampis sukamas apie statinį AC. Apskaičiuokite gautojo kūgio pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite su raide π.



365. Statusis trikampis MNK sukamas apie įžambinę.
1) Iš kokių dviejų erdvinių kūnų bus sudarytas gautasis sukinys?
2) Apskaičiuokite tų abiejų kūnų pagrindų spindulių ilgius.

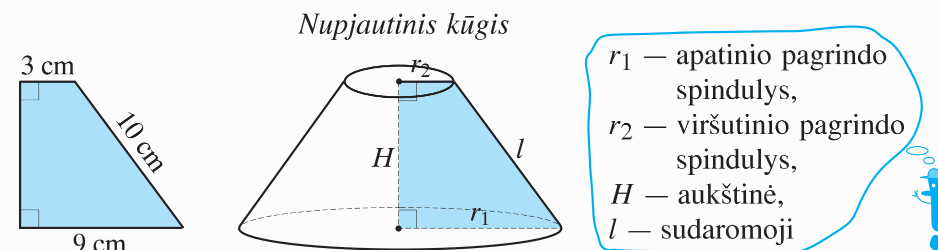


366. Indas yra ritinio formos su pusrutulio formos dangčiu. Indo dugno plotas lygus 36π cm^2. Apskaičiuokite:
1) dangčio aukštį H;
2) indo be dangčio aukštį H_1, jei jis sudaro 125% dangčio aukščio;
3) indo su dangčiu aukštį.





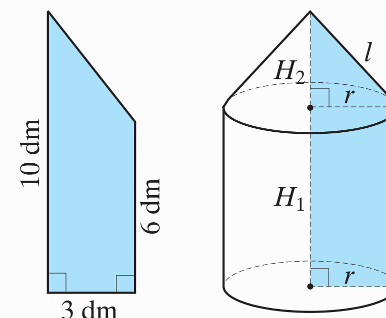
367. Stačioji trapecija (žr. pav. kairėje) sukama apie šoninę kraštinę, kuri yra statmena pagrindams. Gautasis erdvinis kūnas vadinamas *nupjautiniu kūgiu*.



1) Kam lygus nupjautinio kūgio:
   a) apatinio pagrindo spindulio ilgis r_1?
   b) viršutinio pagrindo spindulio ilgis r_2?
   c) sudaromosios ilgis l?
2) Apskaičiuokite kiekvieno pagrindo apskritimo ilgį ir plotą. Atsakymą parašykite su raide π.
3) Apskaičiuokite nupjautinio kūgio aukštinės ilgį H.

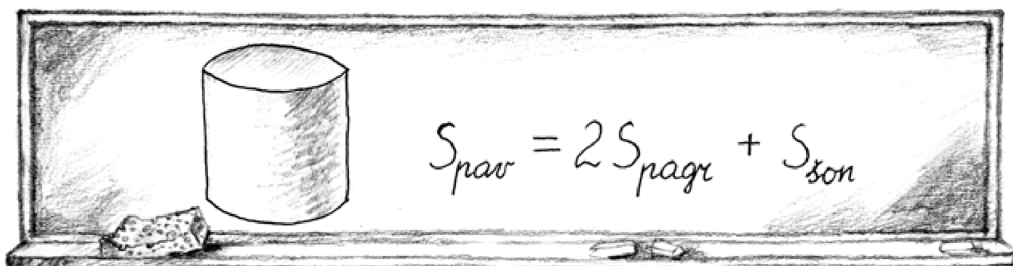


368. Stačioji trapecija sukama apie ilgesnįjį pagrindą (žr. pav. kairėje). Gautasis erdvinis kūnas — ritinio ir kūgio junginys.

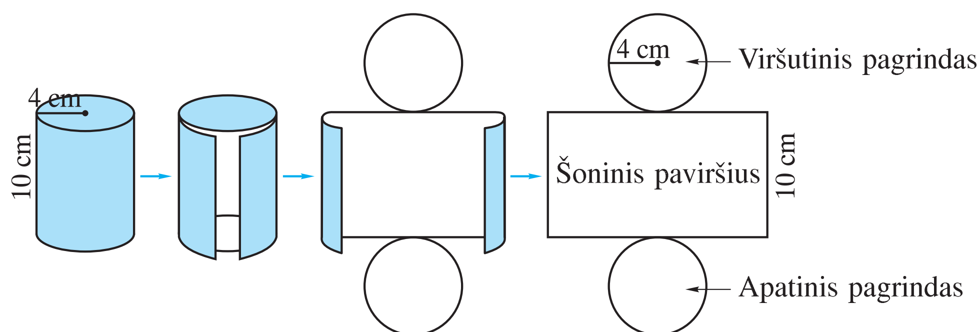


1) Koks gautojo erdvinio kūno:
   a) pagrindo spindulio ilgis (r)? b) aukštis ($H_1 + H_2$)?
2) Koks aukštis:
   a) ritininės dalies (H_1)? b) kūginės dalies (H_2)?
3) Koks gautojo erdvinio kūno kūginės dalies sudaromosios ilgis (l)?

29 PAVIRŠIAUS PLOTAS



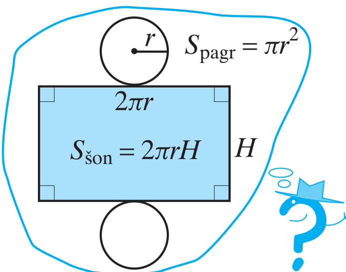
Palmyra išskleidė ritinio formos dėžutę ir gavo dėžutės *išklotinę*.



Užduotis.

1) Koks dėžutės vieno pagrindo plotas? Atsakymą parašykite su raide π.
2) Kam lygi dėžutės abiejų pagrindų plotų suma?
3) Kokia figūra gauta, išskleidus dėžutės šoninį paviršių? Kokie tos figūros matmenys?

Išskleidę ritinio *šoninį paviršių*, gauname stačiakampį. To stačiakampio vienos kraštinės ilgis lygus ritinio aukštinės ilgiui, o kitos — ritinio pagrindo apskritimo ilgiui.



4) Apskaičiuokite dėžutės šoninio paviršiaus plotą.
5) Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą.

Ritinio *viso paviršiaus plotas* lygus jo pagrindų ir šoninio paviršiaus plotų sumai.

$$S_{pav} = S_{pagr} + S_{pagr} + S_{šon} = 2S_{pagr} + S_{šon} = 2\pi r^2 + 2\pi rH$$

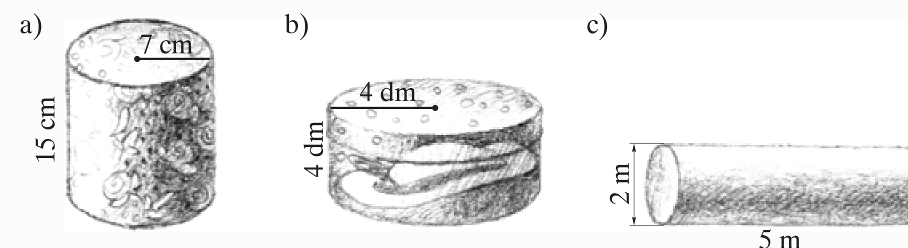
369. Apskaičiuokite ritinio viso paviršiaus plotą, kai žinomas jo vieno pagrindo plotas S_{pagr} ir šoninio paviršiaus plotas $S_{šon}$.

a) $S_{pagr} = 4\pi$ cm^2, $S_{šon} = 20\pi$ cm^2;

b) $S_{pagr} = 16\pi$ dm^2, $S_{šon} = 36\pi$ dm^2;

c) $S_{pagr} = 6{,}25\pi$ m^2, $S_{šon} = 12{,}5\pi$ m^2.

370. Pavaizduota ritinio formos dėžutė.

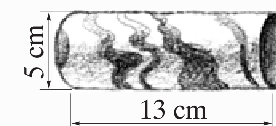


Apskaičiuokite dėžutės:

1) vieno pagrindo plotą;
2) abiejų pagrindų plotų sumą;
3) šoninio paviršiaus plotą;
4) viso paviršiaus plotą.

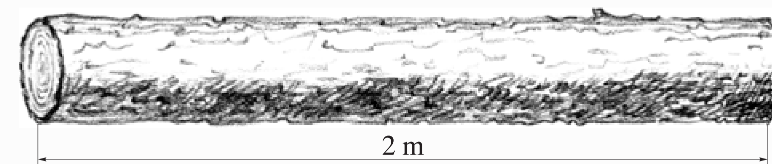
Atsakymus parašykite su raide π.

371. Remdamiesi piešiniu ir imdami $\pi = 3{,}14$, apskaičiuokite ritinio formos pieštukinės:



1) pagrindo plotą;
2) šoninio paviršiaus plotą;
3) viso paviršiaus plotą.

372. Ritinio formos rąsto ilgis yra 2 m, o jo pagrindo plotas lygus 256π cm^2.



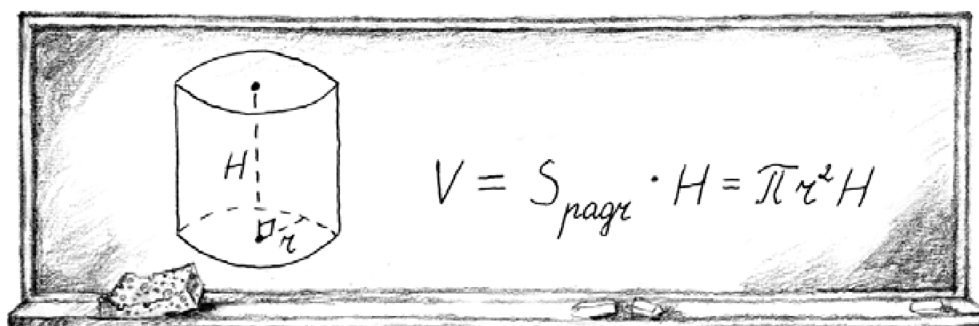
Apskaičiuokite rąsto:

1) pagrindo spindulio ilgį;
2) šoninio paviršiaus plotą;
3) viso paviršiaus plotą.

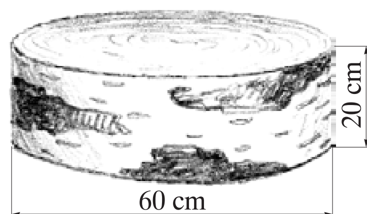
373. Paimkite kokį nors ritinio formos daiktą (pvz., stiklinę, vazoną, monetą).

1) Išmatuokite jo aukštį.
2) Siūlu išmatuokite jo apimtį.
3) Apskaičiuokite to daikto viso paviršiaus plotą (laikykite π lygiu 3,14). Atsakymą parašykite vienetų tikslumu.

TŪRIS



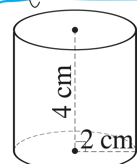
Užduotis. Piešinyje pavaizduota ritinio formos beržinė trinka.



1) Pasakykite, koks yra trinkos aukštis ir koks — pagrindo spindulio ilgis.
2) Apskaičiuokite trinkos pagrindo plotą. Atsakymą parašykite su raide π.
3) Apskaičiuokite trinkos tūrį kubiniais centimetrais.

Kaip apskaičiuoti ritinio tūrį?

Ritinio tūris skaičiuojamas taip pat kaip ir prizmės tūris — pagrindo plotas dauginamas iš aukštinės ilgio.



$$V = S_{pagr} \cdot H =$$
$$= \pi r^2 H = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

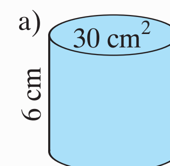
4) Užrašykite (su raide π) trinkos tūrį:
   a) kubiniais milimetrais;
   b) kubiniais decimetrais;
   c) kubiniais metrais.

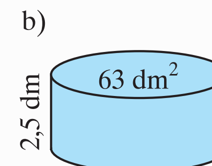
$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$
$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$
$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$

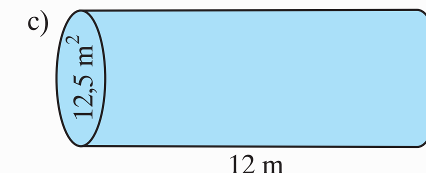
5) Vietoj π imdami 3,14, apskaičiuokite, kiek kilogramų (vienetų tikslumu) sveria ši trinka, jei 1 cm^3 beržo sveria 0,7 g.

Ieškodami kūno masės, to kūno tūrį (cm^3) dauginame iš tą kūną sudarančios medžiagos 1 cm^3 masės.

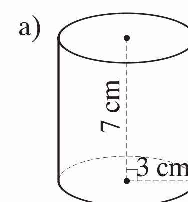
374. Apskaičiuokite ritinio formos dėžutės tūrį, kai žinomas dėžutės aukštis ir pagrindo plotas.

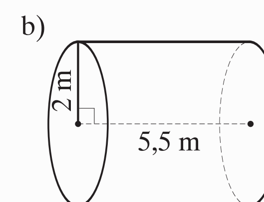
a) 

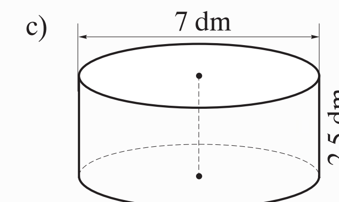
b) 

c) 

375. Apskaičiuokite pavaizduoto ritinio pagrindo plotą S_{pagr} ir tūrį V. Atsakymus parašykite su raide π.

a) 

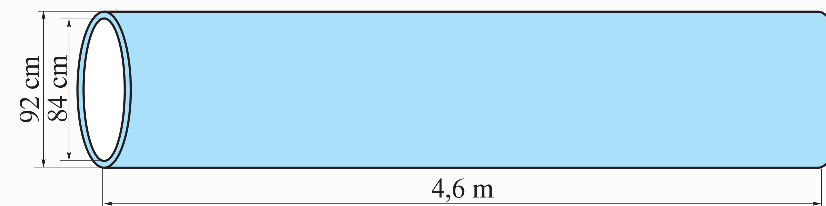
b) 

c) 

376. 1) Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite ritinio formos sausainių dėžutės tūrį. Laikykite π lygiu $\frac{22}{7}$.
2) Vieno sausainio aukštis yra 7 mm, o skersmuo lygus 4,8 cm. Kiek sausainių yra dėžutėje?
3) Apskaičiuokite vieno sausainio tūrį kubiniais centimetrais.



377. Koks vamzdžio tūris (cm^3)? Atsakymą parašykite su raide π.



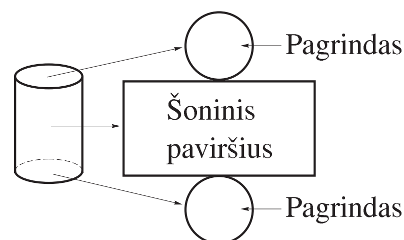
378. Pranciškus iš medinės stačiakampio gretasienio formos sijos išpjovė ritinio formos gegnę.



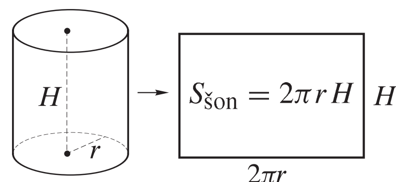
1) Koks gegnės tūris kubiniais metrais? Atsakymą parašykite su raide π.
2) Kiek kartų (šimtųjų tikslumu) sijos tūris didesnis už gegnės tūrį?

APIBENDRINAME

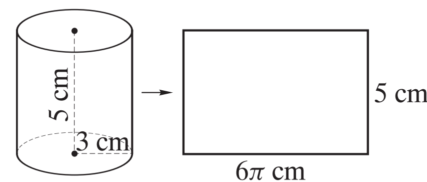
Iškloję ritinį, gauname ritinio *išklotinę*, kurią sudaro stačiakampis, gaunamas iš šoninio paviršiaus, ir du skrituliai, gaunami iš pagrindų.



Ritinio *šoninio paviršiaus plótas* lygus plotui stačiakampio, kurio vienos kraštinės ilgis lygus ritinio aukštinės ilgiui, o kitos — ritinio pagrindo apskritimo ilgiui.

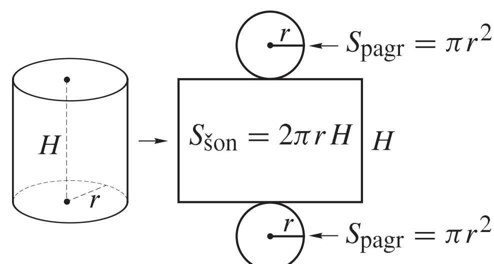


$S_{šon} = 2\pi r H$

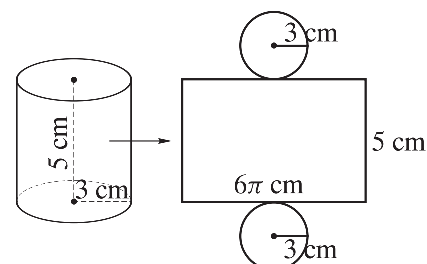


$S_{šon} = (2 \cdot \pi \cdot 3) \cdot 5 = 30\pi$ (cm^2)

Ritinio *viso paviršiaus plótas* lygus jo pagrindų ir šoninio paviršiaus plotų sumai.

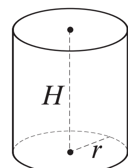


$S_{pav} = S_{pagr} + S_{pagr} + S_{šon} =$
$= 2S_{pagr} + S_{šon} =$
$= 2\pi r^2 + 2\pi r H = 2\pi r(r + H)$

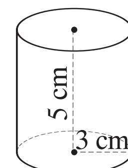


$S_{pagr} = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ (cm^2),
$S_{šon} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$ (cm^2),
$S_{pav} = 2S_{pagr} + S_{šon} =$
$= 2 \cdot 9\pi + 30\pi = 48\pi$ (cm^2)

Ritinio *tūris* lygus ritinio pagrindo ploto ir aukštinės ilgio sandaugai.



$V = S_{pagr} \cdot H = \pi r^2 H$

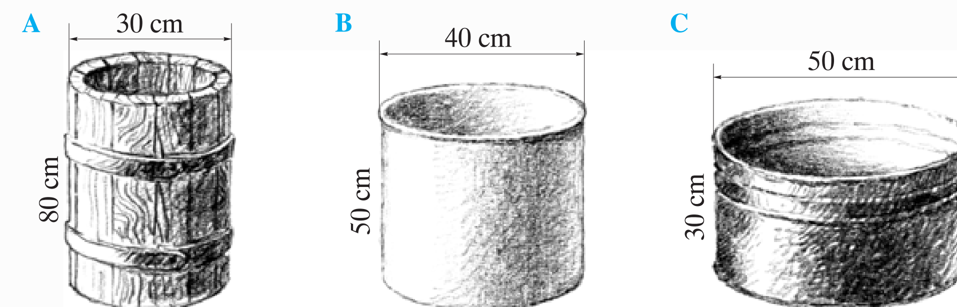


$V = (\pi \cdot 3^2) \cdot 5 = 45\pi$ (cm^3)



Statinės

Mikalojus nusipirko tris ritinio formos atviras (be dangčių) statines: ąžuolinę (**A**), plastikinę (**B**) ir geležinę (**C**).



1) Kurios statinės — ąžuolinės, plastikinės ar geležinės — pagrindo plotas bus didžiausias? Kodėl? Apskaičiuokite jį. Atsakymą parašykite su raide π.

2) Apskaičiuokite ir parašykite su raide π kiekvienos statinės:
   a) viso paviršiaus plotą; b) tūrį.

3) Kiekvienos statinės tūrį parašykite su raide π:
   a) kubiniais centimetrais;
   b) kubiniais decimetrais;
   c) kubiniais milimetrais.

$1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3$
$1\ \text{cm}^3 = 1000\ \text{mm}^3$

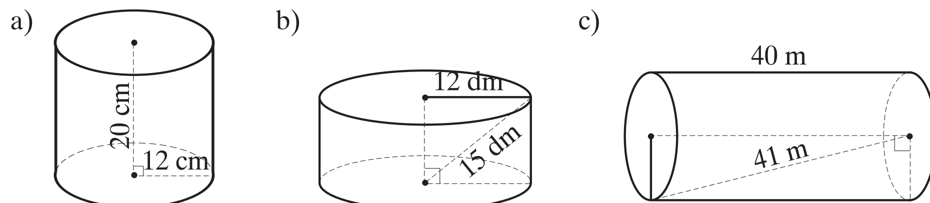
4) Į kiekvieną statinę Mikalojus pripylė vandens iki 90% statinės aukščio. Kiek vandens pripylė Mikalojus į kiekvieną statinę? Laikydami π lygiu 3,14, atsakymą parašykite:
   a) mililitrais; b) litrais.

$1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{m}\ell$
$1\ \text{dm}^3 = 1\ \ell$

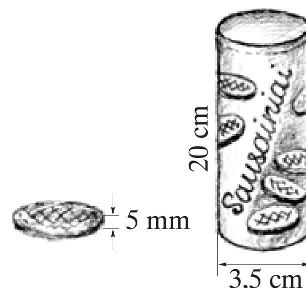
$1\ \ell = 1000\ \text{m}\ell$

SPRENDŽIAME

379. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite ritinio viso paviršiaus plotą. Atsakymą parašykite su raide π.



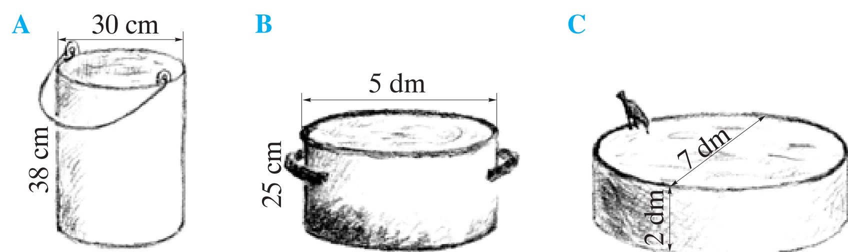
380. Sausainių dėžutė yra ritinio formos. Ant dėžutės užklijuota etiketė užima visą dėžutės šoninį paviršių.
1) Kokie yra etiketės matmenys?
2) Imdami $\pi = 3$, apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą.
3) Dėžutė yra pilna ritinio formos sausainių, kurių kiekvieno skersmuo lygus dėžutės skersmeniui, o aukštis yra 5 mm.
Kiek sausainių yra dėžutėje?



381. Ritinio pagrindo spindulio ilgis lygus ritinio aukštinės ilgiui. Apskaičiuokite ritinio viso paviršiaus plotą, jei jo pagrindo apskritimo ilgis yra:
a) 24π cm; b) 50π dm; c) 47π m.

382. 1) Apskaičiuokite ritinio tūrį ir parašykite su raide π, kai žinomas ritinio aukštis H ir pagrindo skersmens ilgis d.
a) $H = 8$ cm, $d = 0{,}5$ dm; b) $H = 1$ dm, $d = 5$ cm;
c) $H = 0{,}2$ m, $d = 5$ dm.
2) Kiekvienu atveju atsakymą parašykite kubiniais centimetrais; kubiniais decimetrais; kubiniais metrais (su raide π).

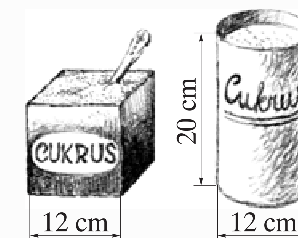
383. Trys ritinio formos indai sklidinai pripilti vandens. Kuriame inde — **A**, **B** ar **C** — yra daugiausia vandens, o kuriame — mažiausia?



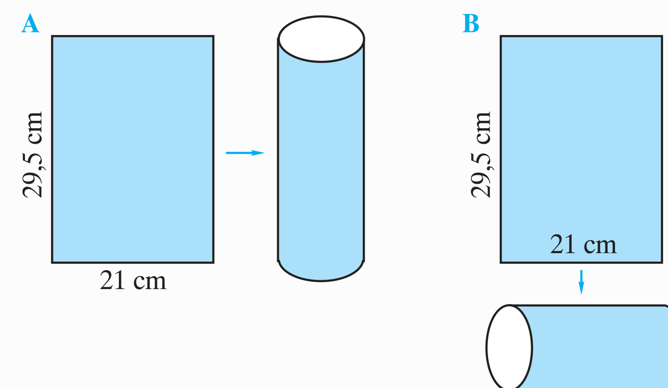
384. Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite, kiek daugiausia mililitrų vandens tilps į pavaizduotą stiklinę. Skaičiuodami imkite $\pi = 3{,}14$, o atsakymą suapvalinkite iki šimtųjų.



385. Kubo formos produktų dėžutė yra sklidina cukraus. Milda visą šį cukrų perpylė į ritinio formos dėžutę. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite, koks bus atstumas (dešimtųjų tikslumu) nuo cukraus paviršiaus iki dėžutės viršaus. Skaičiuodami imkite $\pi = \frac{22}{7}$.



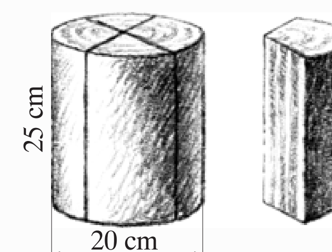
386. Izidorius paėmė du vienodus stačiakampio formos popieriaus lapus, kurių kiekvieno matmenys yra 21 cm × 29,5 cm. Vieną lapą jis susuko į ritinio formos vamzdelį, kurio aukštis yra 29,5 cm, o kitą — į vamzdelį, kurio aukštis yra 21 cm.



1) Ar gautųjų ritinių šoninių paviršių plotai bus lygūs? Kodėl?
2) Apskaičiuokite dešimtųjų tikslumu kiekvieno ritinio tūrį.
3) Ar gautųjų ritinių tūriai yra lygūs? Pasvarstykite kodėl.

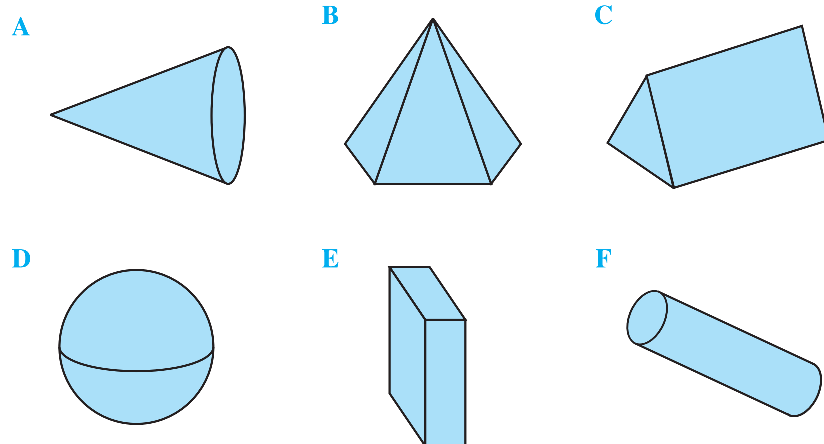


387. Ritinio formos trinkos skersmuo yra 20 cm, o aukštis — 25 cm. Trinka per pagrindo centrą perskelta į keturias lygias dalis. Vietoj π imdami 3, apskaičiuokite vienos dalies viso paviršiaus plotą ir tūrį.



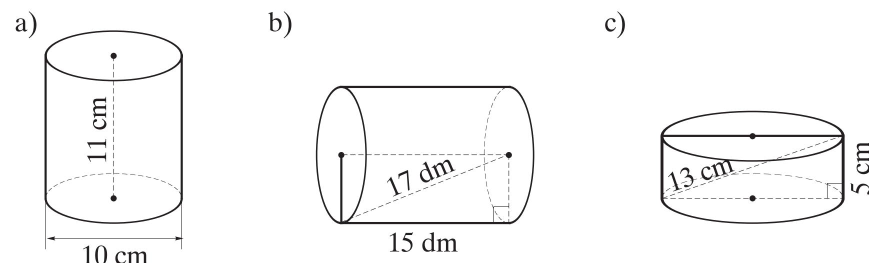
PASITIKRINAME

388. 1) Kaip vadinamas kiekvienas pavaizduotas kūnas?

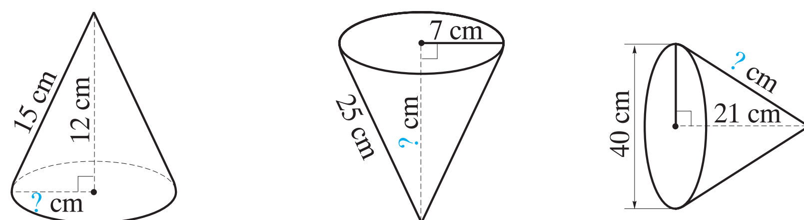


2) Kurie iš jų yra briaunainiai, o kurie — sukiniai?

389. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite ritinio pagrindo:
1) spindulio ilgį; 2) apskritimo ilgį; 3) plotą.
Punktų 2) ir 3) atsakymus parašykite su raide π.

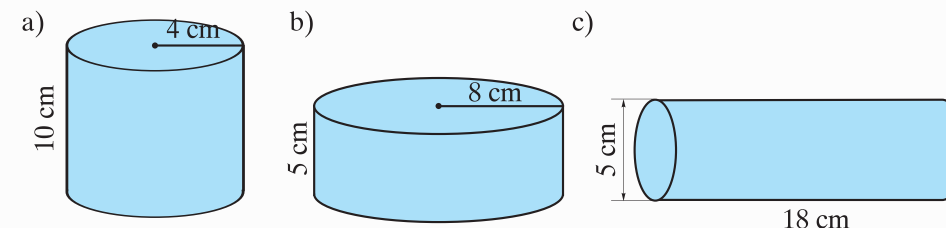


390. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kūgio:
a) pagrindo spindulio ilgį; b) aukštinės ilgį; c) sudaromosios ilgį.



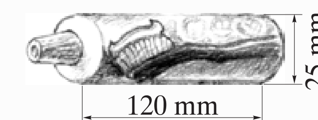
391. a) Rutulio spindulio ilgis yra 15,5 dm. Koks rutulio skersmens ilgis?
b) Rutulio skersmens ilgis yra 73 cm. Koks rutulio spindulio ilgis?

392. Pavaizduota ritinio formos dėžutė.

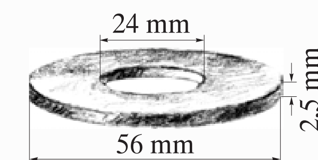


Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite dėžutės:
1) pagrindo plotą; 2) šoninio paviršiaus plotą;
3) viso paviršiaus plotą.
Atsakymus parašykite su raide π.

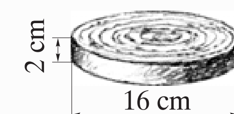
393. Dantų pastos tūtelė yra ritinio formos. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite jos tūrį. Atsakymą parašykite kubiniais milimetrais; kubiniais centimetrais (vietoj π imkite 3,14 ir atsakymus suapvalinkite iki vienetų).



394. Piešinyje pavaizduota poveržlė. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite jos tūrį. Atsakymą parašykite su raide π.

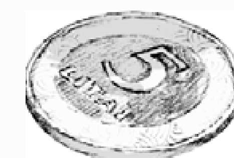


395. Meistras beržinę ritinio formos trinką supjaustė į 15 vienodų ritinio formos plokščių. Paveikslėlyje pavaizduota viena tokia plokštė.



a) Vietoj π imdami 3,14, apskaičiuokite:
1) vienos plokštės tūrį; 2) trinkos tūrį.
b) Kiek kilogramų (šimtųjų tikslumu) svėrė beržinė trinka, jei 1 cm^3 beržo sveria 0,7 g?

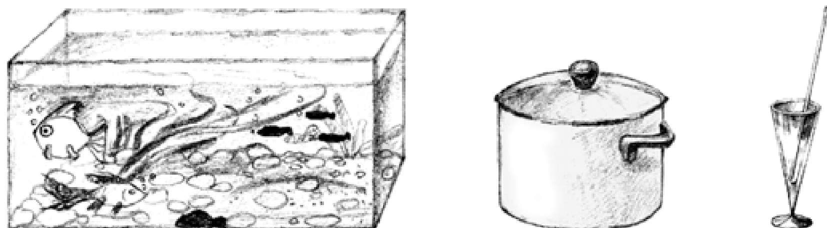
396. Paveikslėlyje pavaizduota penkių litų moneta. Jos skersmuo yra 28 mm, o aukštis — 2 mm. Rūta 10 tokių monetų sudėjo vieną ant kitos ir gavo ritinio formos stātinį.



Apskaičiuokite gautojo statinio:
a) viso paviršiaus plotą; b) tūrį.
Atsakymą pateikite:
1) su raide π; 2) vietoj π imdami $\frac{22}{7}$.

Koks daiktų tūris?

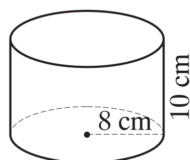
Prisiminkime skyriaus pradžioje pavaizduotus daiktus.



Užduotis.

1) Kuris iš tų daiktų yra briaunainis, o kurie — sukiniai?
2) Kuris iš tų daiktų primena ritinį?

Puodo dugno spindulio ilgis yra 8 cm, o puodo aukštis — 10 cm.



3) Remdamiesi brėžinio duomenimis, apskaičiuokite puodo:
   a) dugno plotą; b) šoninio paviršiaus plotą;
   c) viso paviršiaus (su dangčiu) plotą; d) tūrį.
   Laikykite π lygiu 3,14.
4) Kiek daugiausiai vandens gali tilpti į šį puodą? Atsakymą suapvalinkite iki vienetų.

O kaip apskaičiuoti, kiek maždaug litrų vandens tilptų į pavaizduotą taurę?

To mokysitės vyresnėse klasėse.

Pradėjus statyti namus, rūmus, šventyklas ir kitus statinius, prireikė nustatyti tų statinių tūrius.
Įvairių erdvinių kūnų tūrius mokėjo apskaičiuoti jau babiloniečiai ir senovės egiptiečiai.
Kubo, prizmės ir ritinio formos statinių tūrius jie apskaičiuodavo kaip ir dabar — pagrindo plotą daugindami iš aukštinės ilgio.
Kaip apskaičiuoti kūgio tūrį, sugalvojo senovės graikų mokslininkas Heronas Aleksandrietis (I a.).
Ritinio ir kūgio šoninį paviršių dar daug anksčiau apskaičiavo senovės graikų mokslininkas Archimedas (apie 287–212 m. pr. Kr.).



KARTOJAME

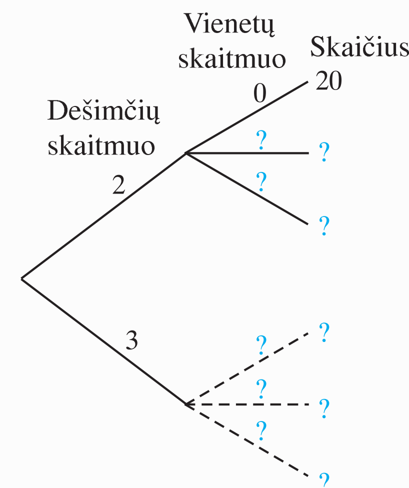
397. Lentelėje surašyta, kiek vienos mokyklos kiekvienos iš 8-ųjų klasių mokinių lanko menų būrelius.

KLASĖ	8a	8b	8c	8d	8e	8f
MOKINIŲ SKAIČIUS	6	3	10	5	8	4

1) Kurios klasės daugiausia mokinių lanko menų būrelius?
2) Kiek šioje mokykloje yra 8-ųjų klasių?
3) Kiek iš viso aštuntokų lanko menų būrelius?
4) Kiek iš viso aštuntokų mokosi šioje mokykloje, jei menų būrelius lanko 20% mokyklos aštuntokų?
5) Lentele pateiktus duomenis pavaizduokite stulpeline diagrama.

398. Gediminas surašė visus savo matematikos pusmečio pažymius:
8, 5, 9, 9, 10, 6, 7, 6, 7, 7, 7, 9.
1) Kiek iš viso pažymių per pusmetį gavo Gediminas iš matematikos?
2) Apskaičiuokite visų tų pažymių sumą.
3) Apskaičiuokite tų pažymių vidurkį.
4) Surašykite Gedimino per pusmetį gautus matematikos pažymius didėjimo tvarka.
5) Raskite tų pažymių medianą.
6) Raskite tų pažymių modą.

399. Nupieškite galimybių medį ir nustatykite, kiek yra skirtingų dviženklių skaičių, kurių dešimčių skaitmuo yra arba 2, arba 3, o vienetų skaitmuo yra arba 0, arba 1, arba 2.

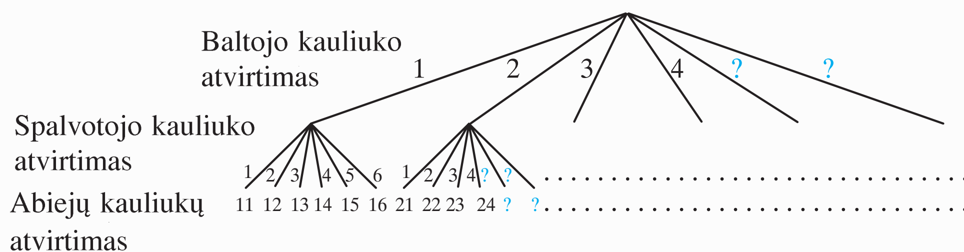


Žaidžiame su kauliukais

Vytenis ir Algirdas žaidžia tokį žaidimą. Vaikai paeiliui meta du lošimo kauliukus — baltą ir spalvotą. Jei baltojo kauliuko viršutinėje sienelėje atvirsta daugiau akučių negu spalvotojo, tai laimi Vytenis. Jei spalvotojo kauliuko viršutinėje sienelėje atvirsta daugiau akučių negu baltojo, tai laimi Algirdas. Jei abiejų kauliukų viršutinėse sienelėse atvirsta tas pats akučių skaičius — lygiosios.

Laimi Vytenis Laimi Algirdas Lygiosios

Užduotis. 1) Pavaizduokite galimybių medžiu abiejų kauliukų visas skirtingas atvirtimo galimybes.



2) Kiek iš viso yra abiejų kauliukų skirtingų atvirtimo galimybių?
3) Kaip manote, kuris — Vytenis ar Algirdas — turi daugiau šansų laimėti?

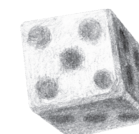
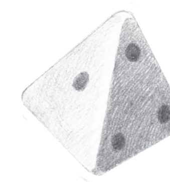
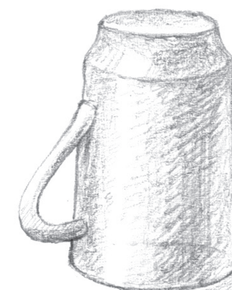
XVII a. tarp diduomenės, feodalų ir dvarininkų buvo labai populiarus lošimas kauliukais. Aistringi lošėjai net kreipdavosi į žymius mokslininkus, prašydami atsakyti į klausimus, susijusius su lošimo kauliuku. Pavyzdžiui: „Kas labiau tikėtina vienu metu metant tris lošimo kauliukus — ar kad iškritusių akučių suma bus 11, ar kad 12?“.


O ką reiškia „tikėtina“?
Tai sužinosite šiame skyriuje.


Šiame skyriuje:

- pakartosite, kad rinkinių skaičių galima nustatyti surašant rinkinius, sudarant lentelę ar braižant galimybių medį;
- išmoksite rinkinių skaičių nustatyti taikydami daugybos taisyklę;
- sužinosite, ką matematikai vadina bandymu ir bandymo baigtimi;
- nagrinėsite su bandymu susijusius įvykius;
- išmoksite nustatyti, kuris įvykis iš įvykių, susijusių su bandymu, yra labiau tikėtinas.

10 RINKINIAI



SURAŠYKIME

Užduotis.

1) Surašykite visus dviženklius skaičius, kurių dešimčių skaitmuo yra 1, 2 arba 3, o vienetų skaitmuo yra 8 arba 9.

Surašykime visus dviženklius skaičius, kurių dešimčių skaitmuo yra 8 arba 9, o vienetų skaitmuo — 1, 2 arba 3.

Kai dešimčių skaitmuo yra 8, tai turime tris tokius skaičius: 81, 82, 83.

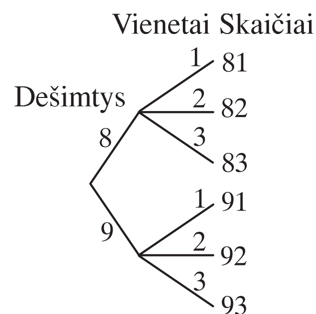
Kai dešimčių skaitmuo yra 9, tai turime dar tris skaičius: 91, 92, 93.

Tuos skaičius galėjome surašyti ir taip:

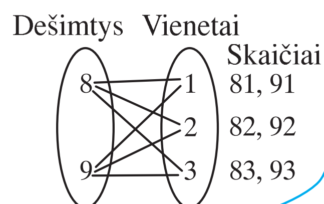
- braižydami *lentelę*

Dešimtys \ Vienetai	1	2	3
8	81	82	83
9	91	92	93

- braižydami *galimybių medį*



- braižydami *schemą*



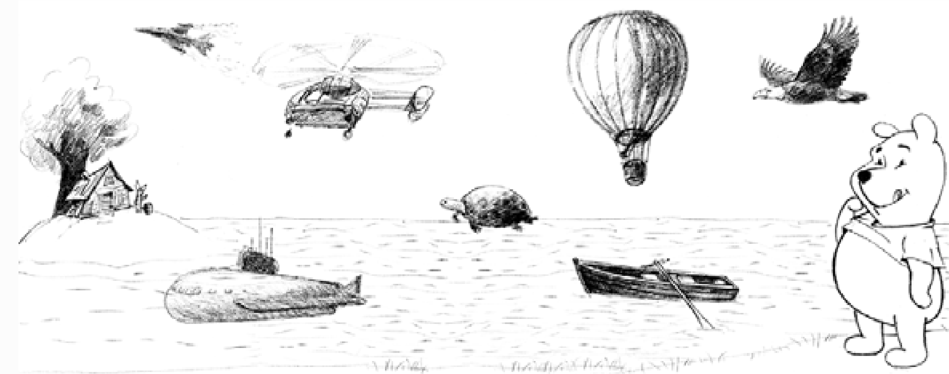
2) Surašykite visus dviženklius skaičius, kurių dešimčių skaitmuo yra 1, 2 arba 3, o vienetų skaitmuo yra 0, 1 arba 2. Tuos skaičius surašykite:
a) sudarydami lentelę; b) braižydami galimybių medį.

400. Surašykite visus triženklius skaičius, kurių šimtų skaitmuo yra 2 arba 8, dešimčių skaitmuo yra 3 arba 9, o vienetų skaitmuo yra 0 arba 1.

401. Yra 4 skirtingos dovanėlės: knyga, skaičiuotuvas, puodelis, rašiklis.
a) Kiek yra skirtingų būdų išdalyti tas dovanėles 4 vaikams: Jonui, Pauliui, Mildai ir Agotai?
b) Kiek yra skirtingų būdų išdalyti po vieną dovanėlę 3 vaikams: Rimai, Onei ir Petrui?
c) Iš tų keturių dovanėlių, imant bet kurias tris, daroma viena didelė dovana. Kiek skirtingų tokių dovanų galima sudaryti?

402. Iš raidžių A, B, C sudaromi triraidžiai junginiai. Surašykite visus tuos junginius, kai:
a) visos junginio raidės yra skirtingos;
b) junginyje yra lygiai dvi vienodos raidės;
c) visos junginio raidės yra vienodos;
d) junginyje gali būti ne daugiau kaip dvi vienodos raidės;
e) junginyje yra lygiai dvi vienodos greta stovinčios raidės;
f) jokių apribojimų nėra.

403. Pasakų herojus Mikė Pūkuotukas nutarė aplankyti savo draugą, gyvenantį saloje. Į salą galima nuskristi oro balionu, malūnsparniu, reaktyviniu lėktuvu arba ant erelio nugaros bei galima nuplaukti valtimi, povandeniniu laivu arba ant vėžlio nugaros. Tomis pačiomis priemonėmis galima grįžti ir atgal iš salos.



Keliais būdais Mikė Pūkuotukas gali pasiekti salą ir grįžti iš jos, jei:
a) į salą jis nori skristi, o iš salos plaukti? (Visas galimybes pavaizduokite galimybių medžiu.)
b) į salą ir iš jos Pūkuotukas nori plaukti? (Visas galimybes surašykite lentele.)
c) į salą ir iš salos jis keliaus bet kuria priemone?

SUSKAIČIUOKIME

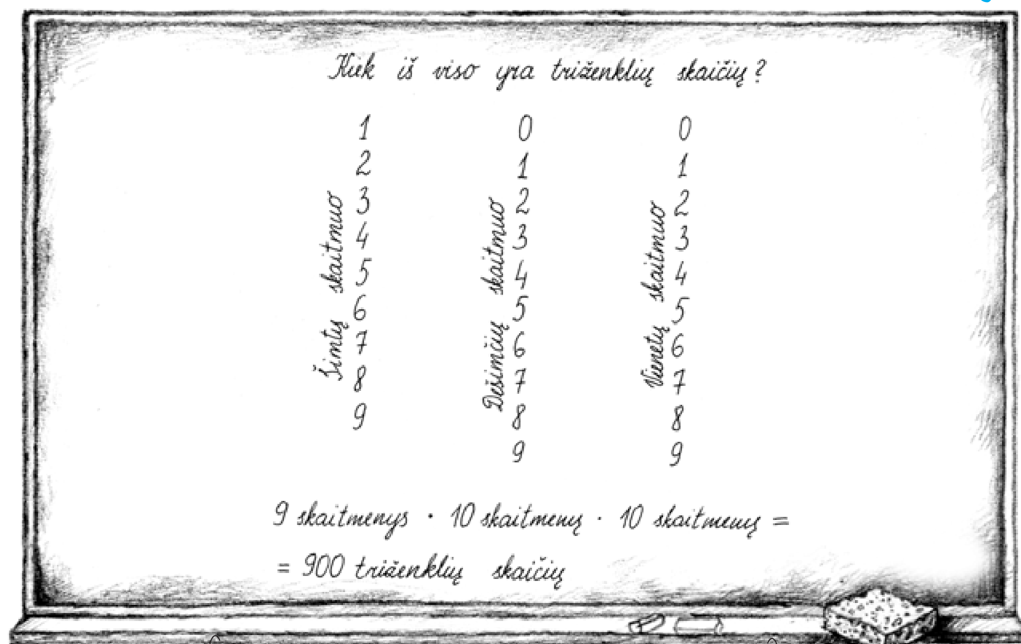
1 užduotis. Kiek yra dviženklių skaičių, kurių dešimčių skaitmuo yra 1, 2, 3 arba 4, o vienetų skaitmuo yra 4 arba 5?

Suskaičiuokime, kiek yra dviženklių skaičių, kurių dešimčių skaitmuo yra 4 arba 5, o vienetų skaitmuo yra 1, 2, 3 arba 4.

Galima visus tuos skaičius surašyti:
41, 42, 43, 44;
51, 52, 53, 54.
O tada suskaičiuoti...

Bet galima suskaičiuoti nesurašant tų skaičių.
- Dešimčių skaitmenų yra 2.
- Vienetų skaitmenų yra 4.

Šių skaičių sandauga yra uždavinio atsakymas:
$2 \cdot 4 = 8$.



Sakoma: Skaičiavome remdamiesi ***daugýbos*** taisyklè.

2 užduotis. Remdamiesi daugybos taisykle, apskaičiuokite, kiek yra:
a) lyginių dviženklių skaičių;
b) nelyginių triženklių skaičių.

Lyginiai skaičiai baigiasi skaitmenimis 0, 2, 4, 6, 8.

404. Kiek yra:
a) triženklių skaičių, kurie dalijasi iš 5?
b) triženklių skaičių, kurių dešimčių skaitmuo yra 0?
c) triženklių skaičių, kurių šimtų skaitmuo dalijasi iš 3, dešimčių skaitmuo yra nelyginis, o skaičius dalijasi iš 2?

405. Klasėje renkami du atstovai į mokyklos tarybą — vienas berniukas ir viena mergaitė. Kiek skirtingų porų galima sudaryti, jei renkamasi iš:
a) Onos, Jonės, Ritos, Petro ir Simo?
b) 3 berniukų ir 4 mergaičių?
c) 5 berniukų ir 15 mergaičių?
d) 12 berniukų ir 11 mergaičių?
e) 28 mokinių, iš kurių 25% yra berniukai?
f) visų klasės mokinių, tarp kurių yra 10 mergaičių ir jos sudaro 40% visų klasės mokinių?

406. Jonas planuoja, kaip praleisti savaitgalį. Šeštadienį jis nori arba mokytis, arba miegoti, arba žaisti krepšinį. Sekmadienį jis pasiryžęs arba paskirti mokslams, arba nueiti į kino teatrą, arba susitikti su draugais, arba miegoti.
Kelis skirtingus savaitgalio praleidimo variantus gali pasirinkti Jonas?



407. Lietuvių kalbos žodžiams užrašyti vartojamos 32 raidės:
- balsės: a, ą, e, ę, ė, i, į, y, o, u, ų, ū;
- priebalsės: b, c, č, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, r, s, š, t, v, z, ž.

1) Kiek dviraidžių junginių galima sudaryti, jei:
   a) pirmoji raidė yra balsė, o antroji — priebalsė?
   b) abi raidės yra skirtingos balsės?
   c) abi raidės yra priebalsės (nebūtinai skirtingos)?
   d) abi raidės gali būti bet kurios?
2) Kiek triraidžių junginių galima sudaryti, jei kiekvieno junginio raidės:
   a) yra skirtingos balsės?
   b) yra priebalsės (nebūtinai skirtingos)?
   c) gali būti bet kurios?

APIBENDRINAME

Matematikos sritis, kuri nagrinėja, kiek yra rinkinių, sudarytų iš tam tikrų elementų, vadinama *kombinatorika*.

Kiek yra skirtingų būdų pasirinkti pietus (sriubą ir antrąjį patiekalą), jei renkamės iš:
- 3 rūšių sriubų (burokėlių, kopūstų, pieniškos);
- 2 antrųjų patiekalų (žuvies ir mėsos)?

Rinkinių skaičių kartais galima nustatyti:
- surašant rinkinius;

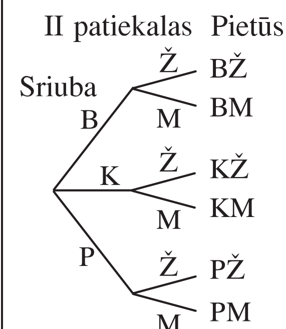
Burokėliai + Žuvis
Burokėliai + Mėsa
Kopūstai + Žuvis
Kopūstai + Mėsa
Pieniška + Žuvis
Pieniška + Mėsa

- sudarant lentelę;

II patiekalas

Sriuba		Ž	M
	B	BŽ	BM
	K	KŽ	KM
	P	PŽ	PM

- braižant galimybių medį;



- remiantis *daugybos taisykle*.

- Yra 3 rūšių sriubos — pasirinkimų skaičius lygus 3.
- Yra 2 rūšių antrieji patiekalai — pasirinkimų skaičius lygus 2.

I pasirinkimo skaičius × II pasirinkimo skaičius = abiejų pasirinkimų rinkinių skaičius

Vadinasi, galima pasirinkti $3 \cdot 2 = 6$ skirtingus tų patiekalų komplektus.

30

Labai sunkus uždavinys

Simas surašė visus dviženklius skaičius:

10	~~11~~	12	13	14	15	16	17	18	19
20	~~21~~	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Tada jis:
- išbraukė tuos skaičius, kurių abu skaitmenys yra vienodi (pvz., 11);
- surado skaičius, kurie skiriasi tik skaitmenų išdėstymo tvarka (pvz., 12 ir 21). Iš tų skaičių paliko mažesniuosius — didesniuosius išbraukė (pvz., išbraukė 21).

Kiek liko neišbrauktų dviženklių skaičių?

Dar sunkesnis uždavinys

O dabar įsivaizduokime, kad surašyti visi triženkliai skaičiai.

100 101 102 .... 198 199
200 201 202 .... 298 299
300 301 302 .... 398 399
. . . .
800 801 802 .... 898 899
900 901 902 .... 998 999

Kiek liktų neišbrauktų triženklių skaičių, jei:
- išbrauktume visus tuos skaičius, kurių bent du skaitmenys yra vienodi;

~~100~~, ~~101~~, 102

- iš skaičių, kurie sudaryti iš tokių pačių skaitmenų, paliktume tik mažiausią?

123, ~~132~~, ~~213~~, ~~231~~, ~~312~~, ~~321~~

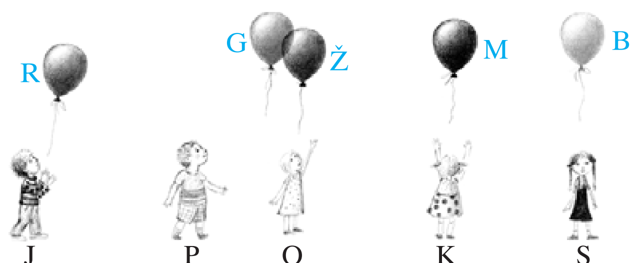
SPRENDŽIAME

408. Surašykite visus triženklius skaičius:
- a) kurių šimtų skaitmuo yra 1 arba 2, dešimčių skaitmuo — 1 arba 3, vienetų skaitmuo — 2 arba 3;
- b) sudarytus iš skaitmenų 1, 2, 3, kai skaičiuje nėra vienodų skaitmenų;
- c) sudarytus iš skaitmenų 1, 2, 3, kai skaičiuje gali būti ne daugiau kaip 2 vienodi skaitmenys;
- d) sudarytus iš skaitmenų 1, 2, 3 be jokių apribojimų.

409. Kiek yra:
- a) keturženklių skaičių?
- b) keturženklių skaičių, kurių dešimčių skaitmuo yra 2?
- c) keturženklių skaičių, kurie dalijasi iš 3?
- d) dešimtženklių lyginių skaičių?
- e) septynženklių nelyginių skaičių?

410. Onutė puošiasi vakarėliui. Ji renkasi suknelę iš 3 (su gėlytėmis, vienspalvę ar dryželiais), batelius iš 2 porų (su kulniukais, be kulniukų), papuošalą iš 3 (grandinėlės, apyrankės ir segės).
1) Galimybių medžiu pavaizduokite visas skirtingas Onutės pasirinkimo galimybes. Kiek skirtingų aprangos variantų turi Onutė?
2) Kiek aprangos variantų turėtų Onutė, jei ji suknelę rinktųsi iš 10 suknelių, batelius — iš 8 porų, papuošalą — iš 20 papuošalų ir dar nuspręstų pasiimti rankinę iš turimų 9?

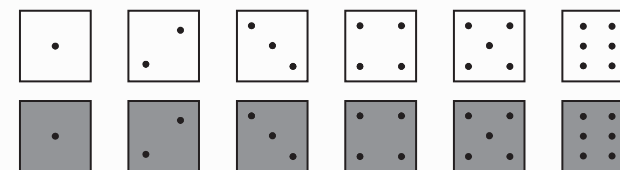
411. Yra penki balionai — raudonas (R), geltonas (G), žalias (Ž), mėlynas (M) ir baltas (B).
1) Tuos balionus reikia išdalyti penkiems vaikams — Jonui (J), Petrui (P), Onutei (O), Kotrynai (K) ir Simonai (S). Kiek skirtingų balionų padalijimo būdų yra iš viso?



2) Tris bet kuriuos balionus iš tų 5 reikia atiduoti trims vaikams — Onutei, Kotrynai ir Simonai. Kiek skirtingų padalijimo variantų yra dabar?
3) Daroma trijų balionų puokštė-dovanėlė. Kiek skirtingų dovanėlių galima padaryti?



412. Jonas meta du šešiasienius standartinius lošimo kauliukus — baltą ir juodą. Abiejų kauliukų sienelėse sužymėtos akutės:

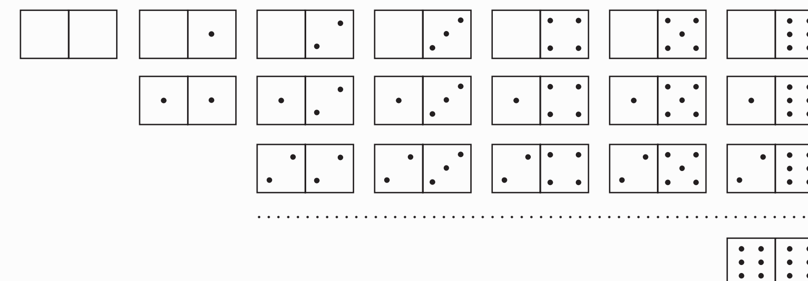


1) Sudarykite lentelę ir surašykite, kiek akučių gali atvirsti ant kiekvieno iš kauliukų.
2) Kiek yra skirtingų baltojo kauliuko atvirtimo galimybių?
3) Kiek yra skirtingų juodojo kauliuko atvirtimo galimybių?
4) Kiek yra skirtingų baltojo ir juodojo kauliukų poros atvirtimo galimybių?

	1	2	3	4	5	6
1	**1,** 1	**1,** 2				
2	**2,** 1					
3						
4						
5						
6						



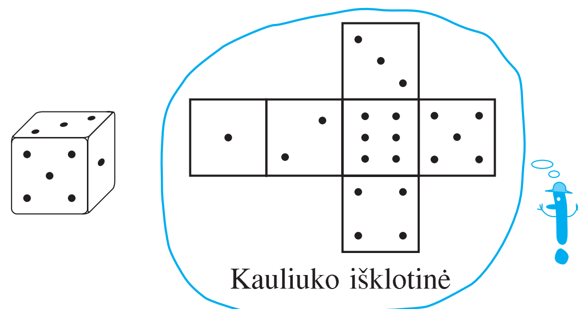
413. Jonė žaidžia domino kauliukais.



1) Kiek yra skirtingų domino kauliukų?
2) Jonė paėmė kauliuką . Kiek yra kauliukų tarp likusiųjų, kurių bent vienoje puselėje pažymėtas toks pats akučių skaičius kaip Jonės paimto kauliuko puselėse?
3) Jonė paėmė kauliuką, kurio abiejose puselėse esančių akučių skaičius yra vienodas. Kiek yra kauliukų tarp likusiųjų, kurių vienoje puselėje pažymėtas toks pats akučių skaičius kaip ir Jonės paimto kauliuko puselėse?

BAIGTYS

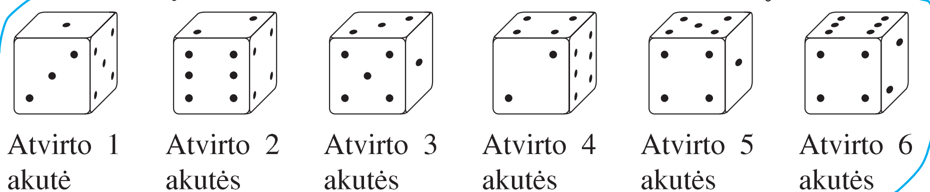
Šešiasienio lošimo kauliuko sienelėse sužymėtos akutės nuo 1 iki 6.



Užduotis. Atlikite tokį bandymą. Meskite šešiasienį lošimo kauliuką ir stebėkite, kiek akučių atvirs viršutinėje sienelėje.

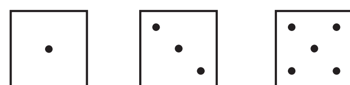
1) Surašykite visas galimas šio bandymo baigtis.

Metant kauliuką, jis gali atvirsti bet kuria iš šešių sienelių.



2) Kokios baigtys yra palankios įvykiui: „Atvirto *lyginis* akučių skaičius“?

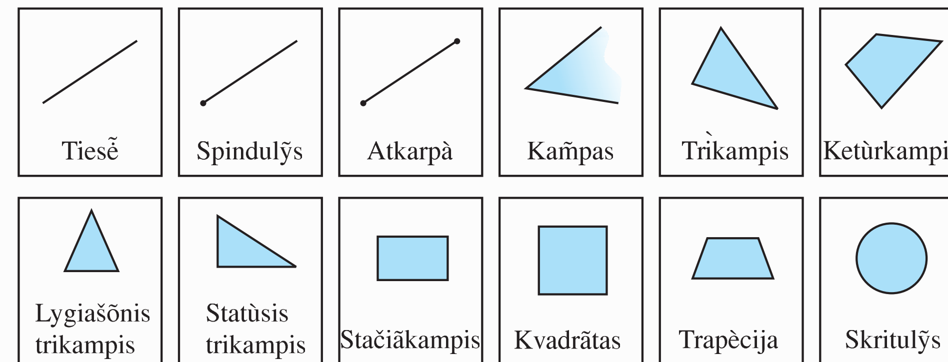
Įvykiui „Atvirto *nelyginis* akučių skaičius“ yra palankios 3 baigtys.



Atvirto: 1 akutė, 3 akutės, 5 akutės

3) Kiek yra baigčių, palankių įvykiui: „Atvirto ne mažiau kaip 4 akutės“? Surašykite tas baigtis.

414. Ant kortelių nubraižytos figūros.



Kortelės apverstos ir sumaišytos. Simona atverčia vieną kortelę. Kiek yra baigčių, palankių įvykiui:

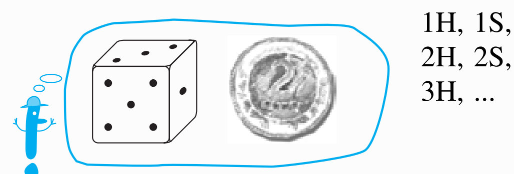
1) „Atverstas bet koks trikampis“?
2) „Atverstas bet koks keturkampis“?
3) „Atverstas lygiagretainis“?
4) „Atversta trapecija“?
5) „Atverstas rombas“?
6) „Atverstas ne daugiakampis“?

Keturkampis, kurio priešingos kraštinės yra lygiagrečios, vadinamas *lygiagretainiù*.

Lygiagretainis, kurio kraštinės yra lygios, vadinamas *ròmbu*.

415. Metamas šešiasienis kauliukas ir moneta. Stebima, kiek viršutinėje sienelėje atvirto akučių (1, 2, 3, 4, 5, 6) ir kuria puse į viršų atsivertė moneta (H, S).

1) Surašykite visas galimas šio bandymo baigtis.



1H, 1S,
2H, 2S,
3H, ...

2) Surašykite baigtis, palankias įvykiui:
   a) „Atvirto lyginis akučių skaičius ir herbas“;
   b) „Atvirto nelyginis akučių skaičius ir skaičius“;
   c) „Atvirtusių akučių skaičius dalus iš 3“.

TIKĖTINUMAS

Užduotis. Metamas šešiasienis lošimo kauliukas ir stebima, kiek atvirto akučių. Kaip manote, kas labiau tikėtina:
a) atvirs 1 akutė ar atvirs 6 akutės?

Kas labiau tikėtina metant kauliuką — ar kad atvirs 2 akutės, ar kad atvirs 5 akutės?

Įvykiui „Atvirto 2 akutės“ yra palanki 1 baigtis iš 6 galimų.

Įvykiui „Atvirto 5 akutės“ irgi palanki 1 baigtis iš 6 galimų.

Abiem atvejais palankių baigčių skaičius yra vienodas (po vieną). Sakoma, kad abi baigtys yra *vienodai tikėtinos*.

b) atvirs lyginis akučių skaičius ar atvirs nelyginis akučių skaičius?
c) atvirs 3 akutės ar atvirs daugiau negu 3 akutės?

Kas labiau tikėtina metant kauliuką — ar kad atvirs 6 akutės, ar kad atvirs mažiau negu 6 akutės?

Įvykiui „Atvirto 6 akutės“ yra palanki 1 baigtis iš 6.

Įvykiui „Atvirto mažiau negu 6 akutės“ yra palankios 5 baigtys iš 6.

Kadangi $5 > 1$, tai labiau tikėtina, jog atvirs mažiau negu 6 akutės.

416. Mokytoja kviečia atsakinėti vieną mokinį. Kas labiau tikėtina — kad bus pakviesta mergaitė ar kad bus pakviestas berniukas, jei klasėje mokosi:
a) 10 berniukų ir 20 mergaičių?
b) 15 berniukų ir 14 mergaičių?
c) po lygiai berniukų ir mergaičių?
d) 40% berniukų?
e) $\frac{2}{5}$ mergaičių?

417. Ant kortelių surašyti skaičiai nuo 2 iki 11.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1) Kiek yra kortelių iš viso?
2) Ant kelių kortelių užrašyti skaičiai dalijasi iš 2? nesidalija iš 2? dalijasi iš 3? dalijasi iš 5?

Kortelės apverčiamos ir sumaišomos. Rimas atverčia vieną kortelę. Kas labiau tikėtina — kad atverstos kortelės skaičius:
3) dalysis iš dviejų ar kad nesidalys iš dviejų?
4) dalysis iš 3 ar kad dalysis iš 5?
5) nesidalys iš 4 ar kad nesidalys iš 5?

Ant kortelių surašyti skaičiai 1, 2, 3, 4, 5. Kortelės apverstos ir sumaišytos. Atverčiama viena kortelė. Kas labiau tikėtina: ar kad atverstos kortelės skaičius dalysis iš 3, ar kad dalysis iš 2?

Iš pirmųjų 5 natūraliųjų skaičių 1, 2, 3, 4, 5
- *vienas* skaičius (3) dalijasi iš 3;
- *du* skaičiai (2 ir 4) dalijasi iš 2.

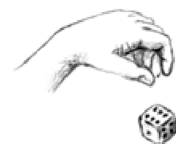
Labiau tikėtina, kad atverstas skaičius dalysis iš 2.

418. Metamas šešiasienis lošimo kauliukas ir moneta. Stebima, kuria puse į viršų atvirto moneta ir kiek akučių yra viršutinėje kauliuko sienelėje. Kaip manote, kuris įvykis — **A** ar **B** — yra labiau tikėtinas:
a) **A** — atvirto herbas, **B** — atvirto 6 akutės?
b) **A** — atvirto skaičius, **B** — atvirtusių akučių skaičius didesnis už 2?
c) **A** — atvirto skaičius, **B** — atvirtusių akučių skaičius dalijasi iš 2?
d) **A** — atvirto herbas, **B** — atvirtusių akučių skaičius yra pirminis?

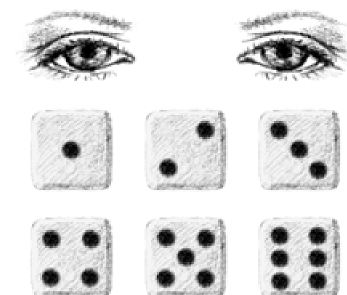
APIBENDRINAME

Vienoje iš matematikos šakų, vadinamoje tikimybių teorija, nagrinėjami bandymai, kurie gali būti pakartoti tomis pačiomis sąlygomis bet kiek kartų, ir niekada iš anksto nežinoma, koks bus konkretus bandymo rezultatas (baigtis) kaskart, kai jis bus pakartotas.
Nusakant bandymą, reikia skirti, kas *atliekama* ir kas *stebima*.

Metamas kauliukas:



Stebima, kuria puse kauliukas atvirto:



Visas galimas bandymo *baigtis* įprasta rašyti riestiniuose skliaustuose {..., ..., ...}.

Šis bandymas turi 6 *baigtis*:
{*1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*};
1 — kauliukas atvirs viena akute,
2 — kauliukas atvirs dviem akutėmis,
⋮
6 — kauliukas atvirs šešiomis akutėmis.

Tikimybių teorijoje nagrinėjami su bandymais susiję *įvykiai*.
Įvykis nusakomas jam *palankiomis baigtimis*.

Įvykiui **A** „Atvirto 4 akutės“ yra palanki viena baigtis: {*4*}.
Įvykiui **B** „Atvirto daugiau negu 4 akutės“ palankios dvi baigtys: {*5*, *6*}.

Sakykime, kad su tuo pačiu bandymu susijusiam įvykiui **A** yra palankios n baigčių, o įvykiui **B** yra palankios m baigčių.
- Kai $n > m$, tai sakoma, kad įvykis **A** yra *labiau tikėtinas* negu įvykis **B**.
- Kai $n < m$, tai sakoma, kad įvykis **A** yra *mažiau tikėtinas* negu įvykis **B**.
- Kai $n = m$, tai sakoma, kad įvykiai **A** ir **B** yra *vienodai tikėtini*.

Kas labiau tikėtina metant kauliuką — ar kad įvyks įvykis **A** *„Atvirto 4 akutės“, ar kad įvyks įvykis* **B** *„Atvirto daugiau negu 4 akutės“?*
Įvykiui **A** palankių baigčių skaičius (1 baigtis) yra mažesnis už įvykiui **B** palankių baigčių skaičių (2 baigtys), todėl įvykis **A** yra *mažiau tikėtinas* negu įvykis **B**.

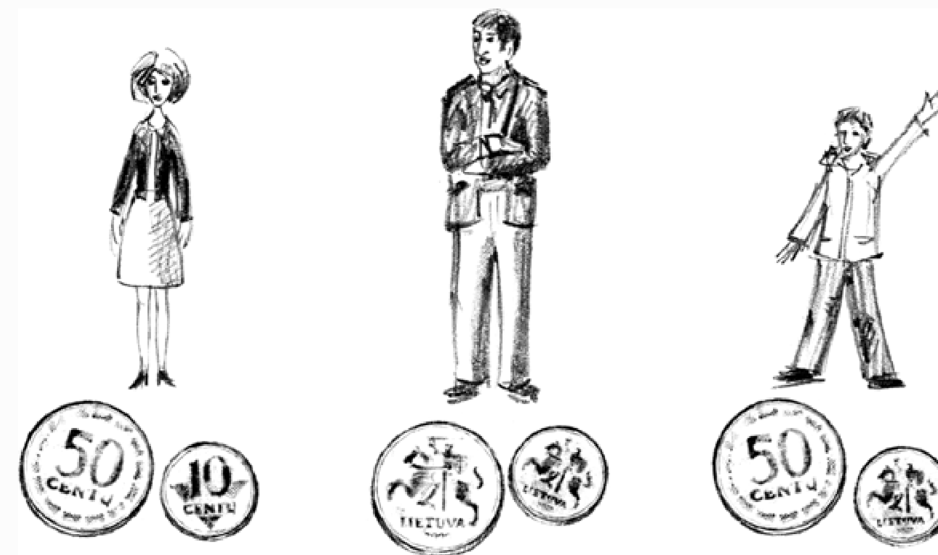


Kur eiti?

Mama, tėtis ir sūnus nutarė šeštadienio popietę praleisti kartu. Tik jiems nesisekė susitarti, ką veikti.
- Mama siūlo aplankyti parodą.
- Tėtis norėtų eiti į koncertą.
- Sūnus labiausiai geidžia pažiūrėti kino teatre rodomą filmą.

Savo nesutarimus šeima nusprendė patikėti monetoms...
Sūnus pasiūlė mesti dvi monetas:
- jei abi monetos atvirs skaičiumi — eisime į parodą (laimi mama);
- jei abi monetos atvirs herbu — eisime į koncertą (laimi tėtis);
- jei viena moneta atvirs skaičiumi, o kita moneta atvirs herbu — eisime į kino teatrą (laimi sūnus).

a) Kaip manote, ar toks problemos sprendimo būdas yra teisingas, t. y. ar visi atvejai yra vienodai tikėtini?

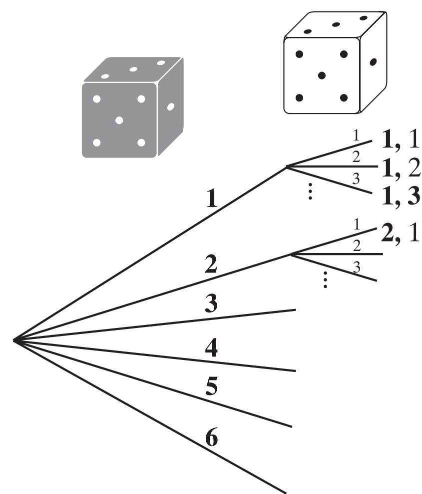


b) Paimkite 50 centų ir 10 centų monetas. Meskite jas 40 kartų ir kiekvieną kartą užsirašykite, kuria puse į viršų atvirto kiekviena moneta.
   1) Surašykite visas galimas šio bandymo baigtis.
   2) Kuri baigtis pasirodė daugiausiai kartų? mažiausiai kartų?
   3) Užrašykite paprastąja trupmena ir procentais (procento tikslumu), kurią visų metimų dalį sudarė kiekviena baigtis.

SPRENDŽIAME

419. Metami du kauliukai — juodas ir baltas. Stebima, kiek akučių atvirto ant kiekvieno kauliuko.

1) Surašykite visas galimas baigtis galimybių medžiu.



2) Kiek yra baigčių, palankių įvykiui:
A — abiejų kauliukų atvirtusių akučių skaičiai yra vienodi?
B — baltasis kauliukas atvirto 1 akute?
C — baltasis kauliukas atvirto lyginiu akučių skaičiumi, o juodasis — nelyginiu akučių skaičiumi?

3) Kuris iš įvykių — **A**, **B** ar **C** — yra labiau tikėtinas?

420. Metami du kauliukai (juodas ir baltas) ir apskaičiuojama atvirtusių akučių skaičių suma.

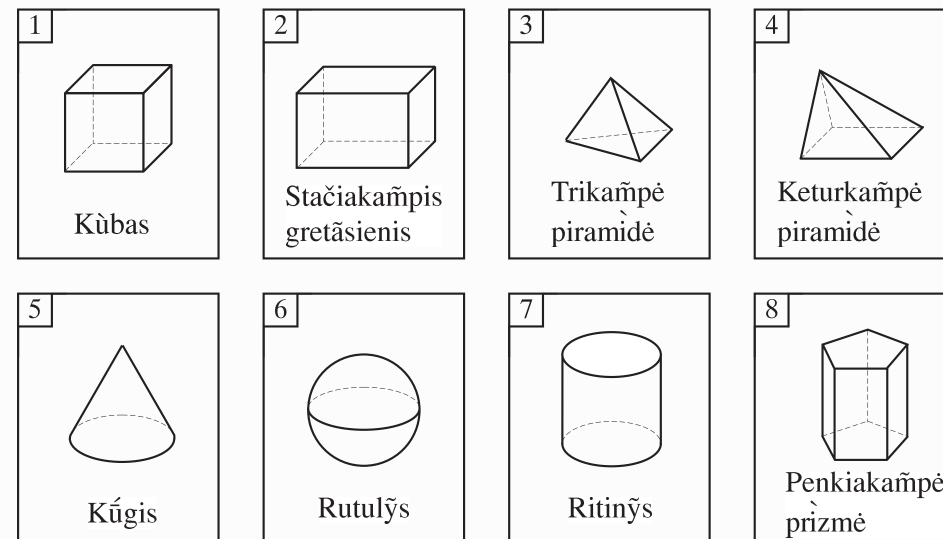
1) Nusibraižykite ir pabaikite pildyti lentelę.

2) Kiek yra baigčių, palankių įvykiui:
A — atvirtusių akučių suma lygi 2?
B — atvirtusių akučių suma lygi 3?
C — atvirtusių akučių suma lygi 6?

3) Kuris iš įvykių — **A**, **B** ar **C** — yra labiausiai tikėtinas? mažiausiai tikėtinas?

	1	2	3	4	5	6
1	2	3				7
2	3	4				
3	4					
4						
5						
6						

421. Ant kortelių nupiešti erdviniai kūnai.



Kortelės yra apverstos ir sumaišytos. Imama viena kortelė.

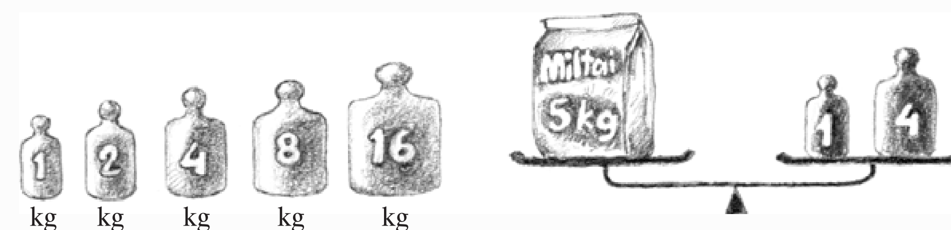
1) Surašykite baigtis (kortelių numerius), palankias įvykiui, kad paimta kortelė bus:
a) briaunainis; b) sukinys; c) piramidė; d) prizmė;
e) stačiakampis gretasienis; f) kubas.

2) Kas labiau tikėtina — ar kad paimta kortelė bus:
a) briaunainis ar kad bus sukinys?
b) sukinys ar kad prizmė?
c) piramidė ar kad rutulys?

Kubas ir stačiakampis gretasienis yra prizmės.
Kubas yra stačiakampis gretasienis.



422. Turime 5 svarelių rinkinį.



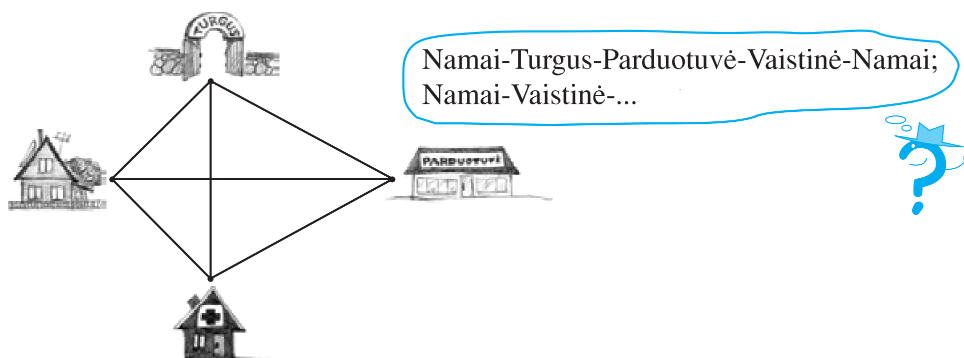
Kokios masės daiktus galima pasverti svirtinėmis svarstyklėmis, jei galima naudotis tik tais 5 svareliais?

PASITIKRINAME

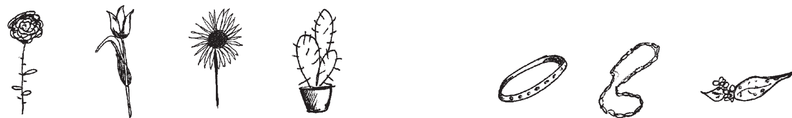
423. Surašykite visus penkiaženklius skaičius, kurių pirmasis (iš kairės) skaitmuo yra 1, antrasis — 2 arba 3, trečiasis — 4, ketvirtasis — 5 arba 6, penktasis — 7.

424. a) Klasėje iš 4 mokinių renkamas seniūnas ir pavaduotojas. Kiek gali būti skirtingų seniūno ir pavaduotojo porų?
b) Iš 4 mokinių renkami du atstovai į mokyklos tarybą. Kiek yra skirtingų tokių porų?

425. Mama Jonui liepė parduotuvėje nupirkti duonos, turguje — gėlių, o vaistinėje — vaistų. Surašykite visus Jono galimus maršrutus.



426. Dominykas ruošiasi padovanoti savo draugei vieną gėlytę ir vieną papuošalą. Jis nusprendė dovanoti:
- arba rožę, arba tulpę, arba saulėgrąžą, arba kaktusą;
- arba apyrankę, arba grandinėlę, arba segę.



1) Surašykite visus galimus Dominyko pasirinkimus:
a) galimybių medžiu;
b) galimybių lentele.
2) Kiek iš viso pasirinkimo galimybių turi Dominykas?

427. Justė rengiasi vakarėliui. Ji renkasi batus, suknelę, rankinę ir kepuraitę.
- Batelius renkasi iš 5 porų.
- Suknelę renkasi iš 7 suknelių.
- Gali pasiimti bet kurią iš trijų rankinių.
- Tinkama kepuraitė yra tik viena.



Kiek skirtingų apsirengimo variantų turi Justė?



428. Lietuvių kalboje žodžiuose vartojami vadinamieji mišrieji dvigarsiai. Pirmoji dvigarsio raidė yra balsė: a, e, i, u, y, ū; antroji raidė yra priebalsė: l, m, n, r.

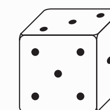
Tokių žodžių pavyzdžiai:
sk***ir***ti
sk***il***ti
sk***en***do
saldi
aukšt***yn***
d***ūm***traukis

Mišrieji dvigarsiai, turintys balses a, e, i ir u, vadinami pirminės kilmės dvigarsiais, o turintys ilgąsias balses y ir ū — antrinės kilmės dvigarsiais.

1) Kiek lietuvių kalboje yra pirminės kilmės mišriųjų dvigarsių?
2) Kiek lietuvių kalboje yra mišriųjų dvigarsių iš viso?

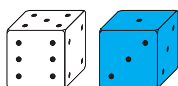
429. Metama moneta ir stebima, kuria puse į viršų (herbu ar skaičiumi) ji atvirto.
1) Kokios galimos šio bandymo baigtys?
2) Kiek yra baigčių, palankių įvykiui:
A — moneta atvirto skaičiumi?
B — moneta atvirto herbu?
3) Kuris įvykis — **A** ar **B** — yra labiau tikėtinas?

430. Metamas standartinis lošimo kauliukas ir stebima, kiek atvirto akučių viršutinėje sienelėje.
1) Surašykite visas šio bandymo baigtis.
2) Surašykite baigtis, palankias įvykiui:
A — atvirtusių akučių skaičius dalijasi iš 2;
B — atvirtusių akučių skaičius dalijasi iš 3;
C — atvirtusių akučių skaičius nesidalija iš 4.
3) Kuris įvykis labiau tikėtinas:
A ar **B**? **A** ar **C**? **B** ar **C**?

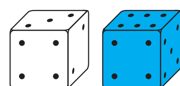


Žaidžiame su kauliukais

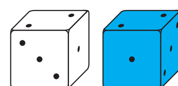
Prisiminkime Vytenio ir Algirdo žaidimą. Vaikai meta du lošimo kauliukus — baltą ir spalvotą. Jei baltojo kauliuko viršutinėje sienelėje atvirsta daugiau akučių negu spalvotojo, tai laimi Vytenis. Jei spalvotojo kauliuko viršutinėje sienelėje atvirsta daugiau akučių negu baltojo, tai laimi Algirdas. Jei abiejų kauliukų viršutinėse sienelėse atvirsta tas pats akučių skaičius — lygiosios.



Laimi Vytenis



Laimi Algirdas



Lygiosios

Užduotis.

1) Remdamiesi daugybos taisykle, apskaičiuokite, kiek iš viso yra abiejų kauliukų skirtingų atvirtimo galimybių.
2) Persibraižykite lentelę ir surašykite visas abiejų kauliukų atvirtimo galimybes.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	1, 1	1, 2				
⚁	2, 1					
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

3) Surašykite baigtis, palankias įvykiui:
   a) „Baltojo kauliuko atvirtusių akučių skaičius yra didesnis už spalvotojo kauliuko atvirtusių akučių skaičių“;
   b) „Spalvotojo kauliuko atvirtusių akučių skaičius yra didesnis už baltojo kauliuko atvirtusių akučių skaičių“;
   c) „Abiejų kauliukų atvirtusių akučių skaičius yra tas pats“.
4) Kas labiau tikėtina:
   a) ar kad laimės Vytenis, ar kad laimės Algirdas?
   b) ar kad laimės Vytenis, ar kad bus lygiosios?



KARTOJAME

431. Šioje vadovėlio dalyje yra 5 skyriai. Kiekvieno skyriaus gale yra atverstiniai „Pasitikriname“.

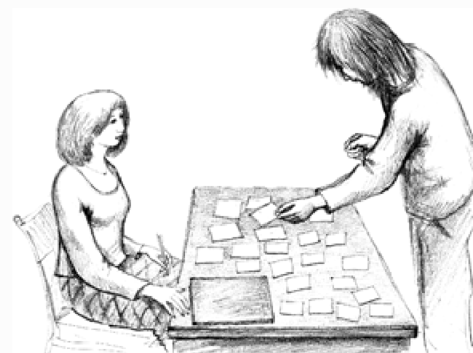
Skyrius	„Pasitikriname“ uždavinių numeriai
6. Nelygybės	116–133
7. Tarpusavyje susiję dydžiai	219–237
8. Atstumai, perimetrai, plotai	333–339
9. Erdviniai kūnai	388–396
10. Rinkiniai	423–430

1) Kiek iš viso uždavinių yra šios vadovėlio dalies skyreliuose „Pasitikriname“?
2) Kiek yra „Pasitikriname“ uždavinių, kurių numeriai yra:
   a) lyginiai skaičiai? b) nelyginiai skaičiai?
   c) skaičiai dalūs iš 10? d) skaičiai dalūs iš 5?
   e) skaičiai dalūs iš 3? f) skaičiai dalūs iš 9?
   g) pirminiai skaičiai? h) sudėtiniai skaičiai?



Natūralieji skaičiai, kurie turi tik du daliklius — vienetą ir save patį, vadinami *pirminiais*, o kurie turi daugiau kaip du daliklius — *sudėtiniais*.

3) Mokytoja visus „Pasitikriname“ uždavinių numerius surašė ant kortelių ir tas korteles užvertusi sumaišė. Tada Jonui liepė ištraukti vieną kortelę. Kurio skyriaus uždavinį ištraukti Jonui yra:
   a) labiausiai tikėtina? b) mažiausiai tikėtina?



4) Mokytoja iš „Pasitikriname“ uždavinių parengė kontrolinį darbą, imdama po vieną uždavinį iš kiekvieno skyriaus. Kiek skirtingų kontrolinių darbų galėjo parengti mokytoja?

6. NELYGYBĖS

116. a) $2202 > 2022$; b) $-87 < 87$; c) $-23 > -32$; d) $3{,}18 < 3{,}81$; e) $2{,}34 > -0{,}234$; f) $-5{,}1 < -0{,}51$; g) $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$; h) $-\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$; i) $-\frac{1}{7} > -\frac{6}{7}$.
117. $-8{,}1$; $-2{,}1$; -2; 0; $7{,}9$; 8; $8{,}1$; 9; $9{,}1$.
118. a) $16 > 0$; b) $9 > -7$; c) $15\frac{1}{5} > -\frac{4}{5}$; d) $8{,}6 > -7{,}4$.
119. a) $-8 < 4$; b) $-2 < 10$; c) $-6\frac{1}{2} < 5\frac{1}{2}$; d) $-1{,}5 < 10{,}5$.
120. a) $-12 < 24$; b) $18 > -36$; c) $-2 < 4$; d) $21 > -42$.
121. a) $-1 > -5$; b) $1 < 5$; c) $-9 > -45$; d) $10 < 50$.
122. a) $(-\infty; 3)$; b) $(3; +\infty)$; c) $[3; +\infty)$; d) $(-3; 5)$; e) $[-3; 5]$; f) $(-3; 5]$.
123. a) 2 X b) 2 X c) -2 X d) -2 X
e) 0 3 X f) 0 3 X g) -7 7 X h) 7 8 X
124. a) $(3; +\infty)$; b) $[-2; +\infty)$; c) $(-\infty; 0)$; d) $(-\infty; 0]$; e) $(-1; 4)$; f) $[3; 5)$; g) $(-7; 1]$; h) $[0; 2]$.
125. a) 1; b) 1; 2; c) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; d) 1; e) 1; 2; 3; f) 1; 2; 3; 4; g) 1; 2; 3; h) 1.
126. a) $(-\infty; -5)$; b) $(-\infty; -6)$; c) $[-17; +\infty)$; d) $(1; +\infty)$; e) $(-4; +\infty)$; f) $(-\infty; -9]$; g) $(-\infty; -4)$; h) $(-\infty; -5)$; i) $[-11{,}3; +\infty)$.
127. a) 1 X b) 8 Y c) 1 Z
d) 6 X e) 2 Y f) 8 Z
g) 5 X h) 8 Y i) -2 Z
128. a) $x < 4$; b) $y > -5$; c) $z \leqslant -2$; d) $t \geqslant \frac{1}{2}$; e) $x < -3$; f) $y > -3$; g) $z \leqslant 3$; h) $t \geqslant \frac{1}{3}$.
129. a) $x < 6$; b) $y > -8$; c) $z \leqslant 20$; d) $t \geqslant -18$; e) $x < -10$; f) $y > 3$; g) $z \leqslant -12$; h) $t \geqslant 24$.
130. a) $(-\infty; 10)$; b) $(-12; +\infty)$; c) $(-\infty; 3]$; d) $[-4; +\infty)$; e) $(-\infty; -6)$; f) $(12; +\infty)$; g) $(-\infty; -5]$; h) $[6; +\infty)$.
131. a) $(-\infty; 2)$; b) $[2; +\infty)$; c) $(-\infty; -2]$; d) $(-4; +\infty)$; e) $(-\infty; 18]$; f) $(24; +\infty)$; g) $(21; +\infty)$; h) $[1; +\infty)$; i) $[0; +\infty)$.
132. a) $x > -2$; b) $x \leqslant 3$; c) $x > -1$; d) $x > 25$; e) $x > -15$; f) $x \leqslant 12$; g) $x \leqslant -1{,}1$; h) $x \leqslant 1{,}3$; i) $x \geqslant -0{,}9$.
133. a) $x > -4$; b) $x < 18$; c) $x \geqslant 14$; d) $x \geqslant 8$; e) $x < 21$; f) $x > -14$; g) $x \geqslant 2$; h) $x < -1$; i) $x \geqslant 0{,}3$.

7. TARPUSAVYJE SUSIJĘ DYDŽIAI

219. $b = \frac{S}{8}$; a) 2 cm; b) 12 cm; c) 2,2 cm. **220.** 1) 144 km; 360 km; 86,4 km; 2) $s = 72 \cdot t$.
221.

$n =$	1	2	5	7	11	15	31
$M =$	3	6	15	21	33	45	93

222. a) $N = 6 \cdot n$; b) $N = \frac{n}{10}$.
223. a) 10 m; ≈ 22 m; ≈ 29 m; b) ≈ 17 m.; ≈ 25 m.; ≈ 37 m.
224. a) 25 h; b) 10 h; c) 20 h; d) $\frac{250}{n}$ h. **225.** a) 3 h; b) 4 h; c) 15 h; d) $\frac{n}{3}$ h.
226. 18 km; 54 km; 72 km; 90 km; $18t$ km. **227.** a) 6 m/min; b) 3 m/min; c) $\frac{3}{5}$ m/min.
228. 27 km; 81 km; 135 km; 270 km; $27t$ km. **229.** 37 km; 74 km; 111 km; 18,5 km; $37t$ km.
230. a) Taip; b) ne.

231. a)

$a =$	2	4	8	70
$m =$	14	28	56	490

b)

$a =$	20	30	35	90
$m =$	4	6	7	18

232. a) Ne; b) taip.
233. a)

$x =$	4	5	8	40
$y =$	20	16	10	2

b)

$x =$	3	6	8	16
$y =$	16	8	6	3

234. 11 m, 66 m. **235.** 16 cm, 40 cm, 48 cm. **236.** 6 cm, 4 cm, 10 cm.
237. Mamai — 800 Lt, tėtei — 1000 Lt, dukrai — 600 Lt, sūnui — 400 Lt.

8. ATSTUMAI, PERIMETRAI, PLOTAI

333. a) $AB \approx 14$ mm, $CD \approx 21$ mm; b) 10 mm, 20 mm; c) ≈ 14 mm.
334. 1) ABC — statusis trikampis, $DEFG$ — lygiagretainis, $MNKL$ — stačioji trapecija; 2) a) 1,5 cm; b) 3 cm; c) 2 cm; 3) $AC = 25$ mm, $DE \approx 32$ mm, $MN = 25$ mm; $P_{ABC} = 60$ mm, $P_{DEFG} = 94$ mm, $P_{MNKL} = 110$ mm;
4) $S_{ABC} = 1{,}5\ \text{cm}^2$, $S_{DEFG} = 4{,}5\ \text{cm}^2$, $S_{MNKL} = 6{,}5\ \text{cm}^2$.
335. a) 20 cm; b) 8 dm, 32 dm, 32 dm.
336. Absoliučioji paklaida: Mildos — 2°, Jauniaus — 1°;
santykinė paklaida: Mildos — ≈ 0,006, Jauniaus — ≈ 0,003.
337. a) $d = 20$ cm, $C = 20\pi$ cm, $S = 100\pi\ \text{cm}^2$;
b) $r = 20$ mm, $C = 40\pi$ mm, $S = 400\pi\ \text{mm}^2$;
c) $r = 8$ dm, $d = 16$ dm, $S = 64\pi\ \text{dm}^2$; d) $r = 7$ m, $d = 14$ m, $C = 14\pi$ m.
338. a) $225\ \text{mm}^2$; b) $450\ \text{mm}^2 = 4{,}5\ \text{cm}^2$; c) $1{,}87\ \text{cm}^2$; d) $315\ \text{mm}^2$; e) $112\ \text{mm}^2 = 1{,}12\ \text{cm}^2$; f) $140\ \text{mm}^2 = 1{,}4\ \text{cm}^2$; g) $540\ \text{mm}^2$; h) $2{,}88\ \text{cm}^2$; i) $230\ \text{mm}^2 = 2{,}3\ \text{cm}^2$; j) $580\ \text{mm}^2$; k) $440\ \text{mm}^2 = 4{,}4\ \text{cm}^2$; l) $330\ \text{mm}^2 = 3{,}3\ \text{cm}^2$.
339. 1) a) 2 cm; b) 2,4 cm; c) 4 cm; 2) a) $2\ \text{cm}^2 = 200\ \text{mm}^2 = 0{,}02\ \text{dm}^2$;
b) $3{,}6\ \text{cm}^2 = 360\ \text{mm}^2 = 0{,}036\ \text{dm}^2$; c) $21\ \text{cm}^2 = 2100\ \text{mm}^2 = 0{,}21\ \text{dm}^2$.

9. ERDVINIAI KŪNAI

388. 1) **A** — kūgis, **B** — piramidė, **C** — prizmė, **D** — rutulys, **E** — prizmė (stačiakampis gretasienis), **F** — ritinys; 2) **B**, **C**, **E** — briaunainiai, **A**, **D**, **F** — sukiniai.
389. a) 1) 5 cm; 2) 10π cm; 3) $25\pi\ \text{cm}^2$; b) 1) 8 dm; 2) 16π dm; 3) $64\pi\ \text{dm}^2$;
c) 1) 6 cm; 2) 12π cm; 3) $36\pi\ \text{cm}^2$.
390. a) 9 cm; b) 24 cm; c) 29 cm. **391.** a) 31 dm; b) 36,5 cm.
392. a) 1) $16\pi\ \text{cm}^2$; 2) $80\pi\ \text{cm}^2$; 3) $112\pi\ \text{cm}^2$; b) 1) $64\pi\ \text{cm}^2$; 2) $80\pi\ \text{cm}^2$; 3) $208\pi\ \text{cm}^2$;
c) 1) $6{,}25\pi\ \text{cm}^2$; 2) $90\pi\ \text{cm}^2$; 3) $102{,}5\pi\ \text{cm}^2$.
393. ≈ 58 875 mm^3, ≈ 59 cm^3. **394.** $1600\pi\ \text{mm}^3$.
395. a) 1) $401{,}92\ \text{cm}^3$; 2) $6028{,}8\ \text{cm}^3$; b) ≈ 4,22 kg.
396. a) 1) $952\pi\ \text{mm}^2$; 2) $2992\ \text{mm}^2$; b) 1) $3920\pi\ \text{mm}^3$; 2) $12\,320\ \text{mm}^3$.

10. RINKINIAI

423. 12 457, 12 467, 13 457, 13 467. **424.** a) 12; b) 6.
425. N-T-P-V-N; N-T-V-P-N; N-P-T-V-N; N-P-V-T-N; N-V-P-T-N; N-V-T-P-N.
426. 2) 12. **427.** 105. **428.** 1) 16; 2) 24.
429. 1) Moneta atvirto herbu; moneta atvirto skaičiumi.
2) Įvykiui **A** yra palanki 1 baigtis, įvykiui **B** yra palanki 1 baigtis.
3) Abu įvykiai yra vienodai tikėtini.
430. 1) 1, 2, 3, 4, 5, 6; 2) 2, 4, 6; 3, 6; 1, 2, 3, 5, 6; 3) **A**; **C**; **C**.